УДК 677.08.021

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛКОВОГО РАБОЧЕГО ОРГАНА С ВОЛОКНИСТОЙ СРЕДОЙ

В.Д. ФРОЛОВ, А.Г. ПЕЧНИКОВА, А.П. БАШКОВ, С.Ю. КАПУСТИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

Система уравнений, описывающая напряженное состояние некоторого объема волокнистой среды, находящейся перед рабочим органом, может быть составлена по аналогии с известными задачами теории упругости и пластичности (рис. 1 – схема взаимодействия колкового рабочего органа питающей решетки с волокнистой массой) [1]. При составлении уравнений предполагается, что процесс является пространственным и массив в пределах рассматриваемого объема представляется в виде изотропной среды, обладающей свойствами линейно-деформируемого и вязкопластического тела в виде волокнистой массы.

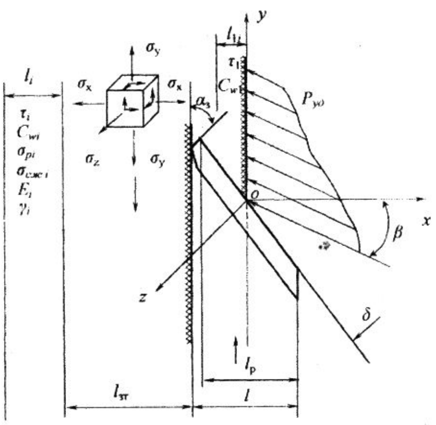

Рис. 1

В данном случае уравнения для элементарного объема волокнистой смеси в питателе с размерами ребер dx, dy, dz (рис. 1) составляются в предположении, что на выделенный объем действуют силы тяжести, поверхностные силы и силы вязкого трения, которые в общем виде записываются:

$$\sum P_{x,y,z} = m\frac{d^2\ell_{x,y,z}}{dt^2},$$

$$\sum M_{x,y,z} = J\frac{a^2\omega_{x,y,z}}{dt^2},$$

где m – масса элемента, г; J – момент инерции массы элемента; $\omega_{x,y,z}$ – проекции условного перемещения элемента, c^{-1}.

Для областей развития упругих деформаций сумма проекций сил на ось x имеет вид

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial\sigma_x}{\partial x}dt\right)dydz - \sigma_x dydz + \left(\tau_{xy} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}dy\right)dxdz - \tau_{xy}dxdz +$$

$$+\left[\left(\tau_{xz} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}dz\right)dydz - \tau_{xz}dydz + dG\right] = \varrho dxdydz\frac{d\upsilon_x}{dt}, \quad (1)$$

где σ_x – проекция компонентов напряжения на ось x; dG – проекция силы тяжести на ось x; ϱ – плотность волокнистой среды; $\frac{d\upsilon_x}{dt}$ – проекция на ось x полной производной вектора скорости по времени с учетом локального и конвективного изменения вектора скорости:

$$\frac{d\upsilon_x}{dt} = \frac{\partial\upsilon_x}{\partial t} + \upsilon_x\frac{\partial\upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial\upsilon_x}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial\upsilon_z}{\partial z}. \quad (2)$$

После подстановки (2) в (1) и преобразований получаем

$$\begin{gathered}\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}dxdydz + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}dxdydz + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}dxdydz + g\varrho dxdydz + \eta x\cdot \\ \cdot x\left[\frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial^2 z} + \frac{1}{3\partial x}\left(\frac{\partial\upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial\upsilon_y}{\partial y} + \frac{\partial\upsilon_z}{\partial z}\right)\right]dxdydz = \\ = \varrho\left(\frac{\partial\upsilon_x}{\partial t} + \upsilon_x\frac{\partial\upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial\upsilon_x}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial\upsilon_x}{\partial z}\right)dxdydz.\end{gathered} \quad (3)$$

Приведем члены уравнения (3) к единице объема с учетом $\varrho g = \gamma$. Тогда получим

$$\begin{gathered}\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial\tau_{xy}}{\partial z} + \gamma + \eta\left[\frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial^2 y} + \frac{\partial^2\upsilon_x}{\partial^2 z} + \frac{1}{3\partial x}\left(\frac{\partial\upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial\upsilon_y}{\partial y} + \frac{\partial\upsilon_z}{\partial z}\right)\right] = \\ = \frac{\gamma}{g}\left(\frac{\partial\upsilon_x}{\partial t} + \upsilon_x\frac{\partial\upsilon_x}{\partial x} + \upsilon_y\frac{\partial\upsilon_x}{\partial y} + \upsilon_z\frac{\partial\upsilon_x}{\partial z}\right).\end{gathered} \quad (4)$$

Аналогично находятся два уравнения, представляющих сумму проекций сил на оси y и z.

Группу уравнений, устанавливающих закон сопряженности касательных напряжений: $\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}; \tau_{zx} = \tau_{xz}$ находим через сумму моментов сил относительно осей, проходящих через центр тяжести элементарного объема.

Применительно к явлению деформирования волокнистой смеси уравнение непрерывности может быть получено на основании закона сохранения материи. При этом допускаем, что разность между массой, которая вошла в элементарный объем dx, dy, dz за время dt, и массой, которая вышла из него за тот же промежуток времени, должна равняться изменению массы рассматриваемого объема вследствие изменения его плотности.

При деформации в области отбора колком некоторой волокнистой массы в направлениях x, y, z в элементарный объем dV со скоростью $\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z$ поступает масса, равная

$$m_x = \frac{\gamma}{g}\upsilon_x dydzdt; m_y = \frac{\gamma}{g}\upsilon_y dxdzdt; m_z = \frac{\gamma}{g}\upsilon_z dxdydt. \quad (5)$$

При допущении, что функция изменения массы является непрерывной и раскладывается в ряд Тейлора, можно выразить элементарные массы волокнистой смеси, выходящие через противоположные грани рассматриваемого объема в виде соотношений:

$$m_x + \frac{\partial m_x}{\partial x} dx; \; m_y + \frac{\partial m_y}{\partial y} dy; \; m_z + \frac{\partial m_z}{\partial z} dz. \tag{6}$$

Тогда из соотношений (5) и (6) разность между массами поступающего и выходящего волокнистого материала записывается в виде дифференциальных уравнений

$$dm = \left(m_x + m_y + m_z\right) - \left[\left(m_x + \frac{\partial m}{\partial x} dx\right) + \left(m_y + \frac{\partial m_y}{\partial y} dy\right) + \left(m_z + \frac{\partial m_z}{\partial z} dz\right)\right],$$

или

$$dm = -\left(\frac{\partial m_x}{\partial x} dx + \frac{\partial m_y}{\partial y} dy + \frac{\partial m_z}{\partial z} dz\right). \tag{7}$$

С учетом значения входящих масс имеем

$$dm = -\frac{\partial V}{g} dt \left(\frac{\partial (\gamma \upsilon_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma \upsilon_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\gamma \upsilon_z)}{\partial z}\right). \tag{8}$$

В соответствии с законом сохранения материи входящая масса должна равняться изменению массы за счет изменения плотности (объемного веса):

$$dm = \frac{\partial m}{\partial t} dt, \quad dm = \frac{\partial \gamma}{\partial t} \frac{dV}{g} dt. \tag{9}$$

Из уравнений (8) и (9) получаем

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} \frac{dV}{g} dt = -\frac{dV}{g} dt \left(\frac{\partial (\gamma \upsilon_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\gamma \upsilon_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\gamma \upsilon_z)}{\partial z}\right). \tag{10}$$

После преобразований уравнения (10) с учетом развертывания частных производных определяем условия неразрывности деформации при неустановившемся движении:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial e} + \gamma \left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right) + \upsilon_x \frac{\partial \gamma}{\partial x} + \upsilon_y \frac{\partial \gamma}{\partial y} + \upsilon_z \frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0. \tag{11}$$

Уравнения состояния волокнистой среды как линейно-деформируемого тела с вязкопластическими свойствами для зоны упругих и линейных деформаций:

$$\sigma_x = \lambda \varepsilon + 2G_1 \varepsilon_x; \; \sigma_y = \lambda \varepsilon + 2G_1 \varepsilon_y;$$

$$\sigma_z = \lambda \varepsilon + 2G_1 \varepsilon_z; \; \tau_{xy} = G_1 \gamma_{xy};$$

$$\tau_{yz} = G_1 \gamma_{yz}; \quad \tau_{zx} = G_1 \gamma_{zx}.$$

Здесь $\lambda = \dfrac{E}{3(1-2\mu)} - \dfrac{2}{3} G_1; \quad G_1 = \dfrac{E}{2(1+\mu)};$

μ – коэффициент Пуассона; E – модуль линейной деформации; ε – относительное изменение объема, равное

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z,$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – относительные изменения в направлениях осей x, y, z, которые можно записать так:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial U_z}{\partial z},$$

где $\partial U_x, \partial U_y, \partial U_z$ – проекции линейного перемещения при деформации по осям координат.

Для области предельного состояния среды предполагается существование общей зависимости для выражения интенсивности касательных напряжений:

$$T = (H_0 + \sigma_1)\operatorname{tg}\psi + \eta S. \qquad (12)$$

Здесь H_0 – связность; σ_1 – среднее нормальное напряжение; $\operatorname{tg}\psi$ – коэффициент трения; S – интенсивность скоростей деформации сдвига; η – коэффициент динамической вязкости.

Тогда из (12) получаем механические уравнения состояния вязкопластического течения среды с учетом ее сжимаемости в первом приближении:

$$\left.\begin{aligned} & H_0 \cong C_\omega \operatorname{ctg}\varrho; \quad \operatorname{tg}\psi \cong \operatorname{tg}\varrho, \\ & \sigma_1 = k_1\left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right), \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

где k – модуль объемной вязкости.

Интенсивность скоростей деформации сдвига определяется зависимостью вида

$$S = \sqrt{\frac{2}{3}}\left[\left(\varphi_{xy}^2 + \varphi_{yz}^2 + \varphi_{zx}^2\right) + \frac{3}{2}\left(\eta_{1xy}^2 + \eta_{1yz}^2 + \eta_{1zx}^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (14)$$

где $\varphi_{xy}^2 = \left(\frac{\partial \upsilon_x}{\partial x} - \frac{\partial \upsilon_y}{\partial y}\right)^2$;

$$\varphi_{yz}^2 = \left(\frac{\partial \upsilon_y}{\partial y} - \frac{\partial \upsilon_z}{\partial z}\right)^2; \; \varphi_{zx}^2 = \left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} - \frac{\partial \upsilon_x}{\partial x}\right)^2;$$

величины $\eta_{1xy}, \eta_{1yz}, \eta_{1zx}$ определяют угловые скорости деформации сдвига, равные

$$\eta_{1xy} = \frac{\partial \upsilon_x}{\partial y} + \frac{\partial \upsilon_y}{\partial x};$$

$$\eta_{1yz} = \frac{\partial \upsilon_y}{\partial z} + \frac{\partial \upsilon_z}{\partial y}; \quad \eta_{1zx} = \frac{\partial \upsilon_z}{\partial x} + \frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}.$$

На поверхностях, где проявляются силы трения в соответствии с законом Кулона, когда касательные напряжения пропорциональны нормальным, граничные условия выражаются в виде $\tau = f(x, y, z, \sigma, \varrho...)$ или $\tau = \sigma \operatorname{ctg}\varrho + C_\omega$.

На участках контактной поверхности, где закон Кулона не проявляется, граничные условия

$$\tau = f_2(x, y, z, C_\omega, ...) \text{, или } \tau = C_\omega,$$

где C_ω – сцепление комплексов из волокон.

Внедрение колка в волокнистую среду рассматриваем как пространственную задачу. Граничные условия на контуре затупленного колкового вида лезвия при внедрении в волокнистую среду определяются выражением

$$\tau = f(x, y, z, \sigma_{см}, \delta...),$$

или

$$\tau = \sigma_{см}\operatorname{tg}\delta + C_\omega;$$

$$\tau = \tau_o f(x, y, z),$$

или

$$\tau_o = C_\omega.$$

Предельное напряженное состояние волокнистой среды в зависимости от угла ее наклона к подвижному транспортеру ϱ и угла внешнего трения δ волокнистой среды при $\varrho > \delta$ может разделяться [2]:

– для пологих величина угла наклона к горизонту α_ϱ определяется неравенством

$$\alpha_\varrho \leq \frac{1}{2}\arcsin\frac{\sin\delta}{\sin\varrho} - \frac{\delta}{2};$$

– промежуточных положений подвижного транспортера

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2} - \frac{1}{2}\arcsin\frac{\sin\delta}{\sin\varrho} >$$
$$> \alpha_\varrho > \frac{1}{2}\arcsin\frac{\sin\delta}{\sin\varrho} - \frac{\delta}{2};$$

– для крутых положений, кроме точки 0:

$$\alpha_\varrho \geq \frac{\pi}{2} - \frac{\delta}{2} - \frac{1}{2}\arcsin\frac{\sin\delta}{\sin\varrho}.$$

ВЫВОДЫ

Таким образом, в технологическом процессе подачи колковым транспортером волокнистой массы из бункерного накопления при любой степени развития упругих пластических деформаций напряженное состояние может быть представлено соответствующими уравнениями смешанной задачи теории линейно-деформируемой среды и предельного состояния вязкопластической среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1972.

2. *Соколовский В.В.* Статистика сыпучей среды. – М.: Наука, 1960.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 05.04.03.