

УДК 677.057

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ПАРЕ ВАЛКОВ

В.В. ФАРУКШИН, С.Е. ПРОТАЛИНСКИЙ, Г.К. КУЗНЕЦОВ

(Костромской государственной технологической университет)

Основной задачей при рассмотрении контактного взаимодействия пары валков [1...5] является определение напряженно-деформированного состояния в технологической зоне и прежде всего напряжений на площадке контакта. Для решения этой задачи нами разработана методика численного моделирования напряженно-деформированного состояния эластичного покрытия валика при его взаимодействии с жестким цилиндром.

Считаем эластичное покрытие валика в поперечном сечении линейным упруговяз-

ким изотропным телом с модулем упругости E и коэффициентом вязкости η . Представим его в виде модели Кельвина [6].

Тогда связь между деформацией и напряжением определится зависимостью

$$\sigma = E\varepsilon + \eta d\varepsilon/dt \operatorname{sign} \lambda, \quad (1)$$

где λ – скорость абсолютной деформации.

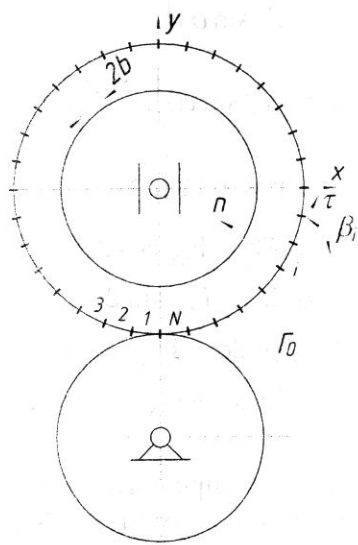


Рис. 1

Разобьем границу Γ_0 поперечного сечения валика, находящуюся в недеформированном состоянии, на N граничных элементов, примыкающих друг к другу (рис.1). Длину характерного i -го граничного элемента, где $1 \leq i \leq N$, обозначим через

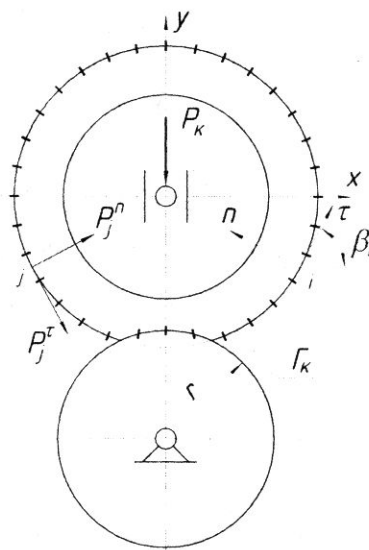


Рис. 2

$2b$. Если эти элементы малы, то они достаточно близко будут воспроизводить границу поперечного сечения валика Γ_0 .

Дискретизируем конечно приложенную к оси валика силу P на M промежуточных значений $P/M \leq P_k \leq P$ и рассмотрим

элемент эластичного покрытия при нагрузке P_k (рис. 2). При этом будем иметь в виду, что каждый граничный элемент границы Γ_k соответствует граничному элементу границы Γ_0 в недеформированном состоянии.

Из постановки задачи требуется определить смещение центров граничных элементов в глобальной системе координат x и нормальные, и касательные напряжения в каждом из N граничных элементов. Локальные координаты центров граничных элементов n и τ направлены соответственно перпендикулярно и по касательной к границе Γ_k , поэтому они изменяются вдоль границы от точки к точке.

Применим непрямой метод граничных элементов – метод фиктивных нагрузок [7]. Тогда смещения и напряжения в i -м граничном элементе от компонент фиктивных нагрузок P_j^τ и P_j^n в j -м элементе в

общем случае от всех N элементов будут равны

$$\varepsilon_i^\tau = \sum_{j=1}^N K_1 P_j^\tau + \sum_{j=1}^N K_2 P_j^n, \quad (2)$$

$$\varepsilon_i^n = \sum_{j=1}^N K_3 P_j^\tau + \sum_{j=1}^N K_4 P_j^n, \quad (3)$$

$$\sigma_i^\tau = \sum_{j=1}^N K_5 P_j^\tau + \sum_{j=1}^N K_6 P_j^n, \quad (4)$$

$$\sigma_i^n = \sum_{j=1}^N K_7 P_j^\tau + \sum_{j=1}^N K_8 P_j^n. \quad (5)$$

В данных уравнениях граничные коэффициенты влияния K_1 – K_8 определяются исходя из преобразований локальных координат точки i относительно точки j по формулам [7]:

$$K_1 = \frac{1}{2G} [F(3 - 4\vartheta) \cos \alpha - Y(F_x \sin \alpha - F_y \cos \alpha)],$$

$$K_2 = \frac{1}{2G} [F(3 - 4\vartheta) \sin \alpha - Y(F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha)],$$

$$K_3 = \frac{1}{2G} [-F(3 - 4\vartheta) \sin \alpha - Y(F_x \cos \alpha + F_y \sin \alpha)],$$

$$K_4 = \frac{1}{2G} [F(3 - 4\vartheta) \cos \alpha + Y(F_x \sin \alpha - F_y \cos \alpha)],$$

$$K_5 = -2(1 - \vartheta)(F_x \sin 2\alpha - F_y \cos 2\alpha) - Y(F_{xy} \sin 2\alpha + F_{xx} \cos 2\alpha),$$

$$K_6 = (1 - 2\vartheta)(F_x \cos 2\alpha + F_y \sin 2\alpha) - Y(F_{xy} \cos 2\alpha - F_{xx} \sin 2\alpha),$$

$$K_7 = F_x - 2(1 - \vartheta)(F_x \cos 2\alpha + F_y \sin 2\alpha) - Y(F_{xy} \cos 2\alpha - F_{xx} \sin 2\alpha),$$

$$K_8 = F_y - (1 - 2\vartheta)(F_x \sin 2\alpha - F_y \cos 2\alpha) + Y(F_{xy} \sin 2\alpha + F_{xx} \cos 2\alpha),$$

где F , F_x , F_y , F_{xy} , F_{xx} – соответственно функция интегрального решения задачи Кельвина и ее производные, определенные в [7]; $Y = (y_i - y_j) \cos \beta_j - (x_i - x_j) \sin \beta_j$;

$\alpha = \beta_i - \beta_j$; $G = \frac{E}{2(1 + \vartheta)}$ – модуль сдвига;

ϑ – коэффициент Пуассона.

Для решения системы уравнений (2...5) необходимо знать распределение нагрузки P на граничных элементах. Допустим, что начальная дискретная нагрузка $P_1 = P/M$

равномерно распределена на первом и N -м граничных элементах. Учитывая условия симметрии и интегральное решение задачи Кельвина [7], считаем, что в центре первого граничного элемента действует сосредоточенная сила $P_1^1 = P_1/2$.

Решая задачу деформации начального сечения эластичного покрытия валика, определяем координаты центральных точек граничных элементов. Если координаты центральных точек каких-либо элементов

удовлетворяют условию $y_i \leq y_k$, где $y_k = \sqrt{r^2 - x_i^2}$, r – радиус цилиндра, то считаем, что эти элементы соприкасаются с образующей цилиндра.

Исходя из принципа суперпозиции на следующем шаге вычислений сила P_k равномерно распределяется по контактирующим с цилиндром граничным элементам и суммируется с силой, приложенной к рассматриваемому элементу на предыдущем шаге. Таким образом, происходит последовательная дискретная аппроксимация распределения сил в зоне контакта эластичного покрытия валика с цилиндром. Очевидно, что можно подойти сколь угодно близко к точному решению задачи, увеличивая значения N и M . При $k = M$ процесс решения задачи заканчивается.

Таким образом, на основе дискретной модели контакта разработан алгоритм, позволяющий моделировать напряженно-деформированное состояние эластичного покрытия валика при статическом взаимодействии его с жестким цилиндром и состоящий из следующих шагов:

1) дискретизация границы поперечного сечения валика на N элементов и конечной нагрузки на M значений;

2) определение местоположения всех граничных элементов, распределение силы на границе с образующей цилиндра, задание граничных условий на каждом элементе;

3) вычисление граничных коэффициентов влияния и построение системы линейных уравнений (2...5);

4) решение системы уравнений (2...5);

5) повторение пунктов 2...4 до окончательного решения задачи.

Зная напряженно-деформированное состояние эластичного покрытия при статическом взаимодействии валика с жестким цилиндром, можно определить распределение напряжений в зоне контакта при стационарном кинематическом взаимодействии, которое характеризуется постоянством скорости вращения валика.

Время перехода граничного элемента из $i-1$ -го в i -е положение можно найти по

формуле $\Delta t = \frac{\Delta\varphi}{\omega_B}$, где $\Delta\varphi = 2\pi/N$ – угол

между центральными точками двух соседних граничных элементов; ω_B – скорость вращения валика. За это время граничный элемент, находящийся в зоне контакта валика с цилиндром, сместится на величину $\Delta\varepsilon_i = |\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}|$, где ε_i и ε_{i-1} – соответственно смещения i -го и $i-1$ -го граничных элементов.

Тогда скорость перехода граничного элемента из $i-1$ -го в i -е положение будет равна

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\Delta\varepsilon_i}{\Delta t} = \omega_B \frac{|\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}|}{2\pi} N \quad (6)$$

и выражение (1) для i -го граничного элемента примет вид

$$\sigma_i = E\varepsilon_i + \eta\omega_B \frac{|\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1}|}{2\pi} N \operatorname{sign}\lambda. \quad (7)$$

В связи с тем, что разности смещений центров граничных элементов различны, скорость деформации в каждый момент времени будет величиной переменной ($\dot{\varepsilon}_i \neq \operatorname{const}$). Тогда кривые нагружения и разгрузки, описываемые зависимостью (7), будут не совпадать и распределение напряжений по дуге контакта становится несимметричным с максимумом, сдвинутым в сторону захвата продукта парой валков (рис. 3).

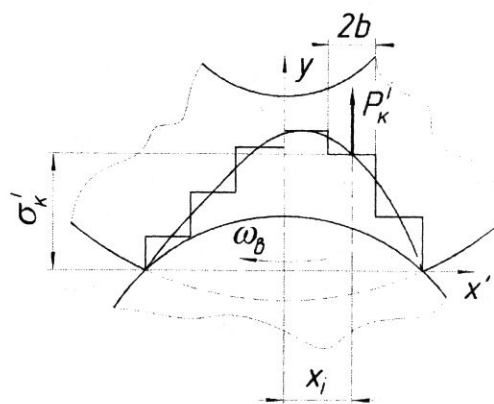


Рис. 3

Моделирование контактного взаимодействия элементов выпускной пары прядильной машины [8] показало, что при статическом взаимодействии основную роль играют упругие свойства материала покрытия и кривая распределения напряжений в зоне контакта симметрична относительно вертикальной оси. При кинематическом взаимодействии существенную роль начинают играть вязкие свойства материала и скорость деформации покрытия валика.

ВЫВОДЫ

1. Получена математическая модель и разработана методика моделирования контактного взаимодействия пары валков в условиях упруговязкого контакта.

2. Анализ напряженно-деформированного состояния показал, что вязкая составляющая напряжения определяет влияние скорости вращения валика на условия зажима продукта в паре валков.

1. *Кузнецов Г.К.* Исследование и методика проектирования валковых отжимных устройств текстильных машин. Дис... докт. техн. наук.– ЛИТЛП, 1970.

2. *Фомин Ю.Г. и др.* Основы теории, конструкция и расчет валковых машин. – Ч.1. – Иваново, 1999.

3. *Кузнецов Г.К.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1967, №5.

4. *Кузнецов Г.К.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1968, №2.

5. *Кузнецов Г.К.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1972, №3.

6. *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия / Пер. с англ. – М.: Мир, 1989.

7. *Крауч С., Стафилд А.* Методы граничных элементов в механике твердого тела / Пер. с англ. – М.: Мир, 1987.

8. *Фарукишин В.В., Волчков О.М.* // Вестник КГТУ. – 2000, №2.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 14.03.03.