

УДК 677.023:62-83

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ  
УПРУГОГО ТРАНСПОРТИРУЕМОГО МАТЕРИАЛА  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛ ТРЕНИЯ**

**MATHEMATICAL MODEL OF ELASTIC DEFORMATION  
OF THE MATERIAL BEING CONVEYED  
UNDER THE ACTION OF FRICTION FORCES**

*В.Ф. ГЛАЗУНОВ*  
*V.F. GLAZUNOV*

(Ивановский государственный энергетический университет)  
(Ivanovo State Power University)  
E-mail: glazunov@drive.ispu.ru

*Получена передаточная функция процесса деформации упругого материала при транспортировании его в условиях действующих на него сил трения. Установлена зависимость параметров передаточной функции зоны деформации материала от его скорости движения и относительного удлинения.*

*The obtained transfer function of the process of elastic deformation of the transported material being conveyed in terms of the acting friction forces. The dependence of the transfer function of the zone of deformation of the elastic material from its speed and relative elongation.*

**Ключевые слова:** текстильный материал, деформация, упругость, скорость.

**Keywords:** textile material, deformation, elasticity, speed.

При разработке систем электроприводов технологического оборудования для непрерывной обработки гибких материалов (бумага, пленка, ткань, нить и пр.), обеспечивающих управление их натяжением и вытяжкой, используются математические модели [1...4], построенные на основе дифференциальных уравнений

процесса вытягивания материала в зоне деформации, ограниченной рабочими органами, задающими его скорость на ее входе и выходе.

Такую модель нельзя использовать для зоны деформации материала, имеющего скорость на ее входе, определяемой силой трения  $F_{тр}$  (рис. 1).

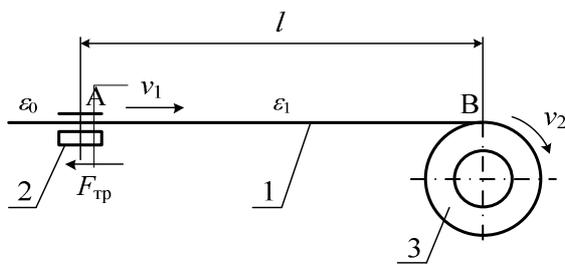


Рис. 1

Так, например, при перематывании нити с бобины шпуляричника на сновальный вал она проходит зону деформации, в которой на нее действуют силы распределенного и сосредоточенного трения [5...7]. Их совокупное действие существенно осложняет задачу анализа процессов деформации нити и основы в целом в переходных режимах работы оборудования.

Рассмотрим процесс деформации материала 1 (рис. 1) при транспортировании его через устройство 2, создающее силу

$$\frac{\ell}{1 + \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1} = \frac{\ell}{1 + \varepsilon_1} + \frac{k\varepsilon_1\Delta t}{1 + \varepsilon_0} - \frac{v_2\Delta t}{2} \left( \frac{1}{1 + \varepsilon_1} + \frac{1}{1 + \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1} \right), \quad (1)$$

где  $\Delta\varepsilon_1$  – приращение относительного удлинения  $\varepsilon_1$  за время  $\Delta t$ ;  $\ell$  – длина зоны деформации, м;  $\varepsilon_0$  – относительное удлинение материала на входе устройства трения;

$\frac{\ell}{1 + \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1}$  – длина материала в зоне деформации АВ (рис. 1) в установившемся режиме после изменения скорости  $v_2$ ;

$\frac{\ell}{1 + \varepsilon_1}$  – длина материала в зоне деформации АВ до момента изменения скорости

$v_2$ ;  $\frac{k\varepsilon_1\Delta t}{1 + \varepsilon_0}$  – длина материала, поступившего в зону деформации за время  $\Delta t$ ;

$\frac{v_2\Delta t}{2} \left( \frac{1}{1 + \varepsilon_1} + \frac{1}{1 + \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1} \right)$  – длина материала, покинувшего зону деформации за время  $\Delta t$ .

После приведения левой и правой частей уравнения (1) к общему знаменателю,

трения  $F_{тр}$ , и намотке в паковку 3. При этом  $F_{тр}$  зависит от скорости  $v_2$  движения материала.

Действующая на участке АВ сила трения вызывает деформацию материала и его относительное удлинение  $\varepsilon_1$ , которое зависит от скорости намотки  $v_2$ . В общем случае зависимость силы трения  $F_{тр}$  от скорости движения материала может выражаться сложной степенной функцией [8], [9].

Для простоты анализа примем эту зависимость линейной, считая скорость  $v_1$  на выходе устройства 2 пропорциональной относительному удлинению  $\varepsilon_1$ :  $v_1 = k\varepsilon_1$ , где  $k$  – экспериментально определяемый коэффициент.

В этом случае известное уравнение материального баланса [1...3] в диапазоне положительных значений  $\varepsilon_1$  при изменении скорости  $v_2$  на величину  $\Delta v_2$  запишется в виде:

приведения подобных и исключения членов второго порядка малости имеем:

$$\ell\Delta\varepsilon_1 + k\varepsilon_1\Delta t = v_2\Delta t + v_2\varepsilon_1\Delta t + v_2\Delta t + \varepsilon_0. \quad (2)$$

Разделив левую и правую части уравнения (2) на  $\Delta t$  и взяв предел отношения  $\frac{\Delta\varepsilon_1}{\Delta t}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ , получим уравнение процесса деформации в виде:

$$\ell \frac{d\varepsilon_1}{dt} + (k - v_2)\varepsilon_1 = v_2(1 + \varepsilon_0). \quad (3)$$

Запишем (3) в виде:

$$\varepsilon_1 \left( \frac{\ell}{k - v_2} s + 1 \right) = v_2 \frac{1 + \varepsilon_0}{k - v_2}, \quad (4)$$

здесь  $\frac{\ell}{k - v_2} = T_n$  – постоянная времени деформации, с.

На основании (4) имеем уравнение деформации:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{T_h s + 1} \frac{1 + \varepsilon_0}{k - v_2} v_2. \quad (5)$$

Передаточная функция зоны деформации:

$$H(s) = \frac{\varepsilon_1(s)}{v_2(s)} = \frac{1 + \varepsilon_0}{T_h s + 1} \frac{1}{k - v_2}. \quad (6)$$

Анализ (4) показывает, что постоянная времени  $T_h$  возрастает с увеличением длины материала в зоне деформации и уменьшением силы сопротивления его движению. Коэффициент усиления передаточной функции (6) возрастает с увеличением входного относительного удлинения  $\varepsilon_0$  и увеличением скорости движения материала.

В реальном диапазоне изменения относительных удлинений и скоростей движения материала, например нити в процессе снования, наибольшее влияние на передаточную функцию (6) оказывают силы сопротивления движению нити в режимах изменения скорости  $v_2$  при пусках и торможениях.

Так как  $k \gg v_2$ , то  $T_h \cong \frac{\ell}{k}$  и (6) можно представить в виде:

$$H(s) = \frac{\varepsilon_1(s)}{v_2(s)} = \frac{1}{k} \frac{(1 + \varepsilon_0)}{\frac{\ell}{k} s + 1}. \quad (7)$$

При этом коэффициент усиления передаточной функции (7) при условии указанных допущений определяется величиной коэффициента  $k$  и входного относительного удлинения  $\varepsilon_0$ .

В случае наличия на месте устройства трения 3 (рис. 1) рабочего органа, транспортирующего нить со скоростью  $v_1$ , передаточная функция зоны деформации согласно [1], [3], [4] имеет вид:

$$H'(s) = \frac{\varepsilon_1(s)}{(v_2 - v_1)(s)} = \frac{k_v}{T_h' s + 1}, \quad (8)$$

где  $k_v = \frac{1}{v_2}$ ,  $T_h' = \frac{\ell}{v_2}$ .

Оценим на численном примере передаточные функции (6) и (8) для зоны деформации с параметрами:  $v_2 = 2$  м/с;  $\varepsilon_1 = 0,05$ ;  $\ell = 10$  м;  $\varepsilon_0 = 0,02$ ;  $k = \frac{\Delta v_2}{\Delta \varepsilon_1} = 40$ ;  $T_h = 0,263$  с;

$$\frac{1 + \varepsilon_0}{k - v_2} = 0,027; \quad k_v = 0,5 \text{ с/м}; \quad T_h' = 5 \text{ с}.$$

Тогда

$$H(s) = \frac{0,027}{0,263s + 1}, \quad (9)$$

$$H'(s) = \frac{0,5}{5s + 1}. \quad (10)$$

Анализ (9) и (10) позволяет говорить о специфике процесса деформации нити, наматываемой с натяжением, определяемым действующими на нее силами трения, существенно влияющими на его инерционность. При этом с ростом сил трения возрастает и инерционность процесса деформации. В связи с этим представляет интерес исследование процесса деформации с учетом имеющей место на практике нелинейной зависимости натяжения материала от скорости его движения.

## ВЫВОДЫ

Математическая модель процесса деформации упругого транспортируемого материала под действием сил трения с учетом принятых допущений может быть представлена апериодическим звеном, коэффициент усиления и постоянная времени которого зависят от силы трения и скорости движения материала, а также его длины в зоне деформации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Быстров А.М., Глазунов В.Ф. Многодвигательные автоматизированные электроприводы поточных линий текстильной промышленности. – М.: Легкая индустрия, 1977.

2. Иванов Г.М. О регулировании натяжения в агрегатах для обработки корда // Изв. вузов. Электромеханика. – 1968, № 12.

3. Куликов А.М., Хавкин В.П. Многозонные перематывающие устройства как объект автоматизации // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1986, № 1.

4. Мильман А.Я. Исследование переходных процессов в натяжении нитей при транспортировании фрикционными роликами // Текстильная промышленность. – 1964, № 4.

5. Корягин С.П. Натяжение нити между направляющими гребенками при сновании // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1983, № 1. С. 34...37.

6. Ефремов Е.Д., Варавка Р.И. Влияние на натяжение нити направляющих гребенок сновальной рамки // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1980, № 4. С. 32...35.

7. Брут-Бруляко А.Б., Сулова Н.Н., Барунова Т.Ю. О натяжении нитей на сновальной машине // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1996, №2. С. 49...52.

8. Брут-Бруляко А.Б., Ступников А.Н. Экспериментальное исследование натяжения льняных нитей в зависимости от скорости снования // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1998, № 2. С.40...43.

9. Николаев С.Д., Сумарокова Р.И., Юхин С.С., Власов П.В. Теория процессов, технология и оборудование подготовительных операций ткачества. – М.: Легпромбытиздат, 1993.

#### REFERENCES

1. Bystrov A.M., Glazunov V.F. Mnogodvigatel'nye avtomatizirovannye jelektro-privody potochnyh linij tekstil'noj promyshlennosti. – М.: Legkaja industrija, 1977.

2. Ivanov G.M. O regulirovanii natjazhenija v agregatah dlja obrabotki korda // Izv. vuzov. Jelektromehanika. – 1968, № 12.

3. Kulikov A.M., Havkin V.P. Mnogozonnye perematyvajushhie ustrojstva kak ob#ekt avtomatizacii // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 1986, № 1.

4. Mil'man A.Ja. Issledovanie perehodnyh processov v natjazhenii nitej pri transportirovanii frikcionnymi rolnikami // Tekstil'naja promyshlennost'. – 1964, № 4.

5. Korjagin S.P. Natjazhenie niti mezhdru napravljajushhimi grebenkami pri snovanii // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 1983, № 1. S. 34...37.

6. Efremov E.D., Varavka R.I. Vlijanie na natjazhenie niti napravljajushhih grebenok snoval'noj ramki // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 1980, № 4. S. 32...35.

7. Brut-Bruljako A.B., Suslova N.N., Barunova T.Ju. O natjazhenii nitej na snoval'noj mashine // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 1996, №2. S. 49...52.

8. Brut-Bruljako A.B., Stupnikov A.N. Jeksperimental'noe issledovanie natjazhenija l'njanyh nitej v zavisimosti ot skorosti snovanija // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 1998, № 2. S.40...43.

9. Nikolaev S.D., Sumarokova R.I., Juhin S.S., Vlasov P.V. Teorija processov, tehnologija i oborudovanie podgotovitel'nyh operacij tkachestva. – М.: Legprombytizdat, 1993.

Рекомендована кафедрой электропривода и автоматизации промышленных установок. Поступила 08.04.16.