

УДК 677.017.463:531.43

**НЕЛИНЕЙНАЯ УПРУГО-ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ДЕФОРМИРОВАНИЯ ХЛОПКОВОЙ ПРЯЖИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ**

**NONLINEAR ELASTIC AND VISCO-PLASTIC MODEL
OF DEFORMATION OF COTTON YARN AT STRETCHING**

К.С. СУЛТАНОВ, С.И. ИСМАИЛОВА, Ш.Э. ТУЛАНОВ
K.S. SULTANOV, S.I. ISMAILOVA, SH.E. TULANOV

(Институт сейсмостойкости сооружений Академии наук Республики Узбекистан,
Ташкентский институт текстильной и легкой промышленности)
(The Institute of Seismic Stability of Constructions
of Academy of Science of the Republic of Uzbekistan,
Tashkent Institute of Textile and Light Industry)
E-mail: sultanov.karim@mail.ru, sultanov.karim@gmail.com

На основе результатов экспериментов построена нелинейная упруго-вязкопластическая модель деформирования хлопковой пряжи при растяжении и показана адекватность полученной модели опытным данным.

On the basis of results of experiments the nonlinear elastic and visco-plastic model of deformation of cotton yarn at stretching is constructed and adequacy to the received model to skilled data is shown.

Ключевые слова: нить, хлопковая пряжа, напряжение, деформация, структура, растяжение, модель деформирования, упруго-вязкопластичность, обрывность нити.

Keywords: thread, cotton yarn, stress, strain, structure, stretching, strain model, elastic-viscousplasticity, thread breakage.

В [1] экспериментальным путем получены нелинейные диаграммы растягивающей силы F от деформации растяжения ϵ для хлопковой пряжи с различной линейной плотностью T . Следуя [2...4], предположили, что причиной проявления нелинейности является изменение структуры хлопковой пряжи при деформировании, следовательно, изменяются физико-меха-

нические свойства пряжи. Полученное в [1] изменение модуля деформации хлопковой пряжи E от относительной деформации ϵ существенно нелинейное. В [5] экспериментально установлено, что при растяжении хлопкового волокна процесс деформирования является упругопластическим.

Цель данной работы заключается в построении физически нелинейной модели деформирования хлопковой пряжи с учетом вязких и пластических свойств материала при растяжении.

В [6...10] на основе наследственной теории вязкоупругости построены физически и геометрически нелинейные законы деформирования синтетических волокон и нитей в виде достаточно сложных интегродифференциальных уравнений с учетом переменности модуля деформации. На основе разработанных нелинейных уравнений состояния предложены методы прогнозирования прочностных свойств текстильных материалов [8]. В [9] также рассмотрены механические модели деформирования синтетических нитей в виде дифференциальных уравнений с учетом переменных модулей деформации. В [10] разработана общая теория деформирования и прочности нитей в рамках статистической теории прочности и концепции наислабейшего звена текстильных нитей и пряжи. Здесь необходимо отметить, что разработанные в [6...10] геометрически и физически нелинейные законы достаточно сложные, и они не учитывают проявления пластических свойств деформирования нитей. Применение этих законов в прикладных задачах механики нитей приводит к сложным нелинейным задачам, решение которых требует преодоления еще больших трудностей. Поэтому построение физически нелинейных моделей деформирования, с учетом упругих, вязких и пластических свойств материала, необходимо начинать с наиболее простых случаев. Таковыми являются механические модели деформирования твердых тел. В [2] подробно проанализированы наиболее часто применяемые механические модели Кельвина-Фойгта, Максвелла и модель стандартно-линейного тела. Среди них наиболее приемлемой для описания процессов деформирования текстильных материалов с учетом вязких свойств считается модель стандартно-линейного тела [2].

Согласно [2] простые механические модели отражают ограниченный спектр явлений, возникающих при деформиро-

вании реальных вязкоупругих тел. Однако их простота и наглядность позволяют в ряде случаев получить легко поддающиеся анализу результаты, которые оказывают неоценимую помощь при выборе более строгих постановок задач. Модель стандартно-линейного тела, являющаяся в определенном смысле комбинацией модели Кельвина-Фойгта и Максвелла, описывает и ограниченную ползучесть, и ограниченную релаксацию и в этом смысле является более совершенной по сравнению с другими моделями [2].

Следуя [2], за основу физически нелинейной модели растяжения хлопковой пряжи принимаем модель стандартно-линейного тела. При этом основной механической характеристикой хлопковой пряжи, на основе результатов [1], принимаем изменение модуля деформации пряжи при ее растяжении вследствие изменения ее структуры при деформировании, как в случаях с полимерными волокнами [3], [4]. Ранее на основе модели стандартно-линейного тела была разработана физически нелинейная упруго-вязкопластическая модель структурно-неустойчивого материала при ее сжатии [11].

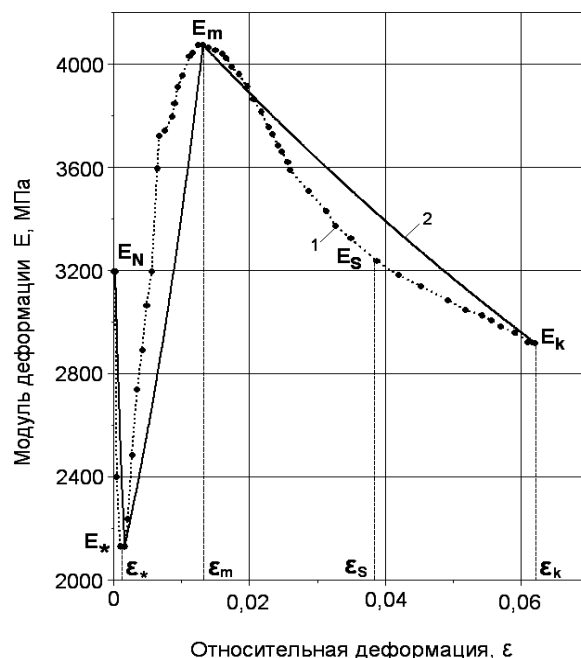


Рис. 1

Характер изменения модуля деформации $E(\epsilon)$ в [1] показывает (кривая 1, рис.1),

что в начале процесса деформирования хлопковой пряжи модуль деформации от начального значения E_N интенсивно падает до значения E_* , достигаемого при $\varepsilon = \varepsilon_*$. Далее наблюдается рост значения E до максимального E_m при $\varepsilon = \varepsilon_m$. Затем идет спад значения модуля E до значения E_S при $\varepsilon = \varepsilon_S$. После достижения E_S значение E либо остается постоянным, либо уменьшается с малой интенсивностью до значения $\varepsilon = \varepsilon_k$. При достижении $\varepsilon = \varepsilon_k$ при $E = E_k$ происходит обрыв хлопковой пряжи.

$$E(\varepsilon) = E_* \exp(\alpha(1 - I_{SA})), I_{SA} = \varepsilon/\varepsilon_* \text{ при } \varepsilon_N \leq \varepsilon \leq \varepsilon_*, \quad (1)$$

$$E(\varepsilon) = E_* \exp(\beta I_{SB}), I_{SB} = (\varepsilon - \varepsilon_*)/(\varepsilon_m - \varepsilon_*) \text{ при } \varepsilon_* < \varepsilon \leq \varepsilon_m, \quad (2)$$

$$E(\varepsilon) = E_S \exp(\gamma(1 - I_{SC})), I_{SC} = (\varepsilon - \varepsilon_m)/(\varepsilon_S - \varepsilon_m) \text{ при } \varepsilon_m < \varepsilon \leq \varepsilon_S, \quad (3)$$

$$E(\varepsilon) = E_k \exp(\theta(1 - I_{SD})), I_{SD} = (\varepsilon - \varepsilon_S)/(\varepsilon_k - \varepsilon_S) \text{ при } \varepsilon_S < \varepsilon \leq \varepsilon_k, \quad (4)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, \theta$ – безразмерные коэффициенты, характеризующие степени изменения E на рассматриваемых участках.

$$\alpha = \ln(E_N/E_*), \beta = \ln(E_m/E_*), \gamma = \ln(E_m/E_S), \theta = \ln(E_S/E_k). \quad (5)$$

Параметрами зависимости $E(\varepsilon)$, как отмечено в [1], являются $E_N, E_*, E_m, E_S, E_k, \varepsilon_N, \varepsilon_*, \varepsilon_m, \varepsilon_S, \varepsilon_k$, значения которых должны определяться на основе обработки экспериментальных диаграмм $F(\varepsilon)$. Кривая 2 на

Ход кривой $E(\varepsilon)$ показывает, что изменение модуля деформации E в интервалах $E_N E_*, E_* E_m, E_m E_S$ и $E_S E_k$ происходит в зависимости от значения деформации. Мерой и параметром структурных изменений пряжи, определяющим степень изменения модуля деформации на этих интервалах, принимаем безразмерный параметр I_S , что позволяет описать кривую $E(\varepsilon)$ следующими соотношениями:

Значения этих коэффициентов можно определить, используя предельные значения E по формулам (1)...(4):

рис.1 получена расчетным путем по формулам (1)...(5) при следующих значениях этих параметров для хлопковой пряжи с линейной плотностью $T=50,0$ текс:

$$\varepsilon_N=0,00025; E_N=3195,0 \text{ МПа}; \varepsilon_*=0,00162; E_*=2130,0 \text{ МПа}; \varepsilon_m=0,01317; E_m=4074,7 \text{ МПа}, \\ \varepsilon_S=0,03267; E_S=3372,7 \text{ МПа}; \varepsilon_k=0,06202; E_k=2920,0 \text{ МПа}.$$

При этом изменение деформации растяжения хлопковой пряжи ε в соответствии с экспериментом (рис. 2) задается в виде:

$$\varepsilon = \varepsilon_k \sin \frac{\pi t}{2t_k}, \quad (6)$$

где ε_k – критическое значение деформации, достигаемое при $t = t_k$, t – время; π – число Пифагора.

На рис. 2 черные точки соответствуют значению деформации в опытах, а сплошная кривая показывает результаты расчетов по формуле (6).

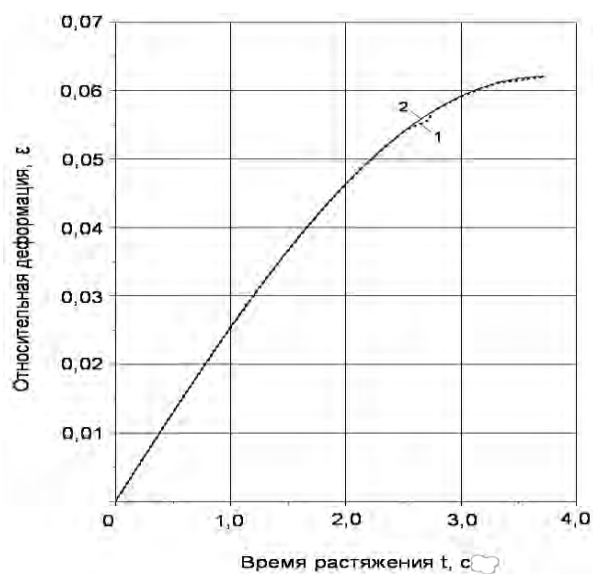


Рис. 2

На рис.1 соответствие зависимостей $E(\varepsilon)$ (кривые 1 и 2) составляет в экстремальных точках 100%, а между экстремальными точками от 70...95%. Так как кривая 1 на рис.1 не является непосредственно результатом эксперимента, а лишь следствием обработки экспериментальной кривой $F(\varepsilon)$, рассмотрим соответственно опытные и расчетные диаграммы $F(\varepsilon)$ или $\sigma(\varepsilon)$. Для этого необходимо сначала рассмотреть модель

$$E_D^{-1}(\varepsilon) \frac{d\sigma}{dt} + E_S^{-1}(\varepsilon) \mu(\varepsilon) \sigma = \frac{d\varepsilon}{dt} + \mu(\varepsilon) \varepsilon \quad \text{при } d\varepsilon/dt > 0, \quad (7)$$

где $E_D(\varepsilon)$, $E_S(\varepsilon)$ – функции динамического ($d\varepsilon/dt \rightarrow \infty$) и статического ($d\varepsilon/dt \rightarrow 0$) растяжения хлопковой пряжи, которые характеризуют изменения модулей деформации в зависимости от значения деформации; $\mu(\varepsilon)$ – функция параметра вязкости хлопковой пряжи, также зависящая от деформации.

Параметр вязкости μ с коэффициентом вязкости η хлопковой пряжи связан по аналогии с [11] соотношением:

$$\mu(\varepsilon) = E_D(\varepsilon)E_S(\varepsilon)/[(E_D(\varepsilon) - E_S(\varepsilon))\eta(\varepsilon)]. \quad (8)$$

Также по аналогии с [11] переменные модули деформации связаны уравнением

$$E_D(\varepsilon) = \delta E_S(\varepsilon). \quad (9)$$

В общем случае значение δ зависит от скорости деформирования и определяется из соотношения [11]:

$$\delta = \delta_N + (\delta_m - \delta_N) \left(\frac{d\varepsilon}{\mu(\varepsilon)dt} \right)^\omega, \quad (10)$$

$$\mu(\varepsilon) = \mu_N \exp(\varepsilon \ln(\delta_m)/\varepsilon_k), \quad (11)$$

где μ_N – начальное значение параметра вязкости, $\omega = 0,1$; δ_N – начальное значение δ ; δ_m – максимально возможное значение δ для хлопковой пряжи.

Уравнение (7) с учетом (8)...(11) описывает процесс упруго-вязкопластического деформирования при растяжении хлопковой пряжи до обрыва с учетом переменности модуля деформации, связанный со структурными изменениями пряжи

деформирования хлопковой пряжи, соответствующую экспериментальным диаграммам $F(\varepsilon)$, приведенным в [1].

Для описания процесса деформирования хлопковой пряжи при растяжении предлагается нелинейная модель, разработанная на основе линейной модели вязкоупругого (стандартно-линейного) тела с учетом переменности параметров для описания стадии нагружения в виде:

согласно соотношениям (1)...(5). Предложенные функции изменения модуля деформации (1)...(4) соответствуют изменению $E_S(\varepsilon)$ в выражении (7), так как в опытах [1] скорость деформирования пряжи $d\varepsilon/dt = 0,015 \text{ с}^{-1}$, что является квазистатическим процессом деформирования. Функция динамического модуля деформации определяется из соотношения (9) с учетом (10) и (11).

Для полноты модели деформирования необходимо учитывать разгрузку пряжи на любой стадии деформирования в диапазоне изменения деформации $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_k$.

Предлагается следующая модель разгрузки пряжи из любой точки диаграммы $\sigma(\varepsilon)$, описываемая уравнением (7):

$$E_R^{-1}(\varepsilon) \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{при} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} \leq 0. \quad (12)$$

В уравнении (12) функцию модуля разгрузки $E_R(\varepsilon)$, зависящую также, как функции $E_D(\varepsilon)$, $E_S(\varepsilon)$, от значений текущей деформации растяжения в разных стадиях деформирования, необходимо определить на основе соответствующих экспериментов растяжения пряжи с учетом разгрузки. Очевидно, что значение E_R в начале процесса деформирования, в упругой стадии, равняется текущему модулю деформации, а далее с ростом значения деформации наклон $E_R(\varepsilon)$ к оси деформации растет и перед обрывом пряжи достигает своего максимального значения.

Уравнения (1)...(12) являются физически нелинейной упруго-вязкопластической моделью деформирования хлопковой пря-

жи при растяжении с учетом скорости растяжения, разгрузки на любом этапе деформирования.

Рассмотрим изменение напряжения по уравнению (7) в соответствии с экспериментом [1], задавая изменение деформации ε по уравнению (6) с использованием вышеприведенных значений параметров модели для пряжи с линейной плотностью $T=50,0$ текс.

Расчеты проводили на ЭВМ с заменой модели деформирования (7) конечно-разностным уравнением. Далее при известных значениях деформации, определяемых по (6), вычисляется значение напряжения по уравнению (7) с использованием соотношений (1)...(5) и (8)...(11). Уравнения разгрузки (12) в этом случае не используются. Процесс деформирования пряжи происходит до обрыва.

Отметим, что в (7) значение параметра вязкости μ неизвестно. На основе опытных значений E_S и соотношений (8)...(11) с некоторыми допущениями можно приблизительно оценить диапазон изменения параметра вязкости μ_N , который меняется от 1 до 1000 с^{-1} . Действительные значения коэффициента вязкости η или параметра вязкости μ должны определяться из соответствующих экспериментов.

Модель деформирования (7) содержит три функции – $E_D(\varepsilon)$, $E_S(\varepsilon)$ и $\mu(\varepsilon)$. Из них $E_S(\varepsilon)$ определяется из соотношений (1)...(4). Используя уравнения (9)...(11), определяем $E_D(\varepsilon)$. Значение μ_N здесь определяем методом последовательных приближений. Известно, что $\delta_N = E_{DN}/E_{SN}$, $\delta_m = E_{Dmax}/E_{Smax}$. Предположим, что для хлопковой пряжи $\delta_N=1,1$; $\delta_m=2$. Далее, используя (11) и варьируя начальными значениями μ_N , можно приблизительно определять значение $\mu(\varepsilon)$ при различных текущих значениях ε .

На рис. 3 кривая 1 – экспериментальная зависимость $\sigma(t)$, полученная в опытах по растяжению пряжи с линейной плотностью $T=50,0$ текс.

Кривая 2 получена при значении параметра вязкости $\mu_N = 1 \text{ с}^{-1}$. В этом случае расхождение расчетной (кривая 2) и опытной (кривая 1) зависимостей $\sigma(t)$ существенное.

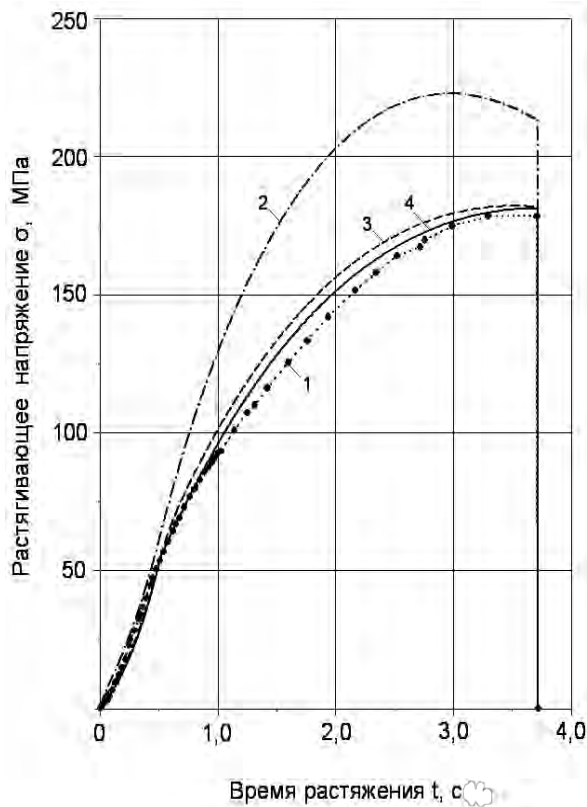


Рис. 3

Кривая 3 (пунктирная) получена при значении $\mu_N = 10 \text{ с}^{-1}$. При этом значении параметра вязкости μ_N расчетная зависимость $\sigma(t)$ значительно приближается к экспериментальной кривой 1. При $\mu_N = 100 \text{ с}^{-1}$ расчетная кривая $\sigma(t)$ (сплошная линия 4) практически совпадает с экспериментальной кривой 1. Разница в этом случае составляет 1...5%. Дальнейший рост значений μ_N не меняет расположения расчетной кривой 4, так как при данной скорости деформирования пряжи $d\varepsilon/dt = 0,015 \text{ с}^{-1}$ и $\delta_N = 1,1$; $\delta_m = 2$ значения $\mu_N = 100 \text{ с}^{-1}$. Принимаем начальное значение параметра вязкости $\mu_N = 100 \text{ с}^{-1}$.

Сопоставление экспериментальных и расчетных диаграмм $\sigma(\varepsilon)$ приведено на рис. 4. Здесь также кривая 1 – эксперимент, а кривые 2...4 соответственно получены при $\mu_N = 1, 10$ и 100 с^{-1} . Как видно из рис. 4, при $\mu_N = 100 \text{ с}^{-1}$ совпадение опытной и расчетной зависимостей $\sigma(\varepsilon)$ происходит с 95...97%-ной точностью при растяжении хлопковой пряжи до обрыва. При $\varepsilon_k = 0,06202$ происходит обрыв пряжи, как в эксперименте.

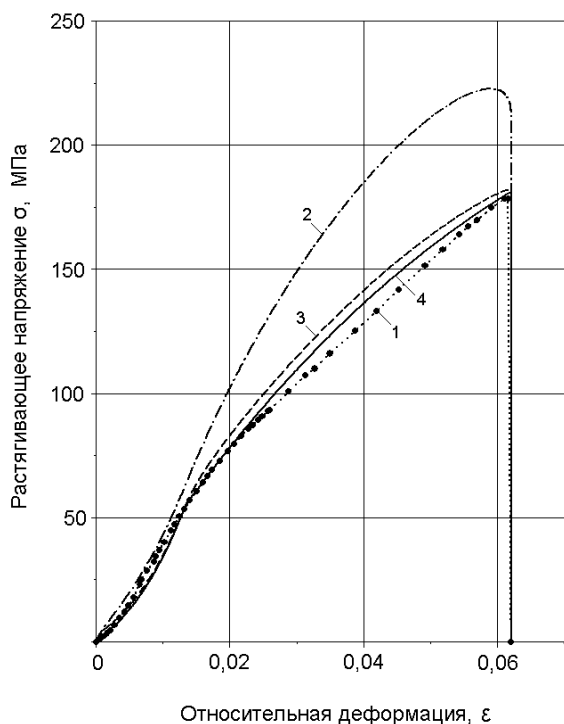


Рис. 4

Как видно из рис.4, нелинейная модель деформирования (7) вполне удовлетворительно описывает процесс растяжения хлопковой пряжи до обрыва, даже в случае значительных расхождений зависимостей $E(\epsilon)$ (рис.1). Это открывает возможность применения разработанной нелинейной модели (7)...(12) в прикладных задачах по определению прочности хлопковой пряжи при квазистатических и динамических нагружениях.

ВЫВОДЫ

1. На основе анализа зависимостей $E(\epsilon)$, полученных на основе обработки экспериментальных диаграмм $F(\epsilon)$, предложены эмпирические формулы для определения модуля деформации хлопковой пряжи в процессе ее растяжения в зависимости от параметра, характеризующего структурные изменения пряжи при деформировании.

2. Предложена нелинейная упруго-вязкопластическая модель деформирования хлопковой пряжи, разработанная на основе механической модели стандартно-линейного тела, являющаяся наиболее простым законом деформирования хлоп-

ковой пряжи для применения в прикладных задачах прочности пряжи.

3. Сопоставлением экспериментальных и теоретических диаграмм $\sigma(\epsilon)$ показано хорошее их совпадение, что подтверждает жизнеспособность предложенной нелинейной модели деформирования при описании процессов растяжения хлопковой пряжи при квазистатических нагружениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Султанов К.С., Исмаилова С.И., Туланов Ш.Э. Экспериментальные закономерности деформирования хлопковой пряжи при растяжении// Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2016, №4.
2. Щербаков В.П. Прикладная и структурная механика волокнистых материалов. – М.: Тисо Принт, 2013.
3. Перепелкин К.Е. Структура и свойства волокон. – М.: Химия, 1985.
4. Перепелкин К.Е. Структура и структурная механика полимерных волокон: современные представления//Химическое волокно. – 2009, №1. С.11...20.
5. Steinberger R.L. Elastic and Plastic Properties of Textile Fibres // Textile Research Journal. – 1934. Vol.4, №5, Part I, pp. 207...234; №6, Part II, pp. 271...285; №7, Part III, pp. 331...347.
6. Сталевич А.М. Исследование упруго-релаксационных свойств синтетических волокон технического назначения: Дис....докт. техн. наук. – Л., 1973.
7. Сталевич А.М. Деформирование ориентированных полимеров. – СПб.: СПГУТД, 2002.
8. Макаров А.Г. Прогнозирование деформационных процессов в текстильных материалах. – СПб.: СПГУТД, 2002.
9. Саркисов В.Ш. Влияние различных факторов на деформируемость и вязкоупругие свойства ориентированных полимеров. Модельные исследования: Дис....докт. техн. наук. – СПб., 2001.
10. Скуланова Н.С. Проектирование технологии и сформированной из нетрадиционных видов сырья аппаратной шерстяной пряжи: Дис....докт. техн. наук. – М., 2009.
11. Султанов К.С. Нелинейный закон деформирования мягких грунтов//Известия РАН. Прикладная математика и механика. – 1998, Т.62, №3. С.503...511.

REFERENCES

1. Sultanov K.S., Ismailova S.I., Tulanov Sh.Je. Jeksperimental'nye zakonomernosti deformirovanija hlopkovoj prjazhi pri rastjazhenii// Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2016, №4.

2. Shherbakov V.P. Prikladnaja i strukturnaja mehanika voloknistyh materialov. – M.: Tiso Print, 2013.
 3. Perepelkin K.E. Struktura i svojstva volokon. – M.: Himija, 1985.
 4. Perepelkin K.E. Struktura i strukturnaja mehanika polimernyh volokon: sovremennye predstavlenija//Himicheskoe volokno. – 2009, №1. S.11...20.
 5. Steinberger R.L. Elastic and Plastic Properties of Textile Fibres // Textile Research Journal. – 1934. Vol.4, №5, Part I, pp. 207...234; №6, Part II, pp. 271...285; №7, Part III, pp. 331...347.
 6. Stalevich A.M. Issledovanie uprugorelaksacionnyh svojstv sinteticheskikh volokon tehnikeskogo naznachenija: Dis....dokt. tehn. nauk. – L., 1973.
 7. Stalevich A.M. Deformirovanie orientirovannyh polimerov. – SPb.: SPGUTD, 2002.
 8. Makarov A.G. Prognozirovanie deformatsionnyh processov v tekstil'nyh materialah. – SPb.: SPGUTD, 2002.
 9. Sarkisov V.Sh. Vlijanie razlichnyh faktorov na deformiruemosť i vjazkouprugie svojstva orientirovannyh polimerov. Model'nye issledovanija: Dis....dokt. tehn. nauk. – SPb., 2001.
 10. Skulanova N.S. Proektirovanie tehnologii i sformirovannoj iz netradicionnyh vidov syr'ja apparatnoj sherstjanoj prjazhi: Dis....dokt. tehn. nauk. – M., 2009.
 11. Sultanov K.S. Nelinejnyj zakon deformirovanija mjadgkih gruntov//Izvestija RAN. Prikladnaja matematika i mehanika. – 1998, T.62, №3. S.503...511.
- Рекомендована заседанием совета лаборатории "Сейсмостойкость грунтовых сред, оснований и фундаментов" Института сейсмостойкости сооружений" АНРУз. Поступила 05.02.16.
-