

**РАСЧЕТНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ  
ДЛЯ ДИАГРАММЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ АРМАТУРЫ  
С ФИЗИЧЕСКОЙ ПЛОЩАДКОЙ ТЕКУЧЕСТИ**

**CALCULATED ACCORDING  
TO THE STRAIN DIAGRAM OF THE REINFORCEMENT  
WITH A PHYSICAL PLAYGROUND OF STRENGTH**

*Н.И. КАРПЕНКО, С.Н. КАРПЕНКО, В.А. ЕРЫШЕВ*  
*N.I. KARPENKO, S.N. KARPENKO, V.A. ERY SHEV*

(Научно-исследовательский институт строительной физики  
Российской академии архитектуры и строительных наук,  
Тольяттинский государственный университет)  
(Scientific Research Institute of Building Physics  
of Russian Academy of Architecture and Construction Sciences  
Togliatti State University)  
E-mail: niist@niist.ru; gsx@tltsu.ru

*Рассматриваются расчетные зависимости описания и построения диаграммы деформирования арматуры с физической площадкой текучести для расчета железобетонных конструкций по нелинейной деформационной модели, в которых параметры деформирования арматуры определяются как функции напряжений, так и деформаций. На основании опытных данных получены значения коэффициентов перехода от базовой точки на диаграмме, соответствующей пределу текучести, к двум другим базовым точкам: пределу упругости и напряжениям при максимальных значениях предельных деформаций, рекомендуемых нормативными документами. Выполнено сравнение диаграмм, построенных по опытным данным и результатам расчета.*

*The calculated dependences of describing and constructing deformation diagrams of valves with the physical plane of strength for the calculation of reinforced concrete structures by non-linear deformation model, in which parameters of the deformation of the reinforcement are determined as a function of stresses and deformations. On the basis of experimental data obtained values of the transition rates from the base point on the diagram corresponding to the yield point, to two other basic points: the limit of elasticity and strain at maximum values of limit deformations that are recommended by regulations. The comparison of graphs built according to experimental data and calculation results.*

**Ключевые слова:** диаграмма деформирования, арматура, напряжения, деформации, расчетные зависимости, опытные данные.

**Keywords:** stress-strain diagram, the reinforcement, stresses, strains, calculated relation, experimental data.

Деформационный метод расчета железобетонных конструкций с использованием диаграмм деформирования бетона и арматуры в последние годы приобрел статус приоритетного. Диаграмма арматуры

разделяется на два участка: линейный – от  $\sigma_s = 0$  до  $\sigma_s = \sigma_{s,el}$ ; нелинейный – от  $\sigma_s = \sigma_{s,el}$  до  $\varepsilon_s = \hat{\varepsilon}_s$ , где  $\sigma_{s,el}$  – предел упругости арматуры,  $\hat{\varepsilon}_s$  – максимальные

значения деформаций. В расчетах по нелинейной деформационной модели диаграмму деформирования горячекатаной арматуры нормативными документами разрешается использовать до нарушения условия:  $\hat{\varepsilon}_s \leq 0,025$  (при нарушении условия стержень выключается из работы).

На отрезке текучести диаграммы выделяется точка с напряжениями, равными пределу текучести  $\sigma_{s0,2}$ , которому соответствуют полные относительные деформации  $\varepsilon_{s0,2}$  и остаточные деформации при разгрузке (параллельно отрезку на линейном участке), равные 0,002 (0,2%). Значения напряжений  $\sigma_{s0,2}$  с обеспеченностью  $2\sigma$  принимают в качестве нормативных ( $R_{sn}$ ) при расчете конструкций по предельным состояниям второй группы и в качестве расчетных ( $R_s$ ) для предельных состояний первой группы ( $\sigma$  – среднеквадратичные отклонения значений  $\sigma_s$  приведены в ГОСТах на арматуру). В обычных расчетах деформации  $\varepsilon_{s0,2}$  и напряжения  $\sigma_{s0,2}$  фактически являются граничными величинами (величинами предела текучести); часть диаграммы в пределах  $\varepsilon_{s0,2} < \varepsilon_s \leq \hat{\varepsilon}_s$  представляет значительный интерес при расчете конструкций на особые воздействия, при моделировании реального характера разрушения. Между напряжениями на границах нелинейного участка и сопротивлением растяжению устанавливается связь в виде:  $\sigma_{s,el} = R_{sn} \eta_{s,el}$ ;  $\hat{\sigma}_s = R_{sn} \hat{\gamma}_s$ , где значения коэффициентов  $\eta_{s,el}$  и  $\hat{\gamma}_s$  определяются по опытным диаграммам и для их назначения требуются дополнительные экспериментальные исследования.

Аналитические зависимости, определяющие связь между напряжениями и деформациями, по опытным данным конструируются таким образом, чтобы диаграмма прошла через три базовые точки с координатами:

$$\sigma_{s,el}, \varepsilon_{s,el}; \sigma_{s0,2}, \varepsilon_{s0,2}; \hat{\sigma}_s, \hat{\varepsilon}_s.$$

Далее рассматриваются аналитические зависимости описания диаграммы деформирования арматуры с физической пло-

щадкой текучести по заданным значениям как напряжений, так и деформаций, а также на основании опытных данных уточняются: условия их применения в границах изменения деформаций с учетом ограничений; параметры диаграммы в базовых точках. В общем виде связь между напряжениями и деформациями на нелинейном участке устанавливается в виде:

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{v_s E_s}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_s$  – полные относительные деформации;  $E_s$  – модуль упругости стали;  $v_s$  – коэффициент секущего модуля ( $E_s v_s$  – секущий модуль,  $\varepsilon_{sy} = \sigma_s / E_s$ ); коэффициент  $v_s$  численно равен отношению упругих деформаций к полным. На линейном участке (при  $\sigma_s \leq \sigma_{s,el}$ )  $\varepsilon_{sp} = 0$  коэффициент  $v_s = 1$  и формула (1) принимает вид  $\varepsilon_s = \sigma_s / E_s$ .

Согласно [1] выражение для коэффициента секущего модуля  $v_s$  – для арматуры записывается в виде:

$$v_s = \hat{v}_s + (v_0 - \hat{v}_s) \sqrt{1 - \omega \eta - (1 - \omega) \eta^2}, \quad (2)$$

где  $\hat{v}_s$  – коэффициент изменения секущего модуля при максимальных напряжениях (при  $\sigma_s = \hat{\sigma}_s$ ,  $\hat{v}_s = \hat{\sigma}_s / E_s \hat{\varepsilon}_s$ ),  $\eta$  – уровень приращения напряжений  $\{\eta = (\sigma_s - \sigma_{s,el}) / (\hat{\sigma}_s - \sigma_{s,el})\}$ ;  $\omega$  – коэффициент, характеризующий кривизну диаграммы:

$$\omega = \frac{(1 - \hat{v}_s)(\eta_{0,2}^2 - 1) + (v_{0,2} - \hat{v}_s)^2}{\eta_{0,2}(\eta_{0,2} - 1)(1 - \hat{v}_s)^2}, \quad (3)$$

$\eta_{0,2}$  – уровень напряжений при  $\sigma_s = \sigma_{s0,2}$ ;  $v_{0,2}$  – коэффициент изменения секущего модуля при  $\sigma_s = \sigma_{s0,2}$ .

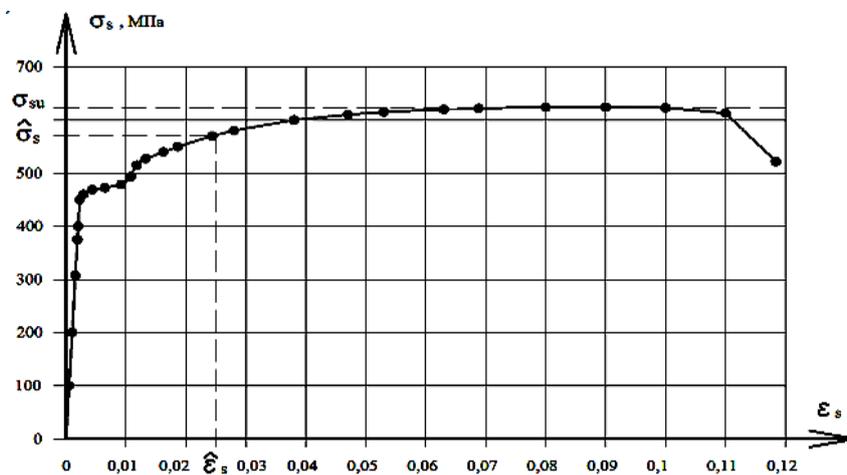
Опытные данные получены при испытаниях стержней арматуры класса А400 диаметром 8,10,12,14 мм на растяжение. При испытаниях стержней арматуры измеряются деформации удлинения  $\Delta \ell$  и усилия  $P$  в сечениях при пропорциональном увеличении нагрузки пресса. Вычисляются значения относительных деформаций  $\varepsilon_s = \Delta \ell / \ell$  и напряжений  $\sigma_s = P / A_s$  на сту-

пенях нагружения, где  $\ell$  – база измерений деформаций;  $A_s$  – площадь сечения стержня. Для каждого испытания определяются

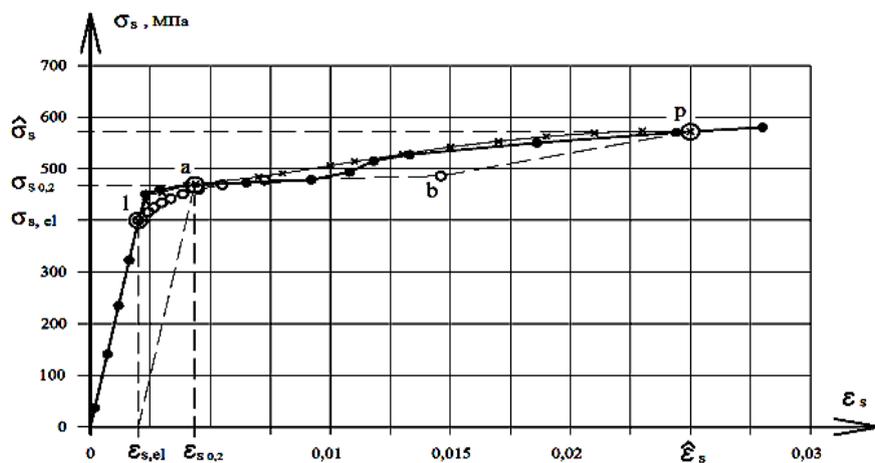
координаты базовых точек:  $\hat{\sigma}_s$  при  $\varepsilon_s = \hat{\varepsilon}_s = 0,025$ ;  $\sigma_{s0,2}$ ,  $\varepsilon_{s0,2}$ ;  $\sigma_{s,el}$ ,  $\varepsilon_{s,el}$  (табл. 1).

Таблица 1

Диаметр арматуры, мм	$\hat{\sigma}_s$ , МПа	$\sigma_{s0,2}$ , МПа	$\varepsilon_{s0,2}$	$\sigma_{s,el}$ , МПа	$\varepsilon_{s,el}$	$\eta_{s,el} = \frac{\sigma_{s,el}}{\sigma_{s0,2}}$	$\hat{\gamma}_s = \frac{\hat{\sigma}_s}{\sigma_{s0,2}}$
8	593	492	0,0045	422	0,0021	0,858	1,205
	571	478	0,0044	418	0,00209	0,874	1,19
	553	465	0,0043	395	0,00197	0,849	1,189
10	524	456	0,0043	391	0,00196	0,857	1,149
	601	490	0,0045	400	0,002	0,816	1,22
12	592	454	0,0044	392	0,00196	0,863	1,3
	601	458	0,0044	393	0,00195	0,858	1,3
	613	465	0,0045	392	0,00194	0,843	1,31
14	520	462	0,0042	401	0,00198	0,867	1,125
Средние значения	574	469	0,00438	400	0,00199	0,853	1,22



а)



б)

Рис. 1

По средним параметрам деформирования строится полная диаграмма  $\varepsilon_s - \sigma_s$  (рис. 1-а). Из полной диаграммы (рис. 1 – к построению диаграммы деформирования арматуры класса А400: а) – полная диаграмма; б) – участок диаграммы, ограниченный максимальными деформациями, принятыми в нормах; – · – опытные значения; –х– расчет по формуле (6); –о– расчет по формуле (1)) выделяется участок деформирования (рис. 1-б) согласно условию  $\hat{\varepsilon}_s \leq 0,025$ . На диаграмме отмечается точка а с напряжением  $\sigma_{s0,2} = 469$  МПа, значение которого определяется по описанному выше правилу. Из соотношения между средними значениями напряжений в базовых точках  $l$ , а и р определяются: коэффициент перехода к напряжениям  $\sigma_{s,el}$  предела упругости  $\eta_{s,el}=0,85$  ( $\sigma_{s,el} = 0,85\sigma_{s0,2}$ ) и коэффициент перехода к максимальным напряжениям  $\hat{\gamma}_s = 1,22$  ( $\hat{\sigma}_s = 1,22 \sigma_{s0,2}$ ). Для аналитического описания выделенного участка диаграммы применяем зависимости (1), (2) и (3). В результате проведенных исследований устанавливается, что коэффициент кривизны  $\omega$  в формуле (3) должен удовлетворять условию  $\omega \leq 2$ .

$$v_{\Delta s} = \hat{v}_{\Delta s} + \hat{v}_{\Delta s}(1 - \eta_{\Delta d}) + c\hat{v}_{\Delta s}(1 - \eta_{\Delta d})^k [v_{\Delta 0} - (2 + c)\hat{v}_{\Delta s}](1 - \eta_{\Delta d})^n. \quad (4)$$

После преобразований находим:

$$v_s = \frac{\varepsilon_{s,el} + \varepsilon_{\Delta s} v_{\Delta s}}{\varepsilon_s}. \quad (5)$$

Из формулы (1) с учетом (5) следует

$$\sigma_s = \varepsilon_s E_s v_s. \quad (6)$$

Расчетная кривая  $\{ar$  (рис. 1-б), полученная по формуле (6) при значениях констант:  $c=2$ ,  $k=7$ ,  $n=20$  в зависимости (4), проходит через опытные базовые точки и достаточно удовлетворительно описывает промежуточные их значения на нелинейном участке деформирования в пределах изменения деформаций  $\varepsilon_{s,el} \leq \varepsilon_s \leq \hat{\varepsilon}_s$  ( $\hat{\varepsilon}_s = 0,025$ ).

Если это условие нарушается, то зависимость (2) становится справедливой только на участке  $lab$  (рис. 1-б), до уровня напряжений  $\eta \leq \bar{\eta}$ , где  $\bar{\eta} = 0,92/(\omega - 1)$ . Выше уровня  $\bar{\eta}$ , вплоть до вершины диаграммы, допускается вводить линейный отрезок диаграммы (b-p). Согласно опытным данным условие  $\omega \leq 2$  выполняется до значений  $\gamma_{su} = 1,04$ , однако величина относительных деформаций при соответствующем уровне напряжений составляет только 0,014.

В расчетах железобетонных конструкций с использованием МКЭ в форме перемещений возникает необходимость вычислять значения коэффициента  $v_s$  при заданных величинах деформаций (или уровнях деформаций  $\eta_d = \varepsilon_s / \hat{\varepsilon}_s$ ). В работе [3] нелинейный участок (при  $\sigma_s > \sigma_{s,el}$ ) представляется через приращения напряжений  $\sigma_{\Delta s}$  и приращения деформаций  $\varepsilon_{\Delta s}$  ( $\sigma_{\Delta s} = \sigma_s - \sigma_{s,el}$ ;  $\varepsilon_{\Delta s} = \varepsilon_s - \varepsilon_{s,el}$ ). На нелинейном отрезке диаграммы  $\sigma_{\Delta s} = \varepsilon_{\Delta s} E_s v_{\Delta s}$ . Исследования [1], [3], [4] показали, что для определения  $v_{\Delta s}$  от уровня приращения деформаций  $\eta_{\Delta d} = \varepsilon_{\Delta s} / \hat{\varepsilon}_{\Delta s}$  можно использовать следующую зависимость:

## В Ы В О Д Ы

1. На основании опытных данных испытаний стержней арматуры класса А400 получены значения: коэффициента перехода от напряжений текучести арматуры к напряжениям предела упругости  $\eta_{s,el}=0,85$ ; коэффициента перехода  $\hat{\gamma}_s = 1,22$  от напряжений текучести арматуры к напряжениям, соответствующим предельным значениям деформаций  $\hat{\varepsilon}_s = 0,025$ .

2. Рассмотренные зависимости вычисления параметров диаграммы арматуры как при заданных значениях напряжений (уровней напряжений), так и деформаций (уровней деформаций) дают возможность описывать через опытные базовые точки нелинейный участок диаграммы, вплоть до значений деформаций, равных 0,025. Если

возникает необходимость вычислять параметры диаграммы через напряжения (уровни напряжений  $\eta$ ), то в формулу (2) на их значения вводятся ограничения  $\eta \leq \bar{\eta}$ . В случае  $\eta > \bar{\eta}$  допускается применять линейную зависимость.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Карпенко Н.И., Карпенко С.Н. О диаграммной методике расчета деформаций стержневых элементов и ее частных случаях // Бетон и железобетон. – 2012, №6. С.20.
2. Карпенко Н.И., Ерышев В.А., Латышева Е.В., Бондаренко А.С. Деформации железобетонного элемента с учетом усадочных деформаций // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета, серия: Строительство и архитектура. – 2013, №31(50). Ч.2. Строительные науки. С.344...358.
3. Карпенко С.Н. Модели деформирования железобетона в приращениях и методы расчета конструкций: Дис...докт. техн. наук. – М., 2010.
4. Karpenko Nikolay I., Eryshev Valery A., Latysheva Ekaterina V. Stress-strain Diagrams of Concrete Under Repeated Loads with Compressive Stress-

es // Procedia Engineering. – Vol. 111, 2015. P. 371...377.

#### REFERENCES

1. Karpenko N.I., Karpenko S.N. O diagrammnoj metodike rascheta deformacij stержnevyyh jelementov i ee chastnyh sluchajah // Beton i zhelezobeton. – 2012, №6. S.20.
2. Karpenko N.I., Eryshev V.A., Latysheva E.V., Bondarenko A.S. Deformacii zhelezobetonogo jelementa s uchetom usadochnyyh deformacij // Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arhitekturno-stroitel'nogo universiteta, serija: Stroitel'stvo i arhitektura. – 2013, №31(50). Ch.2. Stroitel'nye nauki. S.344...358.
3. Karpenko S.N. Modeli deformirovanija zhelezobetona v prirashhenijah i metody rascheta konstrukcij: Dis...dokt. tehn. nauk. – М., 2010.
4. Karpenko Nikolay I., Eryshev Valery A., Latysheva Ekaterina V. Stress-strain Diagrams of Concrete Under Repeated Loads with Compressive Stresses // Procedia Engineering. – Vol. 111, 2015. P. 371...377.

Рекомендована Ученым советом НИИСФ РААСН. Поступила 15.05.16.