

УДК 624.042.8

**АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ МОСТОВ
ПРИ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ ДВИЖЕНИЯ АВТОЦИСТЕРН
С ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМ НЕДОЛИВОМ**

**THE ANALYSIS OF FLUCTUATIONS OF FLYING STRUCTURES OF BRIDGES
AT THE TRANSITIONAL MODES OF THE MOVEMENT OF TANKER TRUCKS
WITH THE OPERATIONAL INCOMPLETE FILLING**

С.Ю. ГРИДНЕВ, А.Н. БУДКОВОЙ
S.YU. GRIDNEV, A.N.BUDKOVYOY

(Воронежский государственный технический университет)
(Voronezh State Technical University)
E-mail: rector@vorstu.ru

Ставилась задача анализа совместных колебаний системы пролетное строение + автоцистерна с помощью объединения разработанных ранее алгоритмов в единую методику для выявления особенностей поведения транспортного сооружения при подвижной нагрузке. Разработана методика мо-

делирования совместных колебаний пролетных строений мостов и автоцистерн. Приведен алгоритм выполнения численных исследований. Проанализированы результаты вычислительных экспериментов. Анализ численных исследований выявил особенности нестационарных колебаний пролетных строений при переходных режимах движения по ним автоцистерн с эксплуатационным недоливом.

The task of the analysis of joint fluctuations of the flying structure + tanker truck system by means of association of the algorithms developed earlier in a uniform technique for detection of features of behavior transport constructions was set at mobile loading. The technique of modeling of joint fluctuations of flying structures of bridges and tanker trucks is developed. The algorithm of performance of numerical researches is given. Results of computing experiments are analysed. The analysis of numerical researches has revealed features of non-stationary fluctuations of flying structures at the transitional modes of the movement of tanker trucks on them with an operational incomplete filling.

Ключевые слова: автоцистерна с эксплуатационным недоливом, переходный режим движения, пролетное строение моста, совместные колебания, вычислительный эксперимент, численные исследования.

Keywords: a tanker truck with an operational incomplete filling, the transitional mode of the movement, a flying structure of the bridge, joint fluctuations, a computing experiment, numerical researches.

Исследования колебаний пролетных строений мостов под действием подвижной нагрузки выполняются в предположении о постоянстве скорости движения. В настоящее время возросла доля неравномерного движения в общем объеме ездового цикла транспортных средств. В научных исследованиях в должной мере не изучены вопросы нормирования динамической нагрузки при неравномерном движении в зависимости от его режимов и параметров. Значительно вырос процент тяжелых специализированных автотранспортных средств в общем транспортном потоке, перевозящих жидкие грузы. Практика эксплуатации показывает, что именно при неравномерном движении автоцистерн по транспортным сооружениям наиболее существенно проявляются особенности их динамического поведения, которые предопределяются повышенным динамическим воздействием.

Существующая система нормирования воздействия подвижной нагрузки весьма несовершенна и справедливо подвергается критике со стороны авторитетных специалистов [1].

Настоящее исследование посвящено анализу колебаний балочных систем при режимах движения автомобиля, максимально приближенных к реальным условиям эксплуатации и опасным с позиции возникновения сверхнормативных динамических воздействий на несущие конструкции транспортных сооружений.

В работах [2...10] авторами поэтапно была разработана методика динамического расчета совместных колебаний системы автоцистерна + балочная система при переходных режимах движения с учетом подвижности жидкости в полости цистерны и кинематического возмущения в детерминированной постановке. Исследовано и оценено динамическое воздействие автомобилей на балочные системы при переходных режимах движения по гладкому пути и с учетом неровностей профиля проезжей части [2], [3], [6]. Предложена методика учета подвижности жидкости с использованием механического аналога [4]. Разработана плоская динамическая модель автоцистерны с учетом подвижности жидкости,

явления гидроудара и разбоя котла цистерны на независимые отсеки для определения дополнительных, сверхнормативных нагрузок на пролетные строения автодорожных мостов [5], [7]. Исследованы особенности совместных колебаний балочных систем и автоцистерн по разработанным методикам и оценены динамические коэффициенты [8]. Даны практические рекомендации по натурным испытаниям мостов балочных схем на проезд автомобилей с жидкими и твердыми грузами с установившимся ускорением [9], [10]. По всем разработанным методикам и алгоритмам составлены вычислительные программы для ЭВМ, которые зарегистрированы в ОФПА Агентства по образованию РФ.

В настоящей статье объединены ранее поэтапно выполненные исследования для анализа поведения колебательной системы балочная система + подвижная нагрузка.

Колебания автомобиля при переходных режимах движения. Для оценки воздействия транспортных средств при переходных режимах движения за основу взята нелинейная плоская динамическая модель трехосного автомобиля с пятью степенями свободы. Уравнения ее колебаний получены из пространственной модели отбрасыванием уравнений, соответствующих поперечным кренам осей и подрессоренной

части. Базовые положения методики использования таких моделей в динамических расчетах автодорожных мостов разработаны в [11].

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение автомобиля, подробно приведена в [2].

Переходными будем называть режимы, связанные с существенным изменением скорости движения и появлением горизонтального ускорения. В общем случае скорость автомобиля может меняться синусоидально, линейно или по любому другому более сложному закону. Наиболее распространенным является случай движения с постоянным во времени ускорением, то есть равноускоренное (разгон) или равнозамедленное (торможение) движение. Определяющим параметром в этом случае является величина установившегося ускорения. Схема моделирования таких режимов описана в работах [2], [3].

При неравномерном движении в рассмотренной модели дополнительно необходимо учесть горизонтальные силы инерции подрессоренной массы (рис. 1 – плоская модель трехосного автомобиля с пятью степенями свободы для изучения переходных режимов движения и схема распределения момента от сил инерции на оси).

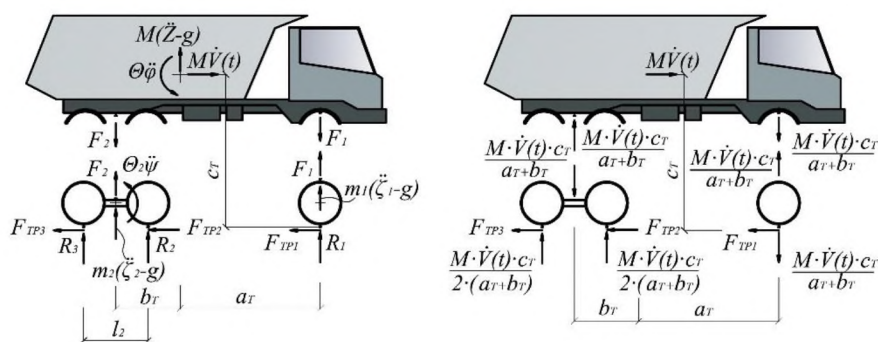


Рис. 1

Уравнение угловых колебаний с учетом сил инерции принимает вид:

$$\ddot{\Theta}\dot{\psi}(t) + F_1(v_1, \dot{v}_1)a - F_2(v_2, \dot{v}_2)b + M\dot{V}(t)c = 0. \quad (1)$$

Исследования ограничены плоской постановкой для выявления основных особенностей динамического поведения балочной системы при воздействии автомобиля на путь при движении в режиме торможения и

разгона. Разработанный алгоритм и методика позволят в дальнейшем без значительных изменений изучить поведение балочной системы при движении со скоростью, меняющейся по произвольному закону, а также решить задачу в пространственной постановке.

Моделирование колебаний автоцистерн с учетом подвижности жидкости при неравномерном движении. Автоцистерны с эксплуатационным недоливом отличаются от других транспортных средств возможностью перемещения жидкости внутри полости цистерны и колебаний свободной поверхности. Используется допущение о том, что колебания автоцистерн можно рассматривать как процесс взаимодействия двух зависимых систем: жидкости и твердой части цистерны. Связь между системами определяется взаимной передачей параметров. Влияние жидкости на твердую часть автоцистерн учитывается через гидродинамическое давление на стенки котла. Возмущением от твердой части при рассмотрении колебаний жидкости является ускорение.

С целью определения дополнительных нагрузок на пролетные строения автодорожных мостов в работе [4] авторами была предложена динамическая модель с использованием механического аналога жидкости и методика моделирования колебаний автоцистерн с учетом продольных колебаний жидкости в полости цистерны, разработанная в [13]. В ней жидкость заменяется эквивалентным твердым телом, а сила взаимодействия жидкости с емкостью пропорциональна относительному перемещению тела $P = c x$ (в случае отсутствия демпфирования). При этом полагается, что часть массы m_0 , находящаяся в нижней части емкости, не участвует в колебаниях по отношению к резервуару цистерны (рис. 2 – схема механической модели для описания продольных колебаний жидкости).

$$\omega_n = \sqrt{(2n-1)\pi(g/\ell)\text{th}\left[\pi(2n-1)\frac{h}{\ell}\right]},$$

$$m_n = m_{\text{ж}} \cdot 8 \frac{\ell}{h} \frac{\text{th}\left[(2n-1)\pi\frac{h}{\ell}\right]}{(2n-1)^3\pi^3},$$

$$c_n = m_{\text{ж}} \cdot 8 \frac{g}{h} \frac{\text{th}^2\left[(2n-1)\pi\frac{h}{\ell}\right]}{(2n-1)^2\pi^2}, \quad (2)$$

$$h_n = \frac{h}{2} \left(1 - \frac{\ell}{h} \frac{\text{th}\left[(2n-1)\pi\frac{h}{2\ell}\right]}{(2n-1)\pi} \right).$$

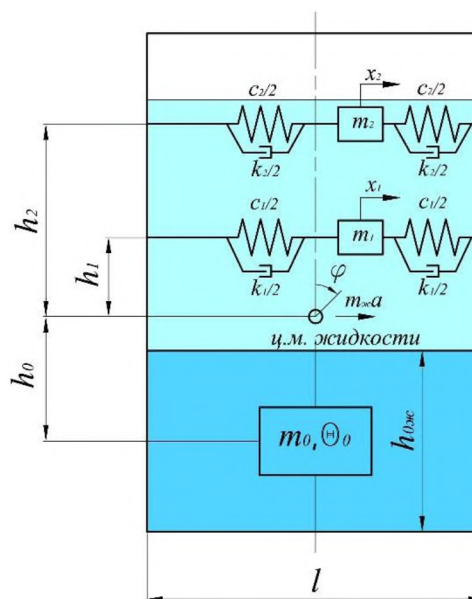


Рис. 2

При создании модели рассмотрен случай колебаний жидкости массой $m_{\text{ж}}$ и плотностью $\rho_{\text{ж}}$ в сосуде, имеющем форму параллелепипеда с размерами $\ell \times b \times h_{\text{рот}}$. Если высота уровня жидкости h , то масса жидкости m_n , участвующая в колебаниях по форме с номером n и частотой ω_n , соответствующий коэффициент жесткости c_n и расстояние h_n определяются по формулам (3).

Уравнение колебаний n -го груза при этом принимает вид:

$$m_n(\ddot{x}_n + h_n\ddot{\phi}) + k_n\dot{x}_n + c_n x_n - m_n g \phi - m_n a = 0, \quad (3)$$

где ϕ – угол поворота кузова (твердой части) автоцистерны.

Решая в общем случае совокупность из n уравнений движений грузов, соответствующих n первым собственным формам колебаний жидкости, получаем силы, действующие со стороны жидкости на полость цистерны, и отвечающие им смещения центров масс грузов.

Как показали численные исследования, массы эквивалентных грузов, соответствующие второй и последующим формам колебаний жидкости, на порядок меньше, чем первой, а их учет не оказывает существенного влияния на движение системы в целом.

Модель автоцистерны с использованием механического аналога была усовершенствована для исследования переходных режимов движения с учетом явления гидроудара и членения полости цистерны на отсеки в работе [5].

При продольных колебаниях жидкости в полости цистерны в момент замачивания потолка начинает развиваться явление гидроудара, которое становится определяющим при больших ускорениях. Для учета этого явления после замачивания потолка жесткость c_n , полученная из уравнений (2), увеличивается по экспоненциальной зависимости, предложенной А.О. Шимановским в [12] на основе анализа результатов широкомасштабных численных исследований при проведении вычислительных экспериментов.

В общем случае цистерна может состоять из нескольких отсеков разного объема и наполнения. На рис. 3 приведена динамическая модель цистерны, состоящая из трех отсеков, с учетом подвижности жидкости. Для упрощения задачи и большей наглядности считаем отсеки одинакового объема и наполнения.

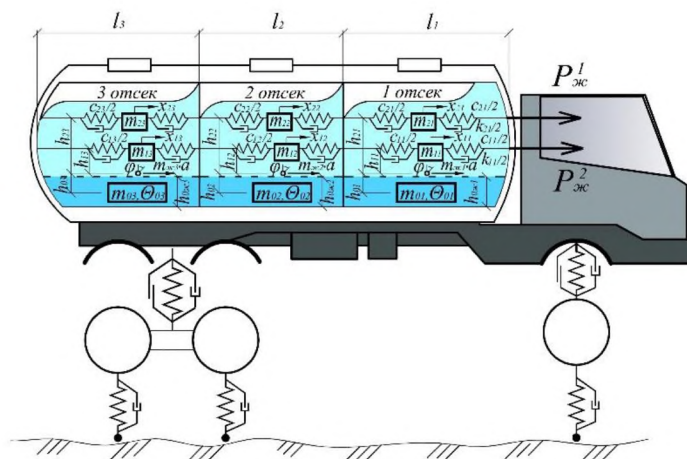


Рис. 3

В разработанной модели общую массу системы удобно разложить на три составляющие: массу механической (твердой) части m_T , массу жидкости m_0 , не участвующую в колебаниях, и массу колеблющейся жидкости $\sum_{j=1}^n m_j$. Таким образом, в уравнение угловых колебаний системы (1) войдет уже не

одно дополнительное слагаемое, а три. Причем инерция масс m_T и m_0 учитывается в явном виде, а масса $\sum_{j=1}^n m_j$ с учетом гидродинамических явлений из решения дифференциального уравнения (3).

С учетом вышесказанного уравнение угловых колебаний принимает вид:

$$\begin{aligned}
 & (\theta_T + \theta(t))\ddot{\phi}_T(t) + F_1(v_1, \dot{v}_1)a_T(t) - F_2(v_2, \dot{v}_2)b_T(t) - \\
 & - m_T a_{c_T} - i m_0 a(c_T + h_0) - i \sum_{j=1}^n P_{ж}^j(c_T + h_j) = 0.
 \end{aligned} \tag{4}$$

В уравнении (4) индексы Т указывают на принадлежность параметров к механической (твердой) части системы. Плечи сил h_0 и h_j находятся из геометрических соображений. Параметры системы Θ_T , a_T и b_T становятся функциями времени и определяются в зависимости от положения грузов x_n в механической модели жидкости.

Совместные колебания балочной системы и одиночной автоцистерны при не-

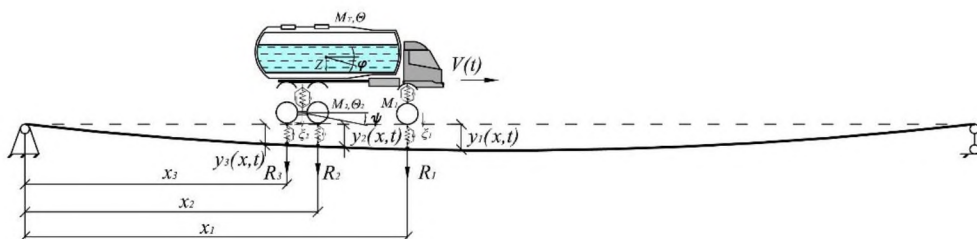


Рис. 4

Построен алгоритм [8] и создана на его основе вычислительная программа для ЭВМ. Для решения задачи и анализа полученных результатов авторами использован пакет моделирования динамических и событийно управляемых систем Simulink вычислительного комплекса MATLAB, который был разработан специально для изучения поведения динамических систем. Решение дифференциальных уравнений получаем в численном виде методом Рунге-Кутты 4-5 порядков.

Некоторые вопросы влияния кинематического возмущения в детерминированной постановке рассмотрены в работе [6].

Анализ численных исследований. Выполнена серия вычислительных экспериментов с целью исследования колебаний балочной системы в зависимости от величины ускорения при равнопеременном движении автоцистерны, участка появления ускорения, учета подвижности жидкости и деления полости цистерны на независимые отсеки.

равномерном движении рассмотрим на примере разгона и торможения. В качестве расчетной схемы балочной системы принята шарнирно опертая балка длиной l_0 , которая часто используется как расчетная схема балочного пролетного строения моста (рис. 4 – расчетная схема колебательной системы автомобиль + мост для изучения воздействия от переходных режимов движения).

Основные численные результаты для автомобилей с твердыми грузами представлены в [8]. Для автоцистерн изучался преимущественно процесс торможения – как наиболее приближенный к реальным условиям эксплуатации.

В ходе численных исследований выявлены основные закономерности поведения балочной системы при торможении автоцистерны с учетом подвижности жидкости и деления полости цистерны на отсеки. Получены динамические коэффициенты прогибов середины балочной системы при различных параметрах движения. Для выполнения моделирования использованы геометрические размеры и параметры инертности трехосной автоцистерны 66052 на базе КамАЗ. Диапазон исследуемых ускорений $2 \dots 6 \text{ м/с}^2$. Максимальная величина установившегося замедления принята в соответствии [табл. 3, 14] и данными соответствующих иностранных нормативов.

Характеристики пролетного строения приняты следующими:

$$l_0 = 42,5 \text{ м}; EJ_z = 97609500 \text{ кН} \cdot \text{м}^2; m_0 = 8,044 \text{ т/м}; k_0 = 3,24 \cdot 10^{-4} \text{ с}; \omega_1 = 19,03 \text{ с}^{-1}.$$

При определении перемещений балочной системы удерживалось от 1 до 3 соб-

ственных форм колебаний. Влияние обратной связи во всех диапазонах ускорений и

степени заполнения полости в ходе вычислительного эксперимента выявлено незначительным.

Максимальный динамический эффект в расчетном (среднем) сечении пролетного строения проявляется при торможении автоцистерны в пределах первой половины пролета (рис. 5 – прогибы середины пролета при разбиении котла на отсеки и

95%-ном заполнении при торможении автоцистерны с ускорением 6 м/с^2 в различных частях пролета). Результаты показывают, что в этом случае суммарное динамическое давление от всех осей так же, как и в случае с твердым грузом, достигает максимума ближе к расчетному сечению, вызывая наибольшие усилия и прогибы в конструкциях.

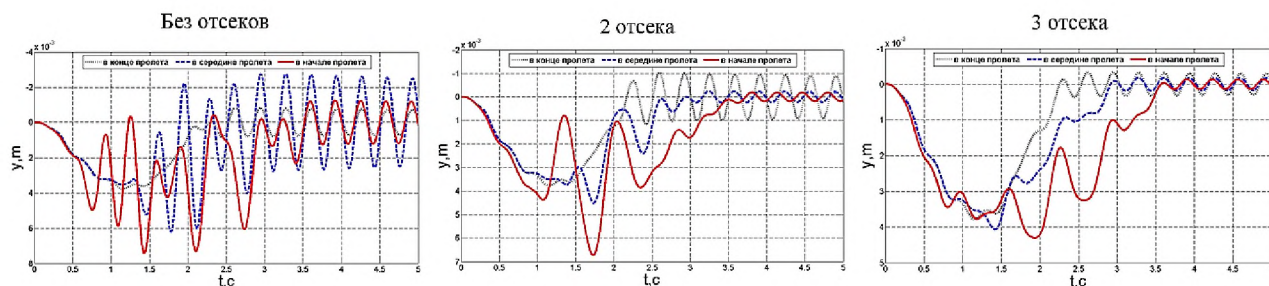


Рис. 5

Особый практический интерес имеет максимальный динамический эффект, полученный непосредственно от учета подвижности жидкости. Для этого, основываясь на

результатах [7], принимается уровень заполнения полости цистерны, дающий максимальное динамическое давление при каждом значении ускорения, % (табл. 1).

Таблица 1

Величина ускорения, м/с^2	Количество отсеков		
	без отсеков	2 отсека	3 отсека
2	94	99	99
4	88	97	99
6	84	96	98

Результаты вычислительных экспериментов при торможении автоцистерны с разными ускорениями в начале пролета при

разбиении на отсеки и различных уровнях наполнения приведены на рис. 6.

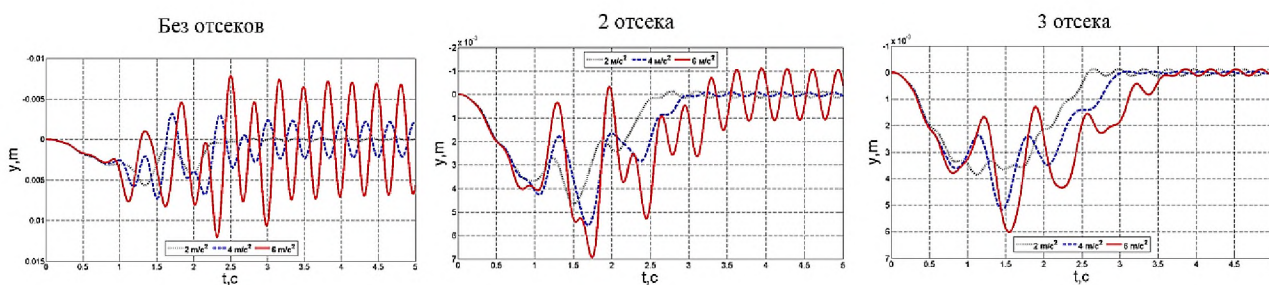


Рис. 6

Отличительной особенностью совместных колебаний с учетом подвижности жидкости внутри полости автоцистерны в предложенной модели является то, что частота вынужденных колебаний зависит от геометрических размеров объема жидкости,

наличия свободной поверхности, количества отсеков, величины ускорения, а также возникновения гидроудара. Учет гидроудара введением экспоненциальной зависимости существенно увеличивает частоту вынужденных колебаний и приближает пе-

риоды воздействия такой нагрузки к значениям, полученным без учета подвижности жидкости. При малых ускорениях это 0,6...0,7 с. Однако с увеличением ускорения и проявлении гидроудара увеличивается частота воздействия подвижной нагрузки (существенно возрастает жесткость пружины в предложенной модели). В рассмотренном примере периоды воздействия 0,3...0,4 с достигаются при торможении с ускорением 6 м/с² и заполнении цистерны около 85% без отсеков. В этом случае при существенном увеличении динамических давлений осей проявляются еще и резонансные явления. Такой характер воздействия транспортного средства при эксплуатационном недоливе жидкости в кузове 10...20%, отсутствии отсеков и гасителей колебаний является крайне неблагоприят-

ным для эксплуатации пролетного строения моста.

Максимальные динамические коэффициенты для прогиба середины пролета сведены в табл. 2, на рис. 7 построены графики динамических коэффициентов при торможении автоцистерны с различными ускорениями при делении на отсеки.

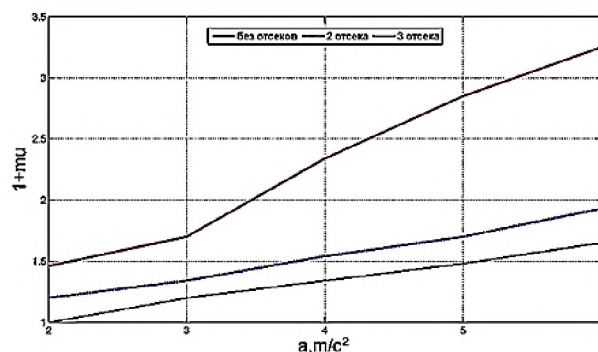


Рис. 7

Таблица 2

Величина ускорения, м/с ²	Место начала торможения	Количество отсеков	Макс. динамич. коэф. по жидкости	Макс. сум. динамич. коэф., 1+μ
6	начало пролета	без отсеков	2,54	3,25
		2	1,51	1,93
		3	1,29	1,65

Для автоцистерны без отсеков на рис. 7 отчетливо виден перелом графика в диапазоне ускорений 3...4 м/с², что вызвано проявлением гидравлического удара.

ВЫВОДЫ

Анализ полученных результатов моделирования совместных колебаний балочных систем и одиночных транспортных средств с использованием разработанных авторами методики и программ убедительно показал необходимость учета целого ряда факторов при изучении динамического воздействия подвижной нагрузки: неравномерность движения, специфики перевозимых грузов, длины пролетного строения. Эти факторы обязательно должны учитываться при формировании нормативной базы динамических коэффициентов. Автоцистерны необходимо выделить в специализированный вид подвижной нагрузки. Полученные нами результаты подтверждают обоснованность критических замечаний в вопросе

нормирования динамических коэффициентов к временной нагрузке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саламахин П.М. Недостатки действующих нормативных вертикальных временных нагрузок на автодорожные мостовые сооружения // Транспортное строительство. – 2012. Вып. №11. С.28...32.
2. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Методика расчета динамического давления большегрузных транспортных средств при изменении режима движения // Современные методы статического и динамического расчета зданий и сооружений. – Воронеж: Научная книга, 2007. Вып. 4. С. 79...86.
3. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Исследование динамического воздействия автотранспортных средств на пролетные строения мостов при переходных режимах движения // Сб. тр. Междунар. конф.: Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики. – Воронеж, 2009, №1. С.128...135.
4. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Использование механического аналога жидкости для моделирования колебаний автоцистерны при разгоне и торможении // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. – Вып. № 1 (21), 2011. С. 98...106.
5. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Совершенствование модели автоцистерны с использованием меха-

нического аналога жидкости для исследования переходных режимов движения // Мат. II Междунар. дистанционной науч.-техн. конф.: Актуальные проблемы динамики и прочности материалов и конструкций: модели, методы, решения: – Самара, 2011. С. 58...61.

6. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Оценка динамического воздействия автомобиля на путь при торможении и разгоне с учетом кинематического возмущения // Изв. Казанского гос. архитектур.-строит. ун-та. Строительство и архитектура. – Вып. № 3 (23), 2012. С. 98...106.

7. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Динамическое воздействие автоцистерн с отсеками на путь при учете гидроудара // Строительная механика и конструкции. – 2012. Вып. № 1 (4). С. 116...121.

8. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Колебания балочных систем при переходных режимах движения одиночного автомобиля // Строительная механика и конструкции. – 2013. Вып. № 1 (6). С. 84...91.

9. Гриднев С.Ю., Волков В.В., Будковой А.Н. Натурные измерения колебаний упруго опертого сталежелезобетонного моста при движении по нему автомобиля в режиме торможения // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. – Вып. № 1 (21), 2010. С. 18...27.

10. Гриднев С.Ю., Будковой А.Н. Сопоставление результатов расчета колебаний балочной системы при переходных режимах движения автоцистерн с экспериментальными данными // Строительная механика и конструкции. Научно-технический журнал. – Воронеж, 2014. Вып. № 1 (8). С. 88...95.

11. Барченков А.Г. Динамический расчет автодорожных мостов. – М.: Транспорт, 1976.

12. Шимановский А.О. Модифицированная дискретно-массовая модель цистерны с жидкостью // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. – Вып. 5. Гомель, 2011. С.163...165.

13. Dodge Franklin T. The New "Dynamic behavior of liquids in moving containers" // Southwest Research Institute. – San Antonio, Texas, 2000.

14. ГОСТ Р 51709–2001. Автотранспортные средства. Требования безопасности к техническому состоянию и методы проверки. – М.: Госстандарт России, 2001.

REFERENCES

1. Salamahin P.M. Nedostatki dejstvujushhix normativnyh vertikal'nyh vremennyh nagruzok na avtodorozhnye mostovye sooruzhenija // Transportnoe stroitel'stvo. – 2012. Vyp. №11. С.28...32.

2. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Metodika rascheta dinamicheskogo davlenija bol'shegruznyh transportnyh sredstv pri izmenenii rezhima dvizhenija // Sovremennye metody staticheskogo i dinamicheskogo rascheta zdaniy i sooruzhenij.– Voronezh: Nauchnaja kniga, 2007. Vyp. 4. S. 79...86.

3. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Issledovanie dinamicheskogo vozdejstvija avtotransportnyh sredstv

na proletnye stroenija mostov pri perehodnyh rezhimah dvizhenija // Sb. tr. Mezhdunar. konf.: Aktual'nye problemy prikladnoj matematiki, informatiki i mehaniki. – Voronezh, 2009, №1. S.128...135.

4. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Ispol'zovanie mehanicheskogo analoga zhidkosti dlja modelirovanija kolebanij avtocisterny pri razgone i tormozhenii // Nauchnyj vestnik VGASU. Stroitel'stvo i arhitektura. – Vyp. № 1 (21), 2011. S. 98...106.

5. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Sovershenstvovanie modeli avtocisterny s ispol'zovaniem mehanicheskogo analoga zhidkosti dlja issledovanija perehodnyh rezhimov dvizhenija // Mat. II Mezhdunar. distancionnoj nauch.-tehn. konf.: Aktual'nye problemy dinamiki i prochnosti materialov i konstrukcij: modeli, metody, reshenija: – Samara, 2011. S. 58...61.

6. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Ocenka dinamicheskogo vozdejstvija avtomobilja na put' pri tormozhenii i razgone s uchedom kinematičeskogo vozmušhenija // Izv. Kazanskogo gos. arhitekt.-stroit. un-ta. Stroitel'stvo i arhitektura. – Vyp. № 3 (23), 2012. S. 98...106.

7. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Dinamicheskoe vozdejstvie avtocistern s otsekami na put' pri uchete gidroudara // Stroitel'naja mehanika i konstrukcii. – 2012. Vyp. № 1 (4). S. 116...121.

8. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Kolebanija balochnykh sistem pri perehodnyh rezhimah dvizhenija odinochnogo avtomobilja // Stroitel'naja mehanika i konstrukcii. – 2013. Vyp. № 1 (6). S. 84...91.

9. Gridnev S.Ju., Volkov V.V., Budkovej A.N. Nатурные измерения колебаний упруго опертого сталежелезобетонного моста при движении по нему автомобиля в режиме торможения // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. – Вып. № 1 (21), 2010. С. 18...27.

10. Gridnev S.Ju., Budkovej A.N. Sопоставление результатов расчета колебаний балочной системы при переходных режимах движения автотранспортных средств с экспериментальными данными // Строительная механика и конструкции. Научно-технический журнал. – Воронеж, 2014. Вып. № 1 (8). С. 88...95.

11. Барченков А.Г. Динамический расчет автотранспортных мостов. – М.: Транспорт, 1976.

12. Шимановский А.О. Модифицированная дискретно-массовая модель цистерны с жидкостью // Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. – Вып. 5. Гомель, 2011. С.163...165.

13. Dodge Franklin T. The New "Dynamic behavior of liquids in moving containers" // Southwest Research Institute. – San Antonio, Texas, 2000.

14. ГОСТ Р 51709–2001. Автотранспортные средства. Требования безопасности к техническому состоянию и методы проверки. – М.: Госстандарт России, 2001.

Рекомендована кафедрой строительной механики. Поступила 01.06.16.