

УДК 624.04

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА МОНОЛИТНЫХ БАЛОЧНЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ
ЗДАНИЙ ТКАЦКОГО ПРОИЗВОДСТВА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ МПА**

**THE APPLICATION OF CONSEQUENT APPROXIMATION METHOD
TO THE PROBLEM OF RC SLAB DESIGN FOR WEAVING FACTORIES**

*М.И. ГАНДЖУНЦЕВ, В.В. ФИЛАТОВ
M.I. GANDZYNITSEV, V.V. FILATOV*

**(Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет)
(Moscow State University of Civil Engineering (National Research University)
E-mail: oppmgsu2014@yandex.ru**

*Предложена методика расчета неразрезных пластин на упругоподатли-
вых опорах, которая может быть использована при проектировании моно-*

литных многопролетных перекрытий по балочным системам зданий текстильной промышленности. Решение задачи построено на приближенной замене разрешающих дифференциальных уравнений системой разностных уравнений метода последовательных аппроксимаций (МПА). В качестве иллюстрации методики рассмотрен расчет неразрезной трехпролетной пластины. Данная методика обладает быстрой сходимостью, простотой алгоритма, позволяет получать результаты, обладающие высокой точностью при небольшом числе разбиений. Она может быть рекомендована для использования в практике проектных организаций для: выполнения расчетных обоснований, проверки результатов, полученных с использованием коммерческих расчетных комплексов.

The method of calculation of not cutting plates on the elasto-yielding supports which can be used at design of monolithic multiflying overlappings on the frame systems of buildings of the textile industry is offered. The solution of a task is constructed on approximate replacement of the allowing differential equations with the system of the differential equations of the method of successive approximations (MSA). By way of illustration techniques calculation of not cutting three-flying plate is considered. This technique has fast convergence, simplicity of an algorithm, allows to receive the results having high precision at a small number of splittings. It can be recommended for the use in practice of the design organizations for: performance of settlement justifications, check of the results received with use of commercial settlement complexes.

Ключевые слова: неразрезные пластины, упругоподатливые опоры, разностные уравнения, поверочный расчет, метод последовательных аппроксимаций.

Keywords: not cutting plates, elasto-yielding supports, differential equations, testing calculation, method of successive approximations.

Распространенным типом перекрытий промышленных зданий является монолитное перекрытие с опиранием на систему балок. Ниже предложена приближенная методика определения напряженно-деформированного состояния таких систем. При моделировании совместной работы плиты перекрытия и поддерживающих ее балок будем пренебрегать силами трения между плитой и балками [3], [7]. Считаем, что балки служат упругоподатливыми опорами и воспринимают только вертикальную составляющую нагрузку [5].

Дифференциальное уравнение изогнутой поверхности плиты [4]:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{q}{D}, \quad (1)$$

где W – прогиб; q – распределенная нагрузка; D – цилиндрическая жесткость плиты постоянной толщины.

Представим (1) в виде системы двух дифференциальных уравнений, записанных в безразмерном виде [1], [2], [6], [8]:

$$\frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 m}{\partial \eta^2} = -p, \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} = -m, \quad (3)$$

где $\xi = \frac{x}{a}; \eta = \frac{y}{a}; m = \frac{M}{q_0 a^2}; w = \frac{WD}{q_0 a^4}; p = \frac{q}{q_0}$; $M = \frac{M_x + M_y}{1 + \mu}$. Здесь a – длина стороны плиты; q_0 – интенсивность нагрузки в какой-либо точке; μ – коэффициент Пуассона; M_x и M_y – значения изгибающих моментов вдоль осей x и y соответственно.

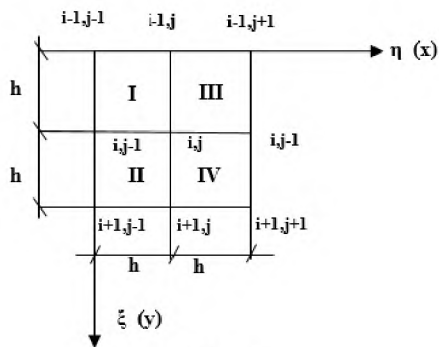


Рис. 1

Разностное уравнение, аппроксимирующее (2) по МПА [1], запишем на квадратной сетке (рис. 1) при непрерывных m , полагая, что нагрузка p в пределах каждого элемента постоянна, но меняется скачкообразно при переходе от одного элемента к другому. При этом будем учитывать конечные разрывы m^ξ, m^η . Получим:

$$\begin{aligned}
 & m_{i-1,j-1} + 4m_{i-1,j} + m_{i-1,j+1} + 4m_{i,j-1} - 20m_{i,j} + 4m_{i,j+1} + m_{i+1,j-1} + 4m_{i+1,j} + m_{i+1,j+1} - \\
 & - \frac{h}{2} ({}^{I-II} \Delta m_{i,j-1}^\xi - 7 {}^{I-II} \Delta m_{i,j}^\xi - 7 {}^{III-IV} \Delta m_{i,j}^\xi + {}^{III-IV} \Delta m_{i,j+1}^\xi) - \frac{h}{2} ({}^{I-III} \Delta m_{i-1,j}^\eta - 7 {}^{I-III} \Delta m_{i,j}^\eta - 7 {}^{II-IV} \Delta m_{i,j}^\eta + {}^{II-IV} \Delta m_{i+1,j}^\eta) = \\
 & = -\frac{3}{2} h^2 ({}^I p_{i,j} + {}^{III} p_{i,j} + {}^{II} p_{i,j} + {}^{IV} p_{i,j}), \quad (4)
 \end{aligned}$$

где ${}^{I-II} \Delta m_{i,j}^\xi = {}^I m_{i,j}^\xi - {}^{II} m_{i,j}^\xi$; ${}^{I-III} \Delta m_{i,j}^\eta = {}^I m_{i,j}^\eta - {}^{III} m_{i,j}^\eta$; остальные члены с Δ имеют аналогичный смысл; верхние левые индексы при p означают номер элемента, которому принадлежит нагрузка p (рис. 1),

Из сопоставления дифференциальных уравнений (2) и (3) следует, что для аппроксимации последнего по МПА достаточно в (4) m, p заменить соответственно на w, m . Для случая непрерывных w, w^ξ, w^η и m получим:

$$m^\xi = \frac{\partial m}{\partial \xi}; m^\eta = \frac{\partial m}{\partial \eta}.$$

$$\begin{aligned}
 & w_{i-1,j-1} + 4w_{i-1,j} + w_{i-1,j+1} + 4w_{i,j-1} - 20w_{i,j} + 4w_{i,j+1} + w_{i+1,j-1} + 4w_{i+1,j} + w_{i+1,j+1} - \\
 & - \frac{h^3}{24} (\Delta {}^{I-II} m_{i,j-1}^\xi + 5\Delta {}^{I-II} m_{i,j}^\xi + 5\Delta {}^{III-IV} m_{i,j}^\xi + \Delta {}^{III-IV} m_{i,j+1}^\xi + \Delta {}^{I-III} m_{i-1,j}^\eta + 5\Delta {}^{I-III} m_{i,j}^\eta + 5\Delta {}^{II-IV} m_{i,j}^\eta + \Delta {}^{II-IV} m_{i+1,j}^\eta) + \\
 & + \frac{h^2}{12} (m_{i-1,j-1} + 4m_{i-1,j} + m_{i-1,j+1} + 4m_{i,j-1} + 52m_{i,j} + 4m_{i,j+1} + m_{i+1,j-1} + 4m_{i+1,j} + m_{i+1,j+1}) = 0. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Уравнения (4) и (5) записываются для всех регулярных точек сетки с учетом краевых условий и решаются совместно.

Для расчета шарнирно (свободно) опертых плит достаточно уравнений (4), (5), поскольку в краевых точках сетки $m = w = 0$ [1].

После определения m и w перейдем к

$$w_{i,j}^{\xi\xi} = \frac{1}{2h^2} w_{i-1,j} - \frac{1}{2h^2} w_{i,j-1} - \frac{1}{2h^2} w_{i,j+1} + \frac{1}{2h^2} w_{i+1,j} + \frac{1}{20} m_{i-1,j} - \frac{1}{20} m_{i,j-1} - \frac{1}{2} m_{i,j} - \frac{1}{20} m_{i,j+1} + \frac{1}{20} m_{i+1,j}. \quad (6)$$

При найденных по (6) значениях $w^{\xi\xi}$ и уже известных из решения задачи m величины w^η можно определить из (3). После

вычислению внутренних усилий. Для этого предварительно следует вычислить $w^{\xi\xi}$ в тех расчетных точках сетки, которые представляют интерес для расчетчика. Записывая формулу на квадратной сетке для случаев непрерывных $m, w, w^{\xi\xi}$, получим:

определения $w^{\xi\xi}, w^\eta$ величины безразмерных изгибающих моментов в направлении осей ξ и η вычисляются по формулам:

$$m^{(\xi)} = -(w^{\xi\xi} + \nu w^{\eta\eta}), m^{(\eta)} = -(w^{\eta\eta} + \nu w^{\xi\xi}). \quad (7)$$

В уравнениях, приведенных выше, $w^{\xi\xi} = \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2}$; $w^{\eta\eta} = \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2}$; верхний правый индекс в скобках означает направление, например, $m^{(\eta)}$ – внутренний безразмерный изгибающий момент в направлении оси η .

В качестве примера рассмотрим расчет трехпролетной неразрезной пластины, опертой шарнирно, с промежуточными упругоподатливыми опорами. Пластина загружена в среднем пролете равномерно распределенной нагрузкой $p=1$. Схема пластины с нанесенной расчетной сеткой и номерами узлов приведена на рис. 2 (при $h=1/4$).

Продемонстрируем составление разностных уравнений для точки 24. В данной точке неизвестными являются значения

трех величин: изгибающего момента m_{24} , прогиба плиты w_{24} и Δm_{24}^{η} – скачка в функции поперечной силы в направлении η , обусловленного реакцией со стороны балки.

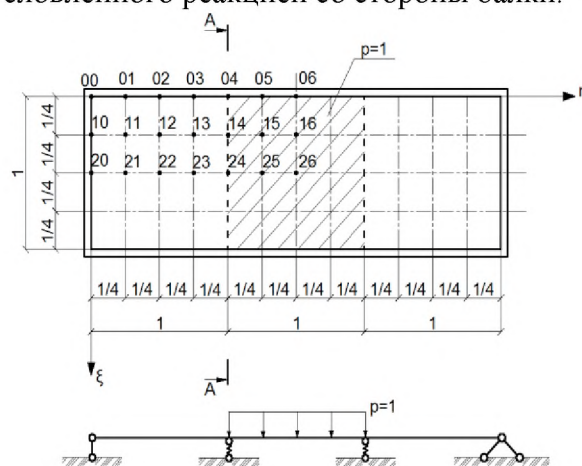


Рис. 2

С учетом симметрии задачи уравнение (4) примет следующий вид:

$$2m_{13} + 8m_{14} + 2m_{15} + 4m_{23} - 20m_{24} + 4m_{25} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} (2\Delta m_{14}^{\eta} - 14\Delta m_{24}^{\eta}) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{16} \cdot 2. \quad (8)$$

Уравнение (5) для той же точки примет

такой вид:

$$2w_{13} + 8w_{14} + 2w_{15} + 4w_{23} - 20w_{24} + 4w_{25} - \frac{1}{24} \cdot \frac{1}{64} (2\Delta m_{14}^{\eta} + 10\Delta m_{24}^{\eta}) + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{16} (2m_{13} + 8m_{14} + 2m_{15} + 4m_{23} + 52m_{24} + 4m_{25}) = 0. \quad (9)$$

Полученные два уравнения необходимо дополнить выражением для реакции, действующей на плиту со стороны балки, пропорциональной жесткости опоры:

$$\Delta m_{ij}^{\eta} = -r w_{ij}. \quad (10)$$

Зададимся безразмерным значением жесткости $r_{24} = 12$. Тогда, учитывая (10), $\Delta m_{24}^{\eta} = -12w_{24}$. Знак минус указывает на то, что реакция направлена снизу вверх. Следует иметь в виду, что для точки 14, как и для всех точек контакта плиты с упругой опорой, необходимо систему уравнений (4) и (5) дополнить выражением (10).

Нами в демонстрационном примере принято постоянное значение жесткости

опоры. В реальных расчетах жесткость должна быть определена для каждой расчетной точки.

В табл. 1 приведены значения прогиба для трех случаев: 1 – прямоугольной плиты без промежуточных опор; 2 – плиты с промежуточными упругоподатливыми опорами (результаты приведены на двух вложенных сетках); 3 – с абсолютно жесткими опорами; величины прогибов плиты – увеличенные в 1000 раз.

Таблица 1

Варианты	Величина, шаг	w_{22}	w_{24}	w_{26}
1	$h = 1/4$	2,042	5,734	8,147
2	$h = 1/2$	1,716	5,015	7,499
	$h = 1/4$	1,764	5,122	7,589
3	$h = 1/4$	-0,580	0	2,901

На рис.3 приведены эпюры безразмерных прогибов и моментов в направлении η (безразмерных прогибов по линии 10-16 (а) и 20-26 (б) и безразмерных изгибающих моментов по линии 10-16 (в, слева) и 20-26 (в, справа)).

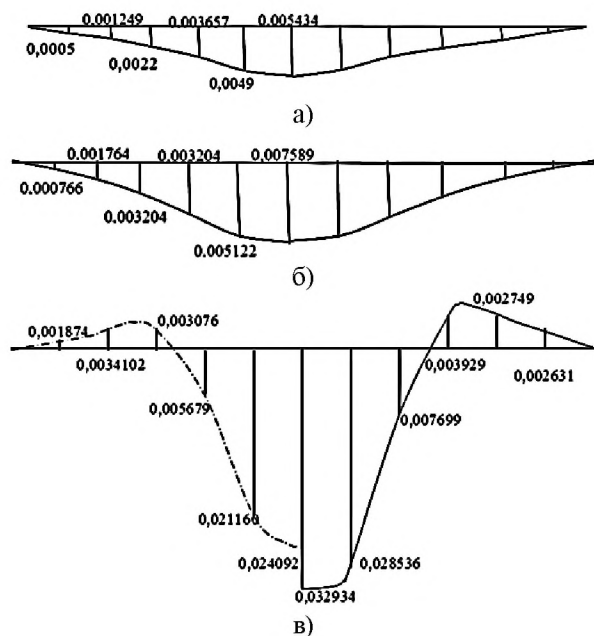


Рис. 3

ВЫВОДЫ

Предложенная методика обладает быстрой сходимостью, простотой алгоритма, позволяет получать результаты, обладающие высокой точностью при небольшом числе разбиений. Она может быть рекомендована для использования в практике проектных организаций для: выполнения расчетных обоснований, проверки результатов, полученных с использованием коммерческих расчетных комплексов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габбасов Р.Ф., Габбасов А.Р., Филатов В.В. Численное построение разрывных решений задач строительной механики. – М.: Изд-во АСВ, 2008.
2. Габбасов Р.Ф. Расчет плит с использованием разностных уравнений метода последовательных аппроксимаций // Строительная механика и расчет сооружений. – 1980, №3. С.27...30.

3. Ганджунцев М.И., Кондратенко В.Е. Методика и некоторые результаты расчета лесов опалубки монолитного перекрытия // Вестник БГТУ им. В.Г.Шухова. – 2015, №2. С. 33...36.

4. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966.

5. Филатов В.В. О расчете неразрезных составных балок // Промышленное и гражданское строительство. – 2009, №8. С.59...60.

6. Gabbasov R.F., Koppler H. Vergleich der Losing genaherter Differential gleichungen fur Schalen in elastiseber umgebung mit anderen Berechnungs methoden // Wiss. Zeitsch. der Hochsch. fur Arch. und Bauw. Weimar. – 1974, Heft 3/4, P.321...325.

7. Rybak J. Influence of the time after construction on static load testing of pre-cast driven piles: Studia Geotechnica et Mecanica. – Vol.30, 2008. P.181...188.

8. Tamrazyan A., Filimonova E. Searching method of optimization of bending reinforced concrete slabs with simultaneous assessment of criterion function and the boundary conditions // Applied Mechanics and Materials. – T. 467, 2014. С. 404...409.

REFERENCES

1. Gabbasov R.F., Gabbasov A.R., Filatov V.V. Chislennoe postroenie razryvnyh reshenij zadach stroitel'noj mehaniki. – M.: Izd-vo ASV, 2008.

2. Gabbasov R.F. Raschet плит s ispol'zovaniem raznostnyh uravnenij metoda posledovatel'nyh approksimacij // Stroitel'naja mehanika i raschet sooruzhenij. – 1980, №3. S.27...30.

3. Gandzhuncev M.I., Kondratenko V.E. Metodika i nekotorye rezul'taty rascheta lesov opalubki monolitnogo perekrytija // Vestnik BGTU im. V.G.Shuhova. – 2015, №2. S. 33...36.

4. Timoshenko S.P., Vojnovskij-Kriger S. Plastinki i obolochki. – M.: Nauka, 1966.

5. Filatov V.V. O raschete nerazreznyh sostavnyh balok // Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo. – 2009, №8. S.59...60.

6. Gabbasov R.F., Koppler H. Vergleich der Losing genaherter Differential gleichungen fur Schalen in elastiseber umgebung mit anderen Berechnungs methoden // Wiss. Zeitsch. der Hochsch. fur Arch. und Bauw. Weimar. – 1974, Heft 3/4, P.321...325.

7. Rybak J. Influence of the time after construction on static load testing of precast driven piles: Studia Geotechnica et Mecanica. – Vol.30, 2008. P.181...188.

8. Tamrazyan A., Filimonova E. Searching method of optimization of bending reinforced concrete slabs with simultaneous assessment of criterion function and the boundary conditions // Applied Mechanics and Materials. – T. 467, 2014. S. 404...409.

Рекомендована Ученым советом. Поступила 10.05.17.