

УДК 677.86.5

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАССЕЙЯНИЯ ЭНЕРГИИ  
ПРИ СЖАТИИ ТКАНИ**

**THEORETICAL ANALYSIS OF ENERGY DISSIPATION  
DURING TISSUE COMPRESSION**

*П.Н. РУДОВСКИЙ, М.С. НЕХОРОШКИНА, С.В. ПАЛОЧКИН*  
*P.N. RUDOVSKY, M.S. NEKHOROSHKINA, S.V. PALOCHKIN*

(Костромской государственной университет,  
Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана)  
(Kostroma State University,  
Moscow State Technical University named after N.E. Bauman)  
E-mail: ksu@ksu.edu.ru; dm-rk-3@yandex.ru

*Рассмотрен процесс сжатия ткани в поперечном направлении под действием жесткого индентора, внедряемого в ткань, расположенную на упругом основании. Показано, что нагрузка воспринимается нитями в местах перекрытия утка и основы. Получены расчетные формулы для определения работы, затрачиваемой на деформирование нитей в перекрытии, и работы сил трения между волокнами в нитях. Предложена методика расчета коэффициента поглощения механической энергии в ткани, находящейся в контакте двух соударяемых тел. Теоретический анализ позволил выделить основные факторы, влияющие на способность ткани поглощать энергию, а значит и предохранять от удара.*

*Considered tissue compression process in the transverse direction under the influence of hard indenter, introduces into the fabric located on an elastic foundation. It is shown that the load seen threads in areas of overlapping warp and weft. The calculating formulas for the determination of the work expended on the deformation of the threads in the ceiling and the work of the forces of friction between the fibers in the threads. The method for calculating the absorption coefficient of the mechanical energy into the tissue in contact of the two colliding bodies. Theoretical analysis allowed to identify the main factors affecting the ability of the fabric to absorb energy and thus be protected from impact.*

**Ключевые слова:** поглощение энергии, ткань, деформация нитей.

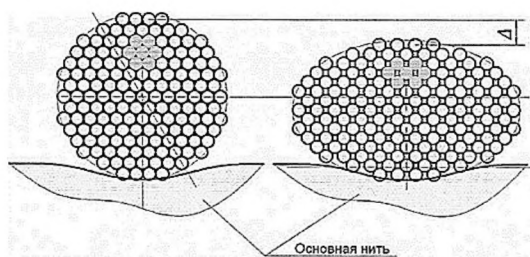
**Keywords:** energy absorption, fabric, yam distortion.

Одним из важных свойств тканей, предназначенных для изготовления средств защиты рук рабочих, является их способность поглощать (демпфировать) энергию удара [1]. В качестве показателя для оценки названного свойства можно использовать коэффициент поглощения:

$$\psi = W/E, \quad (1)$$

где  $W$  – энергия, рассеянная в ткани при ударе;  $E$  – энергия ее максимальной деформации.

В [2], [3] приведен теоретический анализ процесса рассеивания энергии в ткани, расположенной в контакте двух тел, при изменении ее формы. Следует отметить, что затраты энергии на формоизменение явля-



а) б)  
Рис. 1

Действие индентора на одно перекрытие нитей заменяем силой  $F_{i,j}$ , которая представляет собой часть силы  $F$ , действующей со стороны индентора на ткань. Значение силы  $F_{i,j}$  определим по формуле:

$$F_{i,j} = r_0 r_y p_{i,j}, \quad (2)$$

где  $r_0$  и  $r_y$  – расстояния между нитями основы и утка;  $p_{i,j}$  – нормальное давление в контакте перекрытия ( $i,j$ ) нитей, значение которого определяется в зависимости от формы индентора [2];  $i$  и  $j$  – номера перекрытия вдоль основы и вдоль утка.

Под действием силы  $F_{i,j}$  нить деформируется. Если считать волокна несжимаемыми, изменение формы нити будет происходить за счет скольжения волокон друг по другу. После деформации сечение нити примет форму эллипса (рис. 1-б). При этом в рассматриваемом перекрытии от дей-

ются только частью затрат энергии на деформацию ткани при ее сжатии. Рассчитаем затраты энергии, связанные с деформацией нити в перекрытиях основных и уточных нитей.

Нить, в первом приближении, представляем в виде пучка волокон, имеющего в сечении круглую форму. Расположение волокон в пучке имеет гексагональную укладку. Для определенности считаем, что рассматриваемая нить является уточной. Снизу эта нить опирается на проходящую перпендикулярно ей нить основы, а сверху на нее воздействует внедряемый в ткань индентор. На рис. 1-а приведено изображение сечения нитей в перекрытии до деформации, а на рис. 1-б – после деформации под действием индентора.

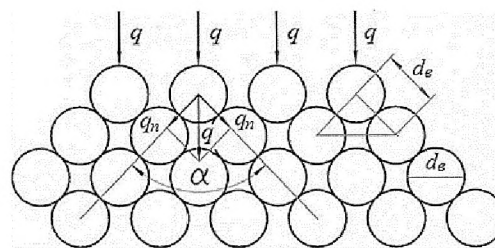


Рис. 2

ствия индентора и натяжения волокна, связанного с круткой нити, возникает распределенная по поверхности нити сила (рис. 2):

$$q = q_1 + q_2, \quad (3)$$

где  $q_1$  – сила, возникающая под действием давления индентора;  $q_2$  – сила, возникающая под действием давления, вызванного круткой нити.

Составляющую  $q_1$  в первом приближении определим, как:

$$q_1 = F_{i,j} / (K_z z), \quad (4)$$

где  $K_z$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения усилия по контуру сечения нити;  $Z$  – число волокон, расположенное по диаметру нити.

Величину  $Z$  рассчитаем по формуле:

$$z = d_n / [d_b \cos(0,5\alpha_0)], \quad (5)$$

где  $\alpha_0 = 60^\circ$  – угол контакта (угол наклона нормали в точке контакта двух соседних волокон к горизонтальной оси симметрии сечения нити) до деформации нити (рис. 1-а);  $d_n$  и  $d_b$  – диаметры нити и волокна, значения которых в зависимости от линейных плотностей  $T_n$  нити и  $T_b$  волокна, а также их объемных весов  $\delta_n$  и  $\delta_b$  рассчитаем по известным формулам:

$$d_n = 0,0358\sqrt{T_n/\delta_n}, \quad (6)$$

$$d_b = 0,0358\sqrt{T_b/\delta_b}.$$

Составляющую  $q_2$ , вызванную круткой, найдем по известной формуле А.П. Минакова:

$$q_2 = 2F_b \sin^2 \varphi / d_n, \quad (7)$$

где  $F_b$  – сила натяжения волокна [4];  $\varphi$  – угол между линией волокна и осью нити (рис. 3 – расположение волокна в нити).

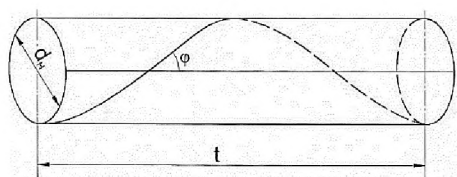


Рис. 3

По определению крутка – это количество кручений на единицу длины. Если рассматривать продукт длиной в один шаг  $t$  крутки, то крутку  $K$  рассчитаем по формуле:

$$K = 1/t. \quad (8)$$

Шаг крутки, как это следует из рис. 3, определим из выражения:

$$\operatorname{tg} \varphi = \pi d_n / t. \quad (9)$$

Выразив  $\sin^2 \varphi$  через  $\operatorname{tg} \varphi$  с учетом (8) и (9), преобразуем (7) к виду:

$$q_2 = \frac{2F_b}{d_n} \frac{\operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{2F_b \pi^2 K^2 d_n}{1 + \pi^2 K^2 d_n^2}. \quad (10)$$

Для определения фактического давления между волокнами в пряже необходимо

дополнительно учесть ряд трудно прогнозируемых факторов, таких как: распределение волокон по сечению нити, релаксацию натяжения волокон, изменение угла  $\varphi$  при переходе от наружных к внутренним слоям нити. Учитывая связанные с этим трудности и цель моделирования – выявления основных факторов, влияющих на рассеяние энергии в ткани, сила натяжения волокна, входящая в (10), имеет усредненное значение.

Применяя для волокон разработанную ранее математическую модель рассеяния энергии при трении в единичном контакте нитей [5], [6], адекватность которой была подтверждена экспериментально [7...9], можно рассчитать путь скольжения волокна при деформации нити.

Если считать, что при отсутствии деформации нити угол  $\alpha_0 = \pi/3$  (рис. 1-а), то относительное смещение волокон двух контактирующих слоев можно определить по формуле:

$$\Delta_c = d_b \left( \cos \frac{\alpha_0}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = d_b \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right), \quad (11)$$

где  $\alpha$  – угол контакта после деформации нити (рис. 2).

Тогда с учетом (5) деформация нити в поперечном направлении составит:

$$\Delta = z \Delta_c = \frac{d_n}{d_b \frac{\sqrt{3}}{2}} d_b \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \frac{\alpha}{2} \right) = d_n \left( 1 - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \right). \quad (12)$$

Следует отметить, что деформация нити  $\Delta$  зависит от положения перекрытия на площадке контакта, то есть следует писать  $\Delta_{i,j}$ . Однако для упрощения записи мы опустим индексы и возвратимся к ним при вычислении энергии, поглощаемой при деформации ткани в пределах всего контакта.

Решив (12) относительно  $\alpha$ , получим:

$$\alpha = 2 \arccos \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 - \frac{\Delta}{d_n} \right) \right]. \quad (13)$$

Угол дуги скольжения волокна по волокну при деформации нити с учетом (13) составит:

$$\beta = \alpha - \alpha_0 = 2 \arccos \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 - \frac{\Delta}{d_n} \right) \right] - \frac{\pi}{3}. \quad (14)$$

Нормальную силу  $q_n$  в контакте двух волокон (рис. 2) определим как:

$$q_n = \frac{0,5q}{[\cos(0,5\alpha)]} = \frac{q}{\sqrt{3}\left(1-\frac{\Delta}{d_H}\right)}. \quad (15)$$

$$W_K = fq_n \frac{d_B}{2} \beta = 0,5 \frac{fqd_B}{\sqrt{3}\left(1-\frac{\Delta}{d_H}\right)} \left\{ \arccos \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \left( 1 - \frac{\Delta}{d_H} \right) \right] - \frac{\pi}{6} \right\}. \quad (16)$$

Полное рассеяние энергии  $W_{II}$  при деформации нити в одном перекрытии можно определить, умножив значение на число контактов  $W_K$  между волокнами в нити. В работе [10] показано, что отношение числа контактов  $n_K$  к числу волокон  $n_B$  в нити при

$$W_{II} = n_K W_K = 2,9 \frac{T_H}{T_B} W_K = 0,837 \frac{T_H f q d_B}{T_B \left(1-\frac{\Delta}{d_H}\right)} T_H f q d_B \left\{ \arccos \left[ 0,866 \left( 1 - \frac{\Delta}{d_H} \right) \right] - 0,524 \right\}. \quad (17)$$

Учитывая, что параметры  $q$  и  $\Delta$  являются функциями координат, заменяем  $W_{II}$

$$W_{i,j} = 0,837 \frac{T_H f q_{i,j} d_B}{T_B \left(1-\frac{\Delta_{i,j}}{d_H}\right)} \left\{ \arccos \left[ 0,866 \left( 1 - \frac{\Delta_{i,j}}{d_H} \right) \right] - 0,524 \right\}. \quad (18)$$

Подставив (4) с учетом (5) и (10) в (3), получим:

$$q_{i,j} = 0,866 \frac{F_{i,j} d_B}{K_Z d_H} + 2F_B \frac{\pi^2 K^2 d_H}{1+\pi^2 K^2 d_H^2}. \quad (19)$$

Очевидно, что  $\Delta_{i,j}$  будет пропорциональна текущей осадке в пределах контакта [2], и для индентора, имеющего форму шара, составит:

$$\Delta_{i,j} = K_\Delta R - \sqrt{R^2 - (x_{i,j}^2 + y_{i,j}^2)}, \quad (20)$$

где  $K_\Delta = C/C_{TK}$  – коэффициент относительной жесткости ткани;  $C$  и  $C_{TK}$  – коэффициенты жесткости тела индентора и ткани при поперечном сжатии;  $R$  – радиус индентора;  $x_{i,j}$  и  $y_{i,j}$  – координаты точек перекрытий в пределах площадки контакта.

Для определения полного рассеяния энергии  $W$  на трение при поперечной деформации ткани в контакте двух тел необходимо согласно (18) с учетом (19) и (20)

Используя (14) и (15), рассеяние энергии  $W_K$  в единичном контакте двух волокон, связанное с потерями энергии трения при их относительном проскальзывании, рассчитаем по формуле:

увеличении последней стремится к значению 2,9. Число волокон в пряже можно рассчитать по известной формуле  $n_B = T_H/T_B$ .

С учетом этого и формулы (16) значение  $W_{II}$  определяется зависимостью:

на  $W_{i,j}$  и приводим (17) к виду:

рассчитать величину  $W_{i,j}$  для каждого перекрытия и просуммировать найденные величины для исследуемой поверхности ткани. Аналогичным образом рассчитав значения энергии упругих деформаций нитей в каждом из перекрытий как

$$W_{i,j} = 0,5 q_{i,j} \Delta_{i,j}, \quad (21)$$

можно, просуммировав их для той же поверхности ткани, найти величину энергии  $E$  ее упругой деформации. Подставив найденные  $W$  и  $E$  в (1), получим искомое значение коэффициента  $\psi$  поглощения ткани.

Анализ формулы (18) показывает, что на величину  $W_{i,j}$ , а следовательно, и  $\psi$ , влияют: параметры материала для получения нитей основы и утка ( $\delta_H, f$ ), структурные параметры нитей ( $T_H$  и  $K$ ), а также волокон ( $\delta_B, T_B$ ). При этом силы  $F_{i,j}$  давления на перекрытия и деформации  $\Delta_{i,j}$  нитей в перекрытиях зависят от координат  $x_{i,j}$  и  $y_{i,j}$  точек перекрытий в пределах площадки контакта.

## ВЫВОДЫ

Для анализа характера влияния этих параметров на величину коэффициента поглощения  $\psi$  была разработана компьютерная программа в среде MATLAB. Результаты выполненных численных расчетов, пример одного из которых дан на рис. 4 (зависимость коэффициента поглощения от плотности ткани по основе при линейной плотности пряжи в основе и утке 50 текс, крутке 570 кр/м и линейной плотности волокна 0,5 текс), показали, что величина  $\psi$  растет с увеличением плотности нити, ее крутки и силы воздействия индентора и уменьшается при росте радиуса шара, линейной плотности волокна, а также плотности ткани по основе и утку.

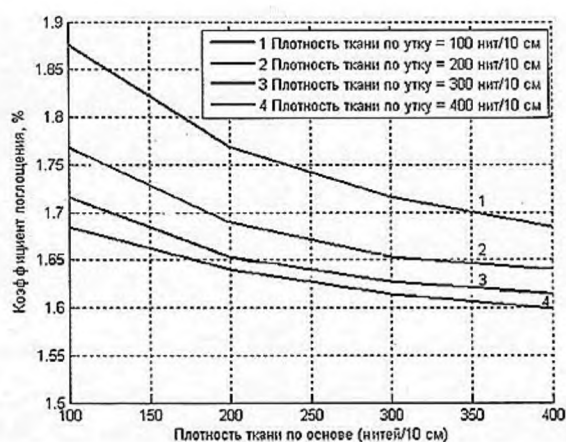


Рис. 4

Сравнение полученных результатов с данными расчетов коэффициентов поглощения энергии при деформации ткани [11], [12] позволило установить, что рассеяние энергии удара при деформациях нитей в перекрытиях ткани на порядок превосходит поглощение энергии, связанное с изменением ее формы.

Следует отметить, что представленные в работе зависимости для расчета коэффициента поглощения получены при существенных упрощающих допущениях, что не позволяет использовать их для прогнозирования свойств тканей без их дальнейшего экспериментального подтверждения. Результаты экспериментальных исследований, проведенных для средств защиты рук в виде рукавиц и перчаток, изложены в [13...15].

1. Получены аналитические зависимости для расчета рассеяния энергии удара при поперечном сжатии ткани от параметров, определяющих ее структуру.

2. Определены основные факторы, влияющие на рост рассеяния энергии в ткани и ее способность защищать от удара, а также характер влияния каждого из них.

3. Установлено, что затраты энергии на деформацию нитей в местах перекрытий на порядок превосходят затраты энергии на изменение формы ткани.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рудовский П.Н., Нехорошикина М.С. Оценка способности тканей защищать от ударов // LAP Lambert, Saarbrucken-Deutschland, 2015.

2. Рудовский П.Н., Букалов Г.К. Расчет потерь энергии на изменение формы ткани, находящейся в контакте двух тел // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2012, № 1. С.145...149.

3. Нехорошикина М.С., Рудовский П.Н. Исследование поглощения энергии при изменении формы ткани в процессе внедрения инородного тела // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2013, № 1. С. 165...167.

4. Щербаков В.П. Прикладная механика нити. – М.: МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2001.

5. Рудовский П.Н., Палочкин С.В., Колягин А.Ю., Лабай Н.Ю. Демпфирование колебаний в цилиндрическом теле намотки при изгибе оправки // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010, № 5. С. 95...100.

6. Лабай Н.Ю., Рудовский П.Н., Палочкин С.В. Расчет рассеяния энергии колебаний в цилиндрической текстильной паковке с параллельной намоткой нити // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2011, № 4. С.61...65.

7. Колягин А.Ю., Палочкин С.В. Экспериментальные исследования демпфирования колебаний в крутильно-мотальном механизме // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2009, №2. С. 91...96.

8. Лабай Н.Ю., Палочкин С.В. Экспериментальные исследования демпфирования колебаний в приемно-намоточном механизме // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2013, № 2. С.121...125.

9. Палочкин С.В., Лабай Н.Ю., Рудовский П.Н. Экспериментальные исследования демпфирования колебаний в текстильных паковках с крестовой намоткой нити // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, № 3 . С. 141...145.

10. Палочкин С.В. Технология формирования и переработки некрученной обвитой льняной ровницы. – М.: МГТУ им. А.Н.Косыгина, 2002.

11. Нехорошкина М.С., Рудовский П.Н., Букалов Г.К., Кривошеина Е.В. Обоснование формы индентора при экспериментальном исследовании способности ткани предохранять от удара // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2014, № 5. С. 18...22.

12. Нехорошкина М.С., Рудовский П.Н. Методика определения доли энергии удара, поглощенной тканью или пакетом ткани // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, № 1. С.53...56.

13. Нехорошкина М.С., Рудовский П.Н. Разработка метода оценки сопротивления изгибу конструктивных элементов рабочих рукавиц и перчаток // Вестник Костромского гос. технолог. ун-та. – 2014, № 2 (33). С. 52...54.

14. Рудовский П.Н., Нехорошкина М.С. Разработка комплексного показателя для оценки средств защиты рук от ударов малой интенсивности // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, № 5. С. 35...40.

15. Рудовский П.Н., Нехорошкина М.С., Палочкин С.В. Оценка изгибной жесткости конструктивных элементов средств защиты рук // Дизайн и технологии. – 2015, № 48 (90). С. 64...70.

#### REFERENCES

1. Rudovskij P.N., Nehoroshkina M.S. Ocenka sposobnosti tkanej zashhishhat' ot udarov // LAP Lambert, Saarbrucken-Deutschland, 2015.

2. Rudovskij P.N., Bukalov G.K. Raschet poter' jenerгии na izmenenie formy tkani, nahodjashhejsja v kontakte dvuh tel // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2012, № 1. S.145...149.

3. Nehoroshkina M.S., Rudovskij P.N. Issledovanie pogloshhenija jenerгии pri izmenenii formy tkani v processe vnedrenija inorodnogo tela // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2013, № 1. S.165...167.

4. Shherbakov V.P. Prikladnaja mehanika niti. – М.: МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2001.

5. Rudovskij P.N., Palochkin S.V., Koljagin A.Ju., Labaj N.Ju. Dempfirovanie kolebanij v cilindricheskom tele namotki pri izgibe opravki // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2010, № 5. S. 95...100.

6. Labaj N.Ju., Rudovskij P.N., Palochkin S.V. Raschet rassejaniya jenerгии kolebanij v cilindricheskoj tekstil'noj pakovke s parallel'noj namotkoj niti // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2011, № 4. S.61...65.

7. Koljagin A.Ju., Palochkin S.V. Jeksperimental'nye issledovaniya dempfirovanija kolebanij v krutil'no-motal'nom mehanizme // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2009, №S2. S. 91...96.

8. Labaj N.Ju., Palochkin S.V. Jeksperimental'nye issledovaniya dempfirovanija kolebanij v priemno-namotchnom mehanizme // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2013, № 2. S.121...125.

9. Palochkin S.V., Labaj N.Ju., Rudovskij P.N. Jeksperimental'nye issledovaniya dempfirovanija kolebanij v tekstil'nyh pakovkah s krestovoj namotkoj niti // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2015, №3. S. 141...145.

10. Palochkin S.V. Tehnologija formirovanija i pererabotki nekruchenoj obvitoy l'njanoy rovnicy. – М.: МГТУ им. А.Н.Косыгина, 2002.

11. Nehoroshkina M.S., Rudovskij P.N., Bukalov G.K., Krivosheina E.V. Obosnovanie formy indentora pri jeksperimental'nom issledovanii sposobnosti tkani predohranjat' ot udara // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2014, № 5. S. 18...22.

12. Nehoroshkina M.S., Rudovskij P.N. Metodika opredelenija doli jenerгии udara, pogloshhennoj tkan'ju ili paketom tkani // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2015, № 1. S.53...56.

13. Nehoroshkina M.S., Rudovskij P.N. Razrabotka metoda ocenki soprotivlenija izgibu konstruktivnyh jelementov rabochih rukavic i perchatok // Vestnik Kostromskogo gos. technolog. un-ta. – 2014, № 2 (33). S. 52...54.

14. Rudovskij P.N., Nehoroshkina M.S. Razrabotka kompleksnogo pokazatelja dlja ocenki sredstv zashhity ruk ot udarov maloj intensivnosti // Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti. – 2015, № 5. S. 35...40.

15. Rudovskij P.N., Nehoroshkina M.S., Palochkin S.V. Ocenka izgibnoj zhestkosti konstruktivnyh jelementov sredstv zashhity ruk // Dizajn i tehnologii. – 2015, № 48 (90). S. 64...70.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин, деталей машин и проектирования технологических машин КГУ. Поступила 04.10.17.