

**РАСЧЕТ В УПРУГОЙ СТАДИИ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ПЛИТ,  
ОПЕРТЫХ ПО КОНТУРУ  
ПРИ КРАТКОВРЕМЕННЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ**

**CALCULATION IN THE ELASTIC STAGE  
OF REINFORCED CONCRETE SLABS SUPPORTED  
ALONG THE CONTOUR UNDER SHORT-TERM DYNAMIC LOADS**

*Д.С. ВАНУС, Д.С. БИБАРЦЕВА, А.С. ЮСУФОВ*

*D.S. VANUS, D.S. BIBARTSEVA, A.S. YUSUFOV*

**(Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет)**

**(National Research Moscow State University of Civil Engineering)**

E-mail: dahiws@gmail.com

*В настоящее время наблюдается тенденция к увеличению взрывных аварий в обычных гражданских зданиях вследствие взрывов бытового газа, газовых баллонов высокого давления, паровых котлов и т.д.*

*Использована методика динамического метода расчета железобетонных плит. Для решения уравнений применен метод Бубнова-Галеркина с использованием статического прогиба.*

*Получены выражения для расчета плиты в упругой стадии.*

*Предложена методика, позволяющая обеспечить защиту плиты перекрытия от обрушения при действии особой динамической нагрузки.*

*Currently, there is a tendency to increase explosive accidents in ordinary civilian buildings, due to explosions of domestic gas, high-pressure gas cylinders, steam boilers, etc.*

*The methodology of the dynamic method for calculating reinforced concrete slabs was used. To solve the equations, the Bubnov-Galerkin method was applied using static deflection.*

*Expressions for calculating the slab in the elastic stage were obtained.*

*The proposed method allows providing protection of the floor slab against collapse under the action of a special dynamic load.*

**Ключевые слова:** кратковременная динамическая нагрузка, упругий метод расчета конструкций, метод Бубнова-Галеркина.

**Keywords:** short-term dynamic load, elastic method for calculating structures, Bubnov-Galerkin method.

В настоящее время используются различные методы расчета конструкций на действие кратковременных динамических нагрузок. Распространение методов теории колебаний на расчет железобетонных конструкций в упругой стадии на действие кратковременных динамических нагрузок рассмотрено в трудах Крылова А.М.

Для расчета конструкций в пластической стадии широко применялся жесткопластический метод, однако с учетом особенностей железобетонных конструкций относительно небольших пластических деформаций вследствие достаточно малой деформативности бетона использование данного метода не всегда оправдано, поэтому развитие ди-

намической теории железобетона основывается на упругопластическом методе расчета. Широкое применение нашли приближенные методы расчета, в которых отдельно рассматриваются упругая и пластическая стадии [8].

Проблеме работы конструкций на действие кратковременных динамических нагрузок посвящены труды ученых: А.М. Крылова, А.А. Гвоздева, Н.Н. Попова, Б.С. Расторгуева, А.Г. Тамразяна, В.А. Котляревского, А.В. Забегаева, В.О. Алмазова и других.

В этих работах использовался упругий метод расчета конструкций, при котором конструкции представлялись как системы с конечным или бесконечным числом степеней свободы, работающими только в упругой стадии (расчет по модели упругого тела).

Кратковременные динамические нагрузки возникают в основном под влиянием взрывных и ударных воздействий (ударная волна взрыва, падение груза на перекрытие, сейсмические воздействия) [1], [2], [8], [9]. В результате действия таких нагрузок большой интенсивности значительные пластические деформации могут быть допущены. Это относится к конструкциям, которые в соответствии с эксплуатационными требованиями должны выдержать, не обрушившись, однократное действие кратковременной нагрузки.

Кратковременная динамическая нагрузка имеет вид:

$$p(t) = pf(t),$$

где  $p$  – максимальные значения нагрузки;  $f(t)$  – функция изменения нагрузки во времени ( $0 \leq t \leq \Theta$ ) [3], [4], [6].

Значения параметров нагрузки зависят от процессов взаимодействия волны со зданием и определяются согласно специальной литературе, где представлены расчетные законы изменения нагрузки  $f(x)$  [5], [7], [10], [11].

Наибольшее действие вызывает динамическая постоянная нагрузка, мгновенно воздействующая с относительно большим временем действия  $\Theta$ , когда

$$\omega\Theta \geq 200-300,$$

где  $\omega$  – круговая частота колебаний конструкции.

Рассматривается прямоугольная железобетонная плита со сторонами  $\ell_1$  (ось  $ox$ ) и  $\ell_2$  (ось  $oy$ ), причем  $\ell_1 \leq \ell_2 \leq 2\ell_1$ , когда плита изгибается в двух направлениях. Закрепление сторон плиты возможно шарнирное, жесткое.

Плита армируется сетками с продольной и поперечной арматурой с физическим пределом текучести с площадью на 1 м ширина плиты  $A_{sx}$  (вдоль  $\ell$ ) и  $A_{sy}$  (вдоль  $\ell_2$ ).

При арматуре, обладающей большим запасом пластических деформаций, плита особенно эффективна для восприятия особых динамических нагрузок, последовательно проходя упругую и пластическую стадии. При этом обеспечивается безопасность плиты при соблюдении основного требования – сохранения несущей способности при достаточно большой вероятности.

В основном получили развитие методы расчета железобетонных конструкций, в которых диаграмма деформации представлена как идеально упругопластическая и идеально жесткопластическая в соответствующих конструкциях. Использование этих методов усложняется учетом движения пластических шарниров и пластических зон.

Поэтому широкое распространение получили упрощенные методы, в которых ширина и зоны пластичности считаются не перемещающимися в процессе деформирования конструкции, а участки между ними принимаются жесткими [13], [15...18].

Рассмотрим расчет плиты в упругой стадии.

Под упругой понимается стадия, когда арматура деформируется в упругой стадии и возможности трещины в различных зонах плиты. Изгиб плиты в направлениях  $Ox$  и  $Oy$  характеризуется жесткостями  $B_x$  и  $B_y$ , определяемыми как для изгибных балочных элементов единичной ширины в стадии с трещинами по формуле

$$B_x = 0,8 E_s A_{sx} h_o^2 (1 - 0,3 U_x) (1 - U_x), U_x = \mu x, \quad (1)$$

Аналогичная формула для  $B_y$ .

Жесткость при кручении при наличии трещин принимает вид:

$$B_{xy} = 0,22 (B_x + B_y).$$

Для изгибающих и крутящих моментов представлены выражения:

$$M_x = -B_x \frac{d^2 w}{dx^2},$$

$$L(w) = B_x \frac{d^4 w}{dx^4} + 2 B_{xy} \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} + B_y \frac{d^4 w}{dy^4}. \quad (4)$$

Динамические  $p(t)$  и статическая  $Q_{st}$  нагрузки равномерно распределены по площади плиты.

Решение этих уравнений производится методом Бубнова-Галеркина с использованием статического [14], [19]:

$$W_{st}(x, y) = Z_0 F_1(x) F_2(y) \quad (5)$$

и динамического прогиба:

$$W_1(x, y, t) = W_{st}(x, y) P T_1(t), \quad (6)$$

где  $T_1(t)$  – функция динамичности;  $F_1(x)$ ,  $F_2(y)$  – функции прогибов балки ( $F_1=1$ ,  $F_2=1$ ) с граничными условиями, соответствующими условиям закрепления сторон плиты (при  $x=0$  и  $x=l$ ;  $y=0$  и  $l/2$ ):

$$Z_0 = \frac{S_1^2 S_2^2}{\beta}, \quad (7)$$

$$\beta = \beta_x S_1^2 + 2\beta_{xy} S_{11} S_{22} + \beta_y S_2^2, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} S_1^2 &= \frac{\int F_1(\lambda) dx}{\int F_1^2 dx} = \frac{\lambda_1^4}{\ell^4}, \\ S_2^2 &= \frac{\int F_2 dy}{\int F_2^2 dy} = \frac{\lambda_2^4}{\ell^4}, \\ S_{11} &= \frac{\int F_1'' F_1 dx}{\int F_1^2 dx} = \frac{\lambda_{11}}{\ell}, \\ S_{22} &= \frac{\int F_2'' F_2 dx}{\int F_2^2 dx} = \frac{\lambda_{22}}{\ell^2}. \end{aligned}$$

Значения коэффициентов  $\lambda_1^2 = \pi^2; 22,4; 15,4$  – при шарнирной, жесткой и податли-

$$M_y = -B_y \frac{d^2 w}{dy^2},$$

$$M_{xy} = -B_{xy} \frac{d^2 w}{dxdy},$$

где  $w$  – прогиб плиты.

Для динамического и статического прогибов справедливы уравнения:

$$L(w_1) + m \frac{d^2 w}{dt^2} = p(t) = pf(t), \quad (2)$$

$$L(W_{st}) = Q_{st}, \quad (3)$$

вой опорах. При шарнирных опорах  $\lambda_{11} = -\lambda_1^2$ . При жестких опорах  $\lambda_{11} = -12$ .

Круговая частота колебаний плиты определяется по формуле:

$$\omega = \left(\frac{\beta}{m}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

Функция динамичности удовлетворяет уравнению:

$$\ddot{T}_1 + \omega^2 T_1 = \omega^2 f(t). \quad (10)$$

Функция прогибов  $F_1(x)$  при одинаковых опорных закреплениях равна

$$\begin{aligned} F(x) &= \frac{1}{12} \left( \frac{x^4}{2} - \ell x^3 + \frac{\ell^2 x^2}{2} \gamma_1 + \frac{\ell^3 x}{2} \gamma_2 \right), \\ \gamma_1 &= \frac{k^*}{2+k^*}, \gamma_2 = \frac{2}{2+k^*}, k^* = \frac{k\ell}{\beta_x}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $k$  – коэффициент жесткости опорного закрепления.

При шарнирных опорах  $k=0$ ,  $\gamma_1=0$ ,  $\gamma_2=1$ ; при жестких опорах  $k=\infty$ ,  $\gamma_1=1$ ,  $\gamma_2=0$ ; при податливых опорах частного вида  $k^*=6$ ,  $\gamma_1=3/4$ ,  $\gamma_2=1/4$ .

Тогда

$$M(0) = \frac{\ell^2}{16}, M(\ell) = -\frac{\ell^2}{16}, M\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\ell^2}{16}.$$

Решение уравнения (10) состоит из суммы общего и частного решений, для которого использована реакция элемента на единичный импульс  $Y(t) = \frac{\sin \omega t}{\omega}$  [3].

Тогда

$$T_1(x) = T_1(0)\cos\omega t + \frac{T_1(0)}{\omega} \sin\omega t = \omega \int_0^t f(\tau) \sin(t - \tau) d\tau.$$

Если принять нулевые начальные условия, то получим:

$$T_1(t) = \omega \int_0^t f(\tau) \sin\omega(t - \tau) d\tau, \quad (12)$$

$$\dot{T}_1(t) = \omega^2 \int_0^t f(\tau) \cos(t - \tau) d\tau.$$

Для случая действия динамической постоянной нагрузки ( $Q(t)=1$ ):

$$T_1(t) = 1 - \cos\omega t, \quad \dot{T}_1(t) = \omega \sin\omega t. \quad (13)$$

Конец упругой стадии целесообразно характеризовать не по усилиям ( $M_x, M_y$ ), а предельным упругим прогибом:

$$f_d = q_{nd} w_{st}(x_0, y_0), \quad (14)$$

где  $x_0, y_0$  – координаты точки плиты с максимальным прогибом;  $q_{nd}$  – предельная на-

$$pT_1(t_1)w_{st}(x_0, y_0) + q_{st}w_{st}(x_0, y_0) = q_{nd}w_{st}(x_0, y_0),$$

откуда

$$T_1(t_1) = \gamma_p, \quad \gamma_p = \frac{q_{nd} - q_{st}}{p}, \quad (16)$$

где  $\gamma_p$  – коэффициент динамичности по нагрузке.

Для динамической постоянной нагрузки согласно (14) будет:

$$\cos\omega t_1 = 1 - \gamma_p. \quad (17)$$

Прогиб и скорость плиты в конце упругой стадии будут равны:

$$\begin{aligned} w_d &= p w_{st}(x, y) \gamma_p, \\ \dot{w}_1(x_1 y_1 t_1) &= p w_{st}(x, y) \omega \sin\omega t_1, \\ \sin\omega t_1 &= \sqrt{\gamma_p(2 - \gamma_p)}. \end{aligned} \quad (18)$$

## ВЫВОДЫ

1. Для расчетов в упругой стадии принят метод, справедливый для широкого класса конструкций (балочные, плитные). Полу-

рузка с учетом динамических сопротивлений арматуры и бетона.

Величина  $q_{nd}$  определяется из уравнения предельного равновесия прямоугольных плит и принимается равной [20], [21]:

$$q_{nd} = \beta_1 \sum_{i=1}^3 \delta_i M_i + \beta_2 \sum_{i=4}^6 \delta_i M_i, \quad (15)$$

$$\beta_1 = \frac{12\ell_2}{\ell^3(3\ell_2 - \ell_1)},$$

$$\beta_2 = \frac{12\ell_2}{\ell_1(3\ell_2 - \ell_1)},$$

где  $M_i (i=1,2,3)$  – предельные моменты в сечениях (опорах ( $i=1,4$ ) и пролетах  $i=2$ ), нормальных к стороне  $\ell_1$ ;  $M_i (i=4,5,6)$  – в сечениях, нормальных к стороне  $\ell_2$ ; коэффициент  $\delta_i$  принимает значения  $\delta_i = 2$  при  $i=2$  и  $5$ ,  $\delta_i = 1$  при остальных  $i$ . Время  $t_1$  конца упругой стадии находится из соотношения

ние расчетных зависимостей сведено к определению функции динамичности, зависящей от круговой частоты колебаний.

2. Методика расчета применена при произвольных особых нагрузках, получены простые аналитические зависимости для двух частных случаев нагрузки. Конец упругой стадии определяется из условия достижения конструкцией предельного упругого прогиба.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Расторгуев Б.С., Ванус Д.С.* Оценка безопасности железобетонных конструкций при чрезвычайных ситуациях техногенного характера // Строительство и реконструкция. – 2014, №6 (56) (ноябрь-декабрь).
2. *Расторгуев Б.С.* Динамика железобетонных плит при взрывных нагрузках // Аварии и Катастрофы. Предупреждение и ликвидация последствий. Том 6. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2003. С. 343...365.
3. *Гольшев А.Б., Бачинский В.Я., Полищук В.П., Харченко А.В., Руденко И.В.* Проектирование железобетонных конструкций. – Киев: Будивельник, 1990.

4. Кодекс-образец ЕКБ/ФИП для норм по железобетонным конструкциям. Том. II. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1984.

5. Tamrazyan A.G. Calculation of reinforced concrete plates with hole at long-term loading // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 365 (5), 2018.

6. Tamrazyan A., Avetisyan L. Comparative analysis of analytical and experimental results of the strength of compressed reinforced concrete columns under special combinations of loads MATEC // Web of Conferences. – 86, 2016.

7. Tamrazyan A.G. The Assessment of Reliability of Punching Reinforced Concrete Beamless Slabs under the Influence of a Concentrated Force at High Temperatures // Procedia Engineering. – 153, 2016. P.715...720.

8. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С., Забегаев А.Б. Расчет конструкции на динамические специальные нагрузки. – М.: Высшая школа, 1992.

9. Попов Н.Н., Расторгуев Б.С. Динамический расчет железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1974.

10. Тамразян А.Г., Долганов А.И., Калеев Д. И., Жихарев Ф.К., Звонков Ю.Н., Зубарева С.Э., Убыш А. К вероятностной оценке надежности железобетонных многопустотных панелей перекрытий // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2017, № 4. С. 267...271.

11. NISTIR 7396. Best practice for reducing the potential for progressive collapse in buildings. NIST, 2007.

12. Ванус Д.С. Оценка безопасности железобетонных плит, опертых по контуру при техногенных воздействиях // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2017, №2.

13. Алмазов В.О., Плотников А.И., Расторгуев Б.С. Проблемы сопротивления зданий прогрессирующему разрушению // Вестник МГСУ. – 2011, № 2-1. С. 16...20.

14. Расторгуев Б.С. Методы расчета зданий на устойчивость против прогрессирующего разрушения // Вестник Отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук. – 2009, № 13. С. 15...20.

15. Расторгуев Б.С. Обеспечение живучести зданий при особых динамических воздействиях // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2003, №4. С. 45...48.

16. Расторгуев Б.С., Ванус Д.С. Оценка безопасности железобетонных конструкций при чрезвычайных ситуациях техногенного характера // Строительство и реконструкция. – 2014, №6 (56). С.83...89.

17. Tamrazyan A.G. The Assessment of Reliability of Punching Reinforced Concrete Beamless Slabs under the Influence of a Concentrated Force at High Temperatures // Procedia Engineering. – 153, 2016. P.715...720.

18. Kabantsev O.V., Tamrazian A.G. Allowing for changes in the calculated scheme during the analysis of structural behavior // Magazine of Civil Engineering. – 49 (5), 2014. P. 15...26.

19. Расторгуев Б.С., Ванус Д.С. Расчет железобетонных конструкций по предельным состояниям с

применением вероятностного метода // Промышленное и гражданское строительство. – 2016, № 7. С.11...15.

20. Ванус Д.С. Расчет железобетонной балки на действие мгновенного импульса с учетом деформирования арматуры как вант // Строительство и реконструкция. – 2018 (январь-февраль), № 1(75).

21. Попов Н.Н., Забегаев А.В. Расчет конструкций на динамические специальные нагрузки. – 1992.

## REFERENCES

1. Rastorguev B.S., Vanus D.S. Otsenka bezopasnosti zhelezobetonnnykh konstruktсий pri chrezvychaynykh situatsiyakh tekhnogennogo kharaktera // Stroitel'stvo i rekonstruktsiya. – 2014, №6 (56) (noyabr'-dekabr').

2. Rastorguev B.S. Dinamika zhelezobetonnnykh plit pri vzyvnykh nagruzkakh // Avarii i Katastrofy. Preduprezhdenie i likvidatsiya posledstviy. Tom 6. – М.: Izdvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov, 2003. S. 343...365.

3. Golyshhev A.B., Bachinskiy V.Ya., Polishchuk V.P., Kharchenko A.V., Rudenko I.V. Proektirovanie zhelezobetonnnykh konstruktсий. – Kiev: Budivel'nik, 1990.

4. Kodeks-obrazets ЕКБ/ФИП dlya norm po zhelezobetonnym konstruktсийam. Том. II. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1984.

5. Tamrazyan A.G. Calculation of reinforced concrete plates with hole at long-term loading // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 365 (5), 2018.

6. Tamrazyan A., Avetisyan L. Comparative analysis of analytical and experimental results of the strength of compressed reinforced concrete columns under special combinations of loads MATEC // Web of Conferences. – 86, 2016.

7. Tamrazyan A.G. The Assessment of Reliability of Punching Reinforced Concrete Beamless Slabs under the Influence of a Concentrated Force at High Temperatures // Procedia Engineering. – 153, 2016. P.715...720.

8. Popov N.N., Rastorguev B.S., Zabegaev A.B. Raschet konstruktсий na dinamicheskie spetsial'nye nagruзки. – М.: Vysshaya shkola, 1992.

9. Popov N.N., Rastorguev B.S. Dinamicheskiy raschet zhelezobetonnnykh konstruktсий. – М.: Stroyizdat, 1974.

10. Tamrazyan A.G., Dolganov A.I., Kaleev D. I., Zhikharev F.K., Zvonov Yu.N., Zubareva S.E., Ubysh A. K veroyatnostnoy otsenke nadezhnosti zhelezobetonnnykh mnogopustotnykh paneley perekrytiy // Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. – 2017, № 4. S. 267...271.

11. NISTIR 7396. Best practice for reducing the potential for progressive collapse in buildings. NIST, 2007.

12. Vanus D.S. Otsenka bezopasnosti zhelezobetonnnykh plit, opertykh po konturu pri tekhnogennykh vozdeystviyakh // Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. – 2017, №2.

13. Almazov V.O., Plotnikov A.I., Rastorguev B.S. Problemy soprotivleniya zdaniy progressiruyushchemu razrusheniyu // Vestnik MGSU. – 2011, № 2-1. S. 16...20.

14. Rastorguev B.S. Metody rascheta zdaniy na ustoychivost' protiv progressiruyushchego razrusheniya // Vestnik Otdeleniya stroitel'nykh nauk Rossiyskoy akademii arkhitektury i stroitel'nykh nauk. – 2009, № 13. S.15...20.

15. Rastorguev B.S. Obespechenie zhivuchesti zdaniy pri osobykh dinamicheskikh vozdeystviyakh // *Sey-smostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy.* – 2003, №4. S. 45...48.

16. Rastorguev B.S., Vanus D.S. Otsenka bezopasnosti zhelezobetonnykh konstruksiy pri chrezvychaynykh situatsiyakh tekhnogennogo kharaktera // *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya.* – 2014, №6 (56). S. 83...89.

17. Tamrazyan A.G. The Assessment of Reliability of Punching Reinforced Concrete Beamless Slabs under the Influence of a Concentrated Force at High Temperatures // *Procedia Engineering.* – 153, 2016. P.715...720.

18. Kabantsev O.V., Tamrazian A.G. Allowing for changes in the calculated scheme during the analysis of structural behavior // *Magazine of Civil Engineering.* – 49 (5), 2014. P. 15...26.

19. Rastorguev B.S., Vanus D.S. Raschet zhelezobetonnykh konstruksiy po predel'nykh sostoyaniyam s primeneniem veroyatnostnogo metoda // *Promyshlennoe i grazhdanskoe stroitel'stvo.* – 2016, № 7. S.11...15.

20. Vanus D.S. Raschet zhelezobetonnoy balki na deystvie mgnovennogo impul'sa s uchetom deformirovaniya armatury kak vant // *Stroitel'stvo i rekonstruktsiya.* – 2018 (yanvar'-fevral'), № 1(75).

21. Popov N.N., Zabegaev A.V. Raschet konstruksiy na dinamicheskie spetsial'nye nagruzki. – 1992.

Рекомендована кафедрой железобетонных и каменных конструкций. Поступила 16.04.19.

---