

УДК 539.434:677.494

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И РАСЧЕТНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГОСТИ  
ГЕОТЕКСТИЛЬНЫХ НЕТКАНЫХ ПОЛОТЕН – СРЕДСТВО ОЦЕНКИ ИХ  
ФУНКЦИОНАЛЬНО-ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО НАЗНАЧЕНИЯ\***

**MATHEMATICAL MODELING AND DESIGNED FORECASTING  
OF VISCOELASTICITY OF GEOTEXTILE NONWOVEN TOWELS  
MEANS OF EVALUATING THEIR FUNCTIONAL-OPERATIONAL PURPOSE**

*Н.В. ПЕРЕБОРОВА, А.В. ДЕМИДОВ, А.Г. МАКАРОВ, Н.С. КЛИМОВА*

*N.V. PEREBOROVA, A.V. DEMIDOV, A.G. MAKAROV, N.S. KLIMOVA*

(Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна,  
Санкт-Петербургский государственный университет)

(Saint Petersburg State University of Industrial Technology and Design,  
Saint Petersburg State University)

E-mail: makvin@mail.ru

*Рассматриваются вопросы математического моделирования и расчетного прогнозирования вязкоупругости геотекстильных иглопробивных нетканых полотен из полипропилена для дорожного, промышленного и гражданского строительства. На их основе предлагаются методы оценки функциональных и эксплуатационных свойств указанных материалов. Предложена компьютеризация разработанных методик оценки функционально-эксплуатационных характеристик изучаемых геотекстильных нетканых полотен.*

*Mathematical modeling and design prediction of the viscoelasticity of geotextile needle-punched nonwoven polypropylene fabrics for road, industrial and civil construction are considered. On their basis, proposed methods for assessing the functional and operational properties of these materials. The proposed computerization of the developed methods for assessing the functional and operational characteristics of the studied geotextile nonwoven fabrics.*

\* Работа финансировалась в рамках выполнения базовой части государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ, Проект № 11.4696.2017/8.9.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, расчетное прогнозирование, вязкоупругость, нетканые полотна, геотекстильные материалы, функциональные свойства, эксплуатационное назначение, ползучесть, деформационные процессы.

**Keywords:** mathematical modeling, design prediction, viscoelasticity, non-woven fabrics, geotextile materials, functional properties, operational purpose, creep, deformation processes.

На современном этапе развития производств текстильной и легкой промышленности в связи с разработкой и изготовлением новых перспективных материалов особое значение уделяется всестороннему исследованию их механических свойств, а также прогнозированию деформационных процессов. Такого рода исследования, проведенные еще на стадии проектирования, способствуют повышению качества и улучшению функционально-эксплуатационных свойств новых материалов, в том числе и нетканых [1...4]. Геотекстильные иглопробивные нетканые полотна занимают определенное место среди материалов текстильной и легкой промышленности. Выделение указанных материалов в особую группу продиктовано особенностью их макроструктуры, которую, в отличие от большинства других текстильных материалов, нельзя назвать упорядоченной. В то же время целесообразность исследования механических свойств геотекстильных нетканых полотен определяется специфичностью области их применения. Технология производства нетканых полотен позволяет использовать все виды текстильного сырья, в том числе низких сортов, короткоштапельные и непрядомые волокна, а также волокна, регенерированные из лоскута и тряпья, что выгодно экономически отличает их от других видов текстильных материалов [5...8].

Разработка методик исследования механических свойств и прогнозирования деформационных процессов геотекстильных иглопробивных нетканых полотен является актуальной задачей, решение которой способствует выпуску нетканых материалов, обладающих требуемыми функционально-эксплуатационными свойствами. Геотекстильные иглопробивные нетканые полотна перспективны для повышения эффективности и снижения стоимости работ, например, при

строительстве дорог, сооружений различного назначения и т.п. Поэтому необходимо развитие научных концепций и выработка практических рекомендаций по технологическому отбору материалов, созданию новых и совершенствованию существующих структур иглопробивных нетканых полотен. В первую очередь это относится к иглопробивным нетканым полотнам на основе синтетических волокнистых отходов, которые представляют наибольший технико-экономический и экологический интерес в различных областях дорожного, промышленного и гражданского строительства [9...11].

Предлагаемые методики опробованы на типичных образцах таких материалов – иглопробивных полотнах из полипропиленовых волокон "Пинема" (производство ОАО "Пинема", Беларусь, г. Пинск) с различными техническими характеристиками.

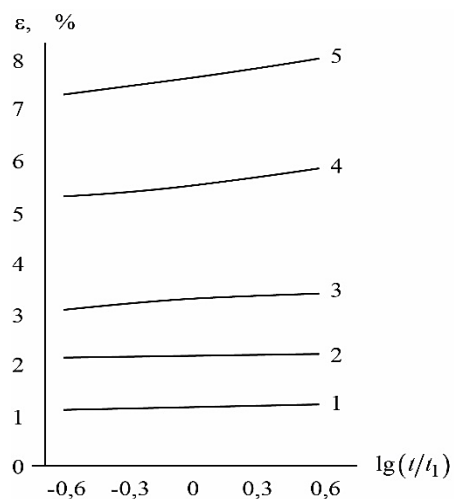


Рис. 1

В результате проведения серий экспериментов в режиме ползучести для рассматриваемых материалов были получены "семейство" кривых ползучести (рис. 1 – семейство кривых ползучести иглопробивно-

го полотна Пинема-160: 1 – P=5Н, 2 – P=10Н, 3 – P=15Н, 4 – P=20Н, 5 – P=25Н (линии – эксперимент, точки – расчет по математической модели (2)...(6)), которые в дальнейшем перестраивались в "семейства" кривых податливости (рис. 2 – семейство кривых податливости иглопробивного полотна Пинема-160: 1 – P=5Н, 2 – P=10Н, 3 – P=15Н, 4 – P=20Н, 5 – P=25Н (линии – эксперимент, точки – расчет по математической модели (2)...(6))) на основе формулы [12]:

$$F^{-1}D_{pt} = \frac{\varepsilon_{pt} - \varepsilon_{p.ост}}{P}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{pt}$  – деформация, зависящая от растягивающего усилия  $P$  и времени  $t$ ;  $D_{pt}$  – податливость;  $F$  – площадь поперечного сечения образца;  $\varepsilon_{p.ост}$  – остаточная деформация, определяемая по деформационно-восстановительному процессу.

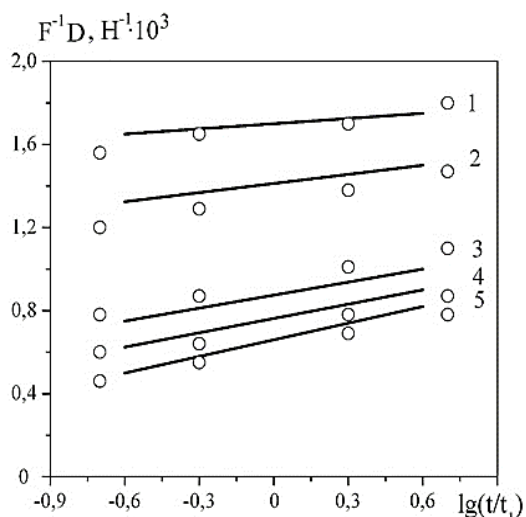


Рис. 2

Для прогнозирования процесса ползучести иглопробивных нетканых материалов была предложена новая инновационная математическая модель, учитывающая спектральные особенности их микроструктуры. Проведенное спектральное исследование процесса ползучести показало, что среднестатистические времена запаздывания для иглопробивных нетканых полотен, характеризующие переходы условных микрочастиц материала из одного устойчивого положе-

ния в другое, достаточно малы, то есть такие переходы осуществляются достаточно быстро – за времена  $\tau_p$ , много меньшие, чем величина базового лабораторного времени  $t_1 = 1$  мин [13].

Данное обстоятельство явилось основанием для учета в математической модели податливости  $D_{pt}$  только неотрицательных значений логарифмическо-временной шкалы приведенного времени  $\ln(t/\tau_p)$  ( $t \geq \tau_p$ ). Для отрицательных же значений указанной логарифмической шкалы ( $t < \tau_p$ ) – с целью упрощения математической модели – податливость принималась равной нулю (рис. 3 – обобщенная кривая податливости иглопробивного полотна Пинема-160). Предложенная математическая модель податливости имеет вид [14]:

$$F^{-1}D_{pt} = F^{-1}D_{\infty}\varphi_{pt}, \quad (2)$$

$$\varphi_{pt} = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} a_n \int_0^{\frac{1}{\tau_p} \ln \frac{t}{\tau_p}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz, & t > \tau_p \\ 0, & t \leq \tau_p \end{cases}, \quad (3)$$

где  $D_{\infty}$  – квазиравновесное значение податливости материала;  $0 \leq \varphi_{pt} \leq 1$  – нормированная функция, заданная в виде удвоенного интеграла вероятности;  $\tau_p$  – среднестатистическое время запаздывания;  $a_n$  – параметр интенсивности процесса ползучести.

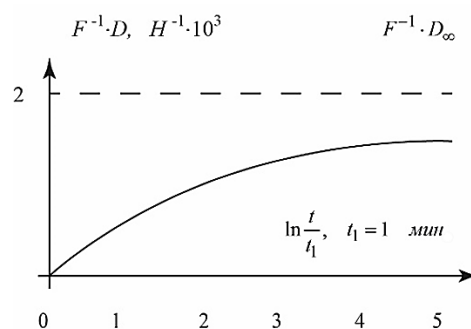


Рис. 3

Следует заметить, что сделанное допущение о нулевом значении податливости при временах, меньших среднестатистичес-

ких времен запаздывания, не является принципиальным, в силу их особой малости. К тому же процесс прогнозирования ползучести и деформационно-восстановительных процессов предполагает рассмотрение временных интервалов, сопоставимых с реальным значением базового времени [15].

Для предложенной математической модели податливости наибольшее значение производной податливости соответствует значению нормированной функции  $\varphi = 0$ , то есть  $t = \tau_p$ , что позволяет определить значение структурного коэффициента  $a_n$ :

$$\frac{1}{a_n} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left. \frac{(\partial D_{pt} / \partial \ln t)}{D_\infty} \right|_{\max}, \quad (4)$$

при этом асимптотическое значение квазиравновесной податливости  $D_\infty$  определяется как обратная величина модуля вязкоупругости  $E_\infty$  по диаграмме растяжения [16]:

$$D_\infty = E_\infty^{-1}. \quad (5)$$

Третьим параметром предложенной математической модели ползучести является функция времен запаздывания  $f_p$  (рис. 3):

$$f_p = \ln \frac{\tau_p}{t_1} < 0, \quad (6)$$

$$\ln \frac{t}{t_1} = \ln \frac{t}{\tau_p} + \ln \frac{\tau_p}{t_1},$$

которая может быть определена по величинам сдвигов кривых "семейства" податливости до обобщенной кривой податливости [17 (рис. 4)].

Заметим, что определение квазиравновесной податливости  $D_\infty$  по первому участку диаграммы растяжения, соответствующему зоне эксплуатации материала с незначительными разрушающими воздействиями, компенсирует "ошибку" выбора "нулевого" значения начальной податливости [18].

Для проверки адекватности построенной математической модели ползучести проводилось сопоставление расчетных значений податливости с измеренными экспериментально, что отражено на графиках "семейств"

ползучести и податливости (рис. 1, 2). Близость расчетных точек к экспериментальным кривым подтверждает адекватность и надежность построенной математической модели ползучести [19].

Следует особо отметить преимущество предлагаемой модели, которое состоит в минимальном количестве параметров модели, которые являются одновременно деформационными характеристиками исследуемого материала. Для удобства прогнозирования и определения деформационных характеристик по предлагаемым методикам разработано программное обеспечение [20...24].

Предложенное математическое моделирование вязкоупругости геотекстильных нетканых иглопробивных полотен и разработанные на его основе методики расчетного прогнозирования деформационных процессов указанных материалов послужили основой для проведения системного анализа вязкоупругости нетканых полотен с целью оценки их функционально-эксплуатационных свойств. Эти методики целесообразно применять с целью повышения конкурентоспособности новых материалов как на стадии проектирования, так и на стадии организации их производства.

## ВЫВОДЫ

1. Предложена математическая модель ползучести геотекстильных иглопробивных нетканых полотен в зоне действия неразрушающих механических воздействий, учитывающая специфику спектрального распределения времен запаздывания.

2. Разработаны методики определения параметров ползучести геотекстильных иглопробивных нетканых полотен в рамках предложенной математической модели.

3. Разработанные методики определения параметров ползучести геотекстильных иглопробивных нетканых материалов позволяют решать задачи технологической направленности по отбору материалов, обладающих наилучшими, с точки зрения эксплуатационных свойств, деформационными параметрами в зависимости от характеристик материала (поверхностной плотности, толщины, количества пробивок на единицу площади и т.д.).

4. На основе методик определения параметров ползучести разработано программное обеспечение, способствующее наилучшему решению указанных выше технологических задач по отбору материалов и прогнозированию деформационных процессов, а также по повышению их конкурентоспособности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров А.Г. Контроль параметров нелинейно-наследственных ядер релаксации и запаздывания синтетических нитей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 2. С.12...16.

2. Сталевич А.М., Макаров А.Г. Вариант спектра наследственно-вязкоупругой релаксации синтетических нитей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 3. С. 8...13.

3. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант прогнозирования процессов деформирования синтетических нитей // Химические волокна. – 2001, № 4. С.67...69.

4. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Методы уточнения и контроля прогнозируемых состояний синтетических материалов // Химические волокна. – 2001, № 5. С. 58...61.

5. Сталевич А.М., Макаров А.Г. Определение вязкоупругих характеристик на примере полиакрилонитрильной нити // Химические волокна. – 2001, № 6. С. 68...70.

6. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант спектров релаксации и запаздывания у аморфно-кристаллических синтетических нитей // Химические волокна. – 2002, № 3. С. 52...55.

7. Макаров А.Г., Сталевич А.М. Прогнозирование восстановительного деформационного процесса и обратной релаксации полимерных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2002, № 3. С. 10...13.

8. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Методы компьютерного анализа вязкоупругости технических тканей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, № 3. С. 13...17.

9. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Компьютерное исследование вязкоупругости полимерных материалов // Химические волокна. – 2006, № 5. С. 38...43.

10. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Оптимизация выбора модели вязкоупругости синтетических нитей // Химические волокна. – 2006, № 6. С. 47...51.

11. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Критерии оптимального выбора математической модели вязкоупругости текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2006, № 5. С. 18...22.

12. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Компьютерное прогнозирование деформационных процессов текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, № 2. С. 14...18.

13. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Системный анализ вязкоупругости текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, № 3. С. 20...24.

14. Макаров А.Г., Демидов А.В., Новоселова А.Г., Сталевич А.М. Методы спектрального моделирования механической релаксации текстильных материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2007, № 1. С. 15...19.

15. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Системный анализ вязкоупругости полиэфирных нитей // Химические волокна. – 2007, № 1. С. 62...65.

16. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант математического моделирования деформационных процессов синтетических нитей // Химические волокна. – 2007, № 6. С. 49...52.

17. Демидов А.В., Макаров А.Г., Сталевич А.М. Вариант прогнозирования нелинейно-наследственной вязкоупругости полимеров // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. Т. 48, №5. С.147...157.

18. Макаров А.Г., Демидов А.В., Сталевич А.М. Вариант моделирования нелинейно-наследственной вязкоупругости полимерных материалов // Механика твердого тела. – 2009, № 1. С. 155...165.

19. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Демидов А.В., Вагнер В.И. Спектральный анализ релаксационных свойств полимерных нитей аморфно-кристаллического строения // Химические волокна. – 2013, № 5. С. 44...47.

20. Головина В.В., Рымкевич П.П., Макаров А.Г., Романова А.А. Прогнозирование деформационных и релаксационных процессов в одноосноориентированных полимерных материалах // Химические волокна. – 2013, № 6. С. 33...40.

21. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Вагнер В.И., Васильева Е.К. Разработка методики проведения сравнительного анализа деформационных и релаксационных свойств арамидных нитей и текстильных материалов на их основе // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, № 5. С.48...58.

22. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Егорова М.А., Егоров И.М. Разработка методов математического моделирования процессов релаксации и ползучести полимерных нитей на основе их спектральной интерпретации // Химические волокна. – 2017, № 1. С.69...73.

23. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Егорова М.А., Егоров И.М. Разработка критериев достоверности прогнозирования деформационных и релаксационных процессов полимерных материалов // Химические волокна. – 2017, № 2. С. 59...63.

24. Демидов А.В., Макаров А.Г., Переборова Н.В., Егорова М.А. Варианты математического моделирования и системного анализа механической релаксации и ползучести полимерных материалов // Химические волокна. – 2017, № 4. С. 46...51.

## REFERENCES

1. Makarov A.G. Kontrol' parametrov nelineyno-nasledstvennykh yader relaksatsii i zapazdyvaniya sinteticheskikh nitey // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2000, № 2. S.12...16.
2. Stalevich A.M., Makarov A.G. Variant spektra nasledstvenno-vyazkoupругoy relaksatsii sinteticheskikh nitey // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2000, № 3. S. 8...13.
3. Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant prognozirovaniya protsessov deformirovaniya sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2001, № 4. S. 67...69.
4. Makarov A.G., Stalevich A.M. Metody utochneniya i kontrolya prognoziruemyykh sostoyaniy sinteticheskikh materialov // *Khimicheskie volokna.* – 2001, №5. S. 58...61.
5. Stalevich A.M., Makarov A.G. Opredelenie vyazkoupругikh kharakteristik na primere poliakrilonitril'noy niti // *Khimicheskie volokna.* – 2001, №6. S.68...70.
6. Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant spektrov relaksatsii i zapazdyvaniya u amorfno-kristallicheskikh sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2002, № 3. S. 52...55.
7. Makarov A.G., Stalevich A.M. Prognozirovanie vosstanovitel'nogo deformatsionnogo protsessa i obratnoy relaksatsii polimernyykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2002, № 3. S. 10...13.
8. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Metody komp'yuternogo analiza vyazkoupругosti tekhnicheskikh tkaney // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2006, № 3. S. 13...17.
9. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Komp'yuternoe issledovanie vyazkoupругosti polimernyykh materialov // *Khimicheskie volokna.* – 2006, № 5. S. 38...43.
10. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Optimizatsiya vybora modeli vyazkoupругosti sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2006, №6. S.47...51.
11. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Kriterii optimal'nogo vybora matematicheskoy modeli vyazkoupругosti tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2006, № 5. S. 18...22.
12. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Komp'yuternoe prognozirovanie deformatsionnykh protsessov tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2007, №2. S.14...18.
13. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Sistemnyy analiz vyazkoupругosti tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2007, № 3. S. 20...24.
14. Makarov A.G., Demidov A.V., Novoselova A.G., Stalevich A.M. Metody spektral'nogo modelirovaniya mekhanicheskoy relaksatsii tekstil'nykh materialov // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2007, № 1. S. 15...19.
15. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Sistemnyy analiz vyazkoupругosti poliefirnykh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2007, № 1. S. 62...65.
16. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant matematicheskogo modelirovaniya deformatsionnykh protsessov sinteticheskikh nitey // *Khimicheskie volokna.* – 2007, № 6. S. 49...52.
17. Demidov A.V., Makarov A.G., Stalevich A.M. Variant prognozirovaniya nelineyno-nasledstvennoy vyazkoupругosti polimerov // *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* – 2007. T. 48, №5. S. 147...157.
18. Makarov A.G., Demidov A.V., Stalevich A.M. Variant modelirovaniya nelineyno-nasledstvennoy vyazkoupругosti polimernyykh materialov // *Mekhanika tverdogo tela.* – 2009, № 1. S. 155...165.
19. Makarov A.G., Pereborova N.V., Demidov A.V., Vagner V.I. Spektral'nyy analiz relaksatsionnykh svoystv polimernyykh nitey amorfno-kristallicheskogo stroeniya // *Khimicheskie volokna.* – 2013, № 5. S. 44...47.
20. Golovina V.V., Rymkevich P.P., Makarov A.G., Romanova A.A. Prognozirovanie deformatsionnykh i relaksatsionnykh protsessov v odnoosnoorientirovannykh polimernyykh materialakh // *Khimicheskie volokna.* – 2013, № 6. S. 33...40.
21. Makarov A.G., Pereborova N.V., Vagner V.I., Vasil'eva E.K. Razrabotka metodiki provedeniya sravnitel'nogo analiza deformatsionnykh i relaksatsionnykh svoystv aramidnykh nitey i tekstil'nykh materialov na ikh osnove // *Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti.* – 2015, № 5. S. 48...58.
22. Makarov A.G., Pereborova N.V., Egorova M.A., Egorov I.M. Razrabotka metodov matematicheskogo modelirovaniya protsessov relaksatsii i polzuchesti polimernyykh nitey na osnove ikh spektral'noy interpretatsii // *Khimicheskie volokna.* – 2017, № 1. S. 69...73.
23. Makarov A.G., Pereborova N.V., Egorova M.A., Egorov I.M. Razrabotka kriteriev dostovernosti prognozirovaniya deformatsionnykh i relaksatsionnykh protsessov polimernyykh materialov // *Khimicheskie volokna.* – 2017, № 2. S. 59...63.
24. Demidov A.V., Makarov A.G., Pereborova N.V., Egorova M.A. Varianty matematicheskogo modelirovaniya i sistemnogo analiza mekhanicheskoy relaksatsii i polzuchesti polimernyykh materialov // *Khimicheskie volokna.* – 2017, № 4. S. 46...51.

Рекомендована кафедрой интеллектуальных систем и защиты информации СПбГУПТД. Поступила 11.02.19.