

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ДОЛГОВЕЧНОСТИ  
ДЕТАЛЕЙ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАШИН  
ПРИ СЛОЖНОМ НЕОДНОРОДНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ**

**STATISTICAL CALCULATION OF THE DURABILITY  
OF TEXTILE MACHINE PARTS  
IN A COMPLEX HETEROGENEOUS STRESS STATE**

*Д.К. ДЖАКИЯЕВ, С.Ж. ЖАШЕН, А.А. АБИЛЬДАЕВ*

*D.K. JAKIYAYEV, S.ZH. ZHASHEN, A.A. ABILDAYEV*

(Таразский государственный университет им. М.Х.Дулати, Республика Казахстан)

(Taraz State University named after M.Kh.Dulati, Republic of Kazakhstan)

E-mail: aidar\_abildaev88@mail.ru

*Предложен инженерный метод расчета, основанный на статистической модели усталостного разрушения и позволяющий аналитически определять долговечность детали, работающей при циклическом сложном неоднородном напряженном состоянии. Даны рекомендации по сокращению требуемого объема экспериментальной информации по усталости материала детали.*

*An engineering calculation method based on a statistical model of fatigue failure is proposed, which allows us to analytically determine the durability of a part operating under a cyclic complex inhomogeneous stress state. Recommendations are given to reduce the required amount of experimental information on the fatigue of the part material.*

**Ключевые слова:** циклическое нагружение, долговечность, сложное неоднородное напряженное состояние, статистическая модель усталостного разрушения детали.

**Keywords:** cyclic loading, durability, complex inhomogeneous stress state, statistical model of fatigue failure of a part.

В работах [1...5] предложена статистическая модель многоциклового усталости стальных деталей машин, основанная на ранее известной детерминированной энергетической модели усталостного разрушения элемента материала и гипотезе "слабого звена" по Вейбуллу. Предложенная модель позволяет строить кривые распределения долговечности стальных деталей машин, работающих в условиях сложного неоднородного напряженного состояния, с учетом как практического распределения напряжений, так и в общем случае нестационарного

нагружения во времени. Особенностью данной статистической модели является учет совместного действия всех компонентов циклических напряжений, которые в общем случае могут изменяться во времени по индивидуальным законам.

Энергетическое уравнение многоциклового усталостных повреждений в общем случае имеет следующий вид:

$$\Pi(N) = \frac{\sigma_{\max}(N)}{\bar{\sigma}_p} + \sum_{k=1}^N \phi(H_k, R_k), \quad (1)$$

где  $\Pi(N)$  – поврежденность, накопившаяся к  $N$ -му циклу нагружения;  $\sigma_{\max}(N)$  – максимальное напряжение цикла на момент определения  $\Pi$ ;  $\bar{\sigma}_p$  – истинное сопротивление разрыву;  $R_k$  – коэффициент асимметрии  $k$ -го цикла;  $H_k$  – безразмерный параметр, зависящий от необратимой работы деформирования, совершаемой в каждом цикле нагружения.

Данное кинетическое уравнение повреждений основано на гипотетической модели материала, связь параметров которой с реальным материалом осуществляется через экспериментальные кривые усталости материала, полученные при линейном напряженном состоянии и различных коэффициентах асимметрии цикла нагружения. Значения функционального параметра определяются по формуле, полученной из кинетического уравнения для стационарного режима циклического нагружения:

$$\phi(H, R) = \left(1 - \frac{\sigma_{\max}}{\bar{\sigma}_p}\right) \frac{1}{N_p}. \quad (2)$$

Здесь  $N_p$  – абсцисса усталостной кривой, отвечающей ординате  $\sigma_{\max}$  при данном  $R$ .

Испытания на усталость при однородном напряженном состоянии проводились на пульсаторе Лозенгаузен на циклическое "растяжение-сжатие" до разрушения цилиндрических образцов согласно требованиям ГОСТ 25.502–79. Образцы испытывались при различных коэффициентах асимметрии цикла  $R$ . Для построения функции распределения долговечности при каждом значении  $R$  проводились испытания на четырех уровнях напряжения, по 10...14 образцов на каждом уровне. Статистическая обработка результатов экспериментальных исследований проводилась согласно ГОСТ 25.502–79.

Результаты испытаний серии из  $n$  образцов при постоянном уровне напряжения располагались в вариационный ряд в порядке возрастания долговечности:

$$N_1 \leq N_2 \leq \dots \leq N_i \leq \dots \leq N_n. \quad (3)$$

Экспериментальную оценку вероятности разрушения проводили по известной формуле:

$$P = \frac{i - 0,5}{n}, \quad (4)$$

где  $P$  – вероятность разрушения образца при  $N \leq N_i$  (накопленная частота);  $n$  – число образцов, испытанных на данном уровне напряжения;  $i$  – число образцов, разрушившихся при  $N \leq N_i$  (номер образца в вариационном ряду).

В качестве функции распределения долговечности было принято двухпараметрическое распределение Вейбулла:

$$P(N) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{N}{N_*}\right)^m\right], \quad (5)$$

где  $N$  – число циклов до разрушения образца, испытанного на заданном уровне напряжения;  $N_*$  – параметр, равный значению  $N$  при  $P = 0,632$ ;  $m$  – параметр, характеризующий степень рассеивания долговечности.

Параметры распределения Вейбулла определялись согласно ГОСТ 11.007–75, и строились кривые распределения долговечности на вероятностной бумаге, соответствующей распределению Вейбулла. На основании кривых распределения долговечности методом графического интерполирования были построены семейства кривых усталости заданных равных вероятностей разрушения.

По кривым усталости заданных вероятностей разрушения могут быть построены графики функции  $\phi(H, R)$ , отвечающие тем же вероятностям разрушения, которые используются для прогнозирующих расчетов стальных деталей машин при сложном неоднородном напряженном состоянии. Таким образом, построение графиков функции  $\phi(H, R)$  требует наличия большого объема экспериментальной информации.

Несмотря на то, что построение кривых усталости не представляет с точки зрения техники эксперимента сложную задачу и для этой цели существуют стандартные и в современном исполнении весьма совершенные установки, инженеры-практики, конструкторы и производственники все же настаивают на максимально возможном сокращении объема базовых лабораторных испытаний образцов материала рассчитываемой детали.

Ввиду этого оказывается чрезвычайно актуальной постановка вопроса о приближенном построении зависимости  $\phi(N, R)$  по возможно меньшему количеству исходных экспериментальных данных. Такая методика может быть разработана на основе задания очертания линий пределов выносливости на диаграмме Хейя, то есть диаграмме предельных амплитуд в координатах  $\sigma_a - \sigma_m$ .

Линейная аппроксимация линии пределов выносливости на диаграмме Хейя (рис. 1 – линейная аппроксимация диаграммы Хейя: экспериментальные (1, 2, 3) и лириаризованные (4, 5, 6) кривые условных пределов выносливости) по уравнению:

$$\sigma_a + \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_B} \sigma_m = \sigma_{-1} \quad (6)$$

дает весьма удобную расчетную формулу функции  $\phi(N, R)$ , обладающую тем преимуществом, что в нее входят в качестве экспериментальных параметров только параметры кривой усталости для симметричного цикла. Однако сопоставление со значениями  $\phi(N, R)$ , найденными непосредственно по экспериментальным кривым усталости, относящимся к различным  $R$ , указали на большие расхождения в значениях искомой функции, относящихся к одинаковым  $N$  и  $R$ . Ввиду этих расхождений расчетных и опытных данных от линейной аппроксимации линий пределов выносливости на диаграмме Хейя приходится отказаться. Аппроксимация линии пределов выносливости на диаграмме Хейя должна быть более точной.

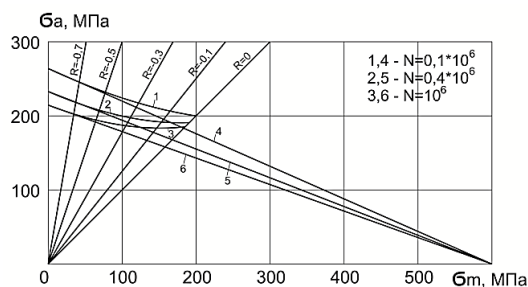


Рис. 1

В работах Одингга И.А., Павлова П.А. для аппроксимации линии пределов выносливости на диаграмме Хейя было использовано квадратичное уравнение вида

$$\sigma_a (\sigma_a + \alpha \sigma_m) = \sigma_{-1N}^2, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – эмпирический коэффициент, определяемый из предыдущего уравнения по формуле:

$$\alpha = \frac{\sigma_{-1N}^2 - \sigma_{ao}^2}{\sigma_{ao} \cdot \sigma_{mo}}. \quad (8)$$

Здесь амплитуда  $\sigma_{ao}$ , среднее напряжение  $\sigma_{to}$  от нулевого цикла и условный предел выносливости симметричного цикла  $\sigma_{-1N}$  определяются по кривым при одних и тех же числах цикла нагружения (рис. 2 – аппроксимация диаграммы Хейя по квадратичному уравнению: экспериментальные (1, 2, 3) и расчетные (4, 5, 6) кривые условных пределов выносливости).

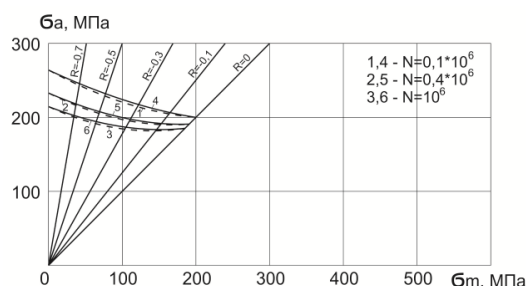


Рис. 2

Вычисляя по имеющимся экспериментальным данным значения коэффициента  $\alpha$  при разных числах циклов, нами замечено,

что эти значения не постоянны и зависят от долговечности  $N$ . На плоскости  $\alpha - \lg N$  зависимость  $\alpha(\lg N)$  хорошо аппроксимируется прямой линией. Уравнение этой кривой имеет вид:

$$N = Ae^{-\beta\alpha}. \quad (9)$$

$$\phi(H, R_{np}) = \left(1 - \frac{(H+2)C_2}{(1-R)\bar{\sigma}_p}\right) \cdot B^{-1} \exp \left[ \frac{(H+2)^2 C_2^2 a^2 (1+R)}{8B(1-R)} + \frac{(H+2)^2 C_2^2 a^2 (1+R)}{8B(1-R)} + \frac{(H+2)C_2 a}{2(1-R)} \sqrt{\frac{(H+2)^2 C_2^2 a^2 (1+R)^2}{16B^2} + \frac{(\ln A - \ln B)(1-R)^2}{B}} + (1-R)^2 \right], \quad (11)$$

где  $C_2$  – постоянная гипотетической модели материала, равная  $(0,6 \div 0,8)\sigma_{-1}$ . Параметры  $B$  и  $a$  описывают кривую усталости симметричного цикла, а параметры  $A$  и  $b$  описывают зависимость коэффициента  $\alpha$  от числа циклов нагружения.

Таким образом, исходная экспериментальная информация для прогнозирующих расчетов стальных деталей машин сводится к построению кривой усталости симметричного цикла и кривой усталости от нулевого цикла, которая нужна для построения зависимости  $\alpha(N)$ .

Расхождение между расчетными кривыми  $\phi(H, R)$ , построенными согласно последней формуле, и опытными данными невелико. Небольшая погрешность определения функции  $\phi(H, R)$  идет в запас прочности деталей машин.

## ВЫВОДЫ

1. Статистическая модель позволяет определять долговечность деталей текстильных машин и аппаратов при повторно-переменном нагружении в условиях сложного неоднородного напряженного состояния.

2. Даны рекомендации по сокращению объема экспериментальной информации по усталости материала детали. Результаты испытаний образцов стали 45 использованы для оценки достоверности приближенной формулы функционального параметра статистической модели, полученной

Принимая уравнение кривой усталости экспоненциальным:

$$N = Be^{-a\sigma_{max}}, \quad (10)$$

получим формулу функции  $\phi(H, R)$ :

путем аппроксимации линий пределов выносливости на диаграмме предельных амплитуд.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов П.А., Джакияев Д.К. Прогнозирование многоцикловых усталостных повреждений стали при сложном неоднородном напряженном состоянии // Тез. докл. X Всесоюз. науч.-техн. конф. по конструкционной прочности двигателей. – Куйбышев, 1985.
2. Джакияев Д.К., Касымов У.Т. Экспериментально-теоретическая оценка сопротивления усталости стальных конструктивных элементов при сложном неоднородном напряженном состоянии // Тр. Междунар. научной конф.: Актуальные проблемы механики и машиностроения. – Алматы, 2005.
3. Джакияев Д.К. Об оценке долговечности стальных конструктивных элементов в условиях циклического нагружения // Механика и моделирование процессов технологии. – 2011, №2.
4. Джакияев Д.К., Нусипали Р.К. Оценка циклической прочности по энергетической модели разрушения материала // Теоретическая и прикладная наука. – 2015, №05(25), Лион, Франция.
5. Жунисбеков С., Джакияев Д.К., Жашен С.Ж. Пути улучшения эффективности деталей и узлов сельскохозяйственных машин на стадии проектирования // Вестник НИА РК. – 2019, №3(73).

## REFERENCES

1. Pavlov P.A., Dzhakiyev D.K. Prognozirovanie mnogotsiklovykh ustalostnykh povrezhdeniy stali pri slozhnom neodnorodnom napryazhennom sostoyanii // Tez. dokl. X Vsesoyuzn. nauch.-tekhn. konf. po konstruktсионnoy prochnosti dvigateley. – Kuybyshev, 1985.
2. Dzhakiyev D.K., Kasymov U.T. Eksperimental'no-teoreticheskaya otsenka soprotivleniya ustalosti

stal'nykh konstruktsionnykh elementov pri slozhnom neodnorodnom napryazhenom sostoyanii // Tr. Mezhdunar. nauchnoy konf.: Aktual'nye problemy mekhaniki i mashinostroeniya. – Almaty, 2005.

3. Dzhakiyaev D.K. Ob otsenke dolgovechnosti stal'nykh konstruktsionnykh elementov v usloviyakh tsiklicheskogo nagruzheniya // Mekhanika i modelirovanie protsessov tekhnologii. – 2011, №2.

4. Dzhakiyaev D.K., Nusipali R.K. Otsenka tsiklicheskoy prochnosti po energeticheskoy modeli raz-

rusheniya materiala // Teoreticheskaya i prikladnaya nauka. – 2015, №05(25), Lion, Frantsiya.

5. Zhunisbekov S., Dzhakiyaev D.K., Zhashen S.Zh. Puti uluchsheniya effektivnosti detaley i uzlov sel'skoxozyaystvennykh mashin na stadii proektirovaniya // Vestnik NIA RK. – 2019, №3(73).

Рекомендована кафедрой механики и машиностроения. Поступила 20.01.20.

---