

## НАТЯЖЕНИЕ НИТЕЙ В ТКАНЯХ ГЛАВНЫХ ПЕРЕПЛЕТЕНИЙ

С.Г. СТЕПАНОВ, А.Х. САЛИХОВА, Г.В. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия,  
Ивановская государственная текстильная академия)

Решение задачи натяжения нити в ткани, снятой со станка, представляет определенный интерес. В этом случае можно более точно прогнозировать характеристики ткани, так как ее строение во многом оп-

ределяется внутренним взаимодействием нитей основы и утка.

Для решения поставленной задачи воспользуемся дифференциальным уравнением [1]:

$$\frac{d^2}{dz^2} \left( EJ_x \frac{d^2 y}{dz^2} \right) - \frac{d}{dz} \left[ Q_1(z) \frac{dy}{dz} \right] + ky = q(q_0, P, M), \quad (1)$$

где  $q(q_0, P, M)$  – обобщенная внешняя нагрузка;  $E$  – модуль упругости первого рода;  $J_x$  – момент инерции сечения нити относительно оси  $x$ ;  $Q_1(z)$  – осевая растягивающая сила;  $k$  – коэффициент пропорциональности.

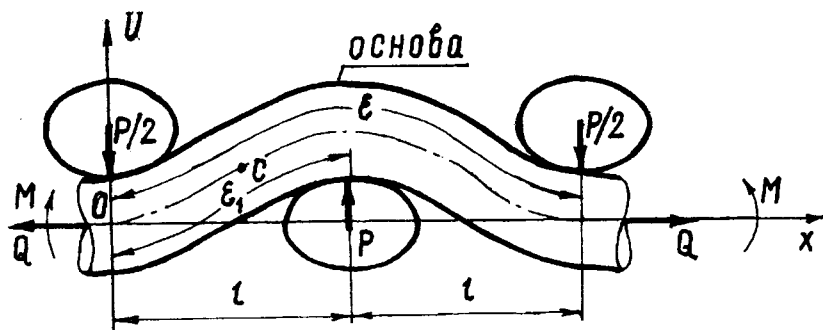
Для нашего случая (1) будет иметь вид

$$A_x^* \frac{d^4 U}{d\varepsilon^4} - Q_x^* \frac{d^2 U}{d\varepsilon^2} - q(P_x^*) = 0, \quad (2)$$

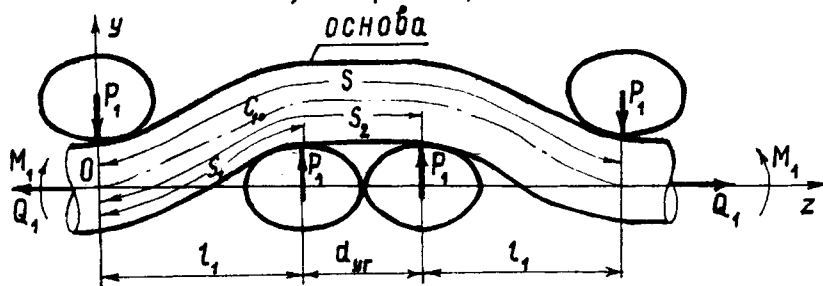
где  $A_x^*$  – жесткость нити на изгиб;  $Q_x^*$  – растягивающая сила;  $q(P_x^*)$  – сосредоточенные внешние силы.

В (2) показатели приводятся в безразмерной форме.

а) ПЛОТНО



б) саржа 2/1



в) атлас 5/2

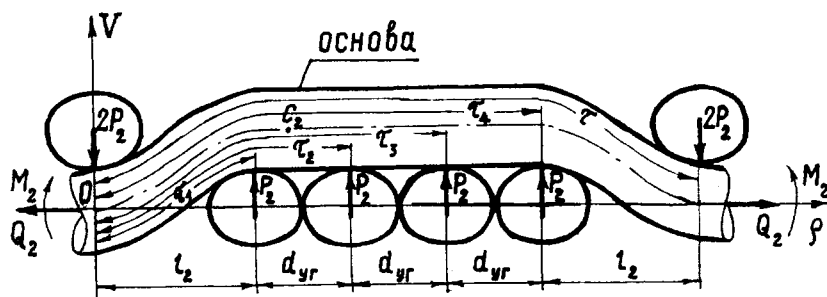


Рис.1

Используя (2) и учитывая обозначения рис.1-а, для ткани полотняного переплетения запишем

$$A^* \frac{d^4 U}{d\varepsilon^4} - Q^* \frac{d^2 U}{d\varepsilon^2} - P^* \delta(\varepsilon - \varepsilon_1) = 0. \quad (3)$$

Подобное равенство имеем и для саржи 2/1 (рис.1-б)

$$A_1^* \frac{d^4 Y}{ds^4} - Q_1^* \frac{d^2 Y}{ds^2} - P_1^* \delta(s - s_1) - P_1^* \delta(s - s_2) = 0. \quad (4)$$

Составим уравнение равновесия нити для переплетения атлас 5/2 (рис.1-в):

$$A_2^* \frac{d^4 V}{d\tau^4} - Q_2^* \frac{d^2 V}{d\tau^2} - P_2^* \delta(\tau - \tau_1) - P_2^* \delta(\tau - \tau_2) - P_2^* \delta(\tau - \tau_3) - P_2^* \delta(\tau - \tau_4) = 0. \quad (5)$$

В (3...5) приняты обозначения:  $A^*$ ,  $A_1^*$ ,  $A_2^*$  – жесткость нити на изгиб;  $Q^*$ ,  $Q_1^*$ ,  $Q_2^*$  – растягивающие нить осевые силы;  $P^*$ ,  $P_1^*$ ,  $P_2^*$  – давление уточных нитей на нити основы;  $M^*$ ,  $M_1^*$ ,  $M_2^*$  – изгибающие мо-

менты;  $\varepsilon$ ,  $s$ ,  $\tau$  – текущие координаты;  $\varepsilon_1$ ,  $s_1$ ,  $\tau_1$  – координаты действия сосредоточенных сил;  $\delta(\varepsilon - \varepsilon_1)$ ,  $\delta(s - s_1)$ ,  $\delta(\tau - \tau_1)$  – дельта-функции Дирака.

Поскольку точное решение (3...5) вряд ли возможно, решим уравнения приближенно, используя принцип возможных перемещений.

Вычислим интеграл [1]:

$$\int_0^1 L(\varphi) \delta\varphi dz = 0, \quad (6)$$

где  $L(\varphi)$  – уравнение равновесия нити;  $\delta\varphi$  – возможные обобщенные перемещения точек осевой линии нити.

$$A_1^* \frac{d^4 Y}{dz^4} - Q_1^* \frac{d^2 Y}{dz^2} - P_1^* \delta(z - z_1) - P_1^* \delta(z - z_2) = 0, \quad (8)$$

$$A_2^* \frac{d^4 V}{dQ^4} - Q_2^* \frac{d^2 V}{dQ^2} - P_2^* \delta(Q - Q_1) - P_2^* \delta(Q - Q_2) - P_2^* \delta(Q - Q_3) - P_2^* \delta(Q - Q_4) = 0, \quad (9)$$

где  $x_i, z_i, \rho_i$  – проекции  $\varepsilon_i, s_i, \tau_i$  на соответствующие оси.

Представим прогиб нити через известные функции, которые удовлетворяют крайевым условиям:

для полотна

$$U = a(1 - \cos 2\pi x), \quad (10)$$

для саржи

$$Y = a_1(1 - \cos 2\pi z), \quad (11)$$

для атласа

$$V = a_2(1 - \cos 2\pi \rho), \quad (12)$$

где  $a, a_1, a_2$ , – числа, требующие определения.

Решение будем осуществлять для малых прогибов нити. Это приведет к определенным ошибкам, однако для нашего случая они будут незначительны.

Тогда (3...5) запишется так:

$$A^* \frac{d^4 U}{dx^4} - Q^* \frac{d^2 U}{dx^2} - P^* \delta(x - x_1) = 0, \quad (7)$$

Возможные обобщенные перемещения точек осевой линии нити запишем в виде функций, подобных (10...12):

$$\delta U = 1 - \cos 2\pi x, \quad (13)$$

$$\delta Y = 1 - \cos 2\pi z, \quad (14)$$

$$\delta V = 1 - \cos 2\pi \rho. \quad (15)$$

Вычислим производные от (10...12) до четвертой включительно и подставим их в (7...9). Далее, используя (6) и (13...15), запишем

$$\int_0^1 [6A^* a \pi^4 \cos 2\pi x + 4Q^* a \pi^2 \cos 2\pi x - P^* \delta(x - x_1)] (1 - \cos 2\pi x) dx = 0, \quad (16)$$

$$\int_0^1 [6A_1^* a_1 \pi^4 \cos 2\pi z + 4Q_1^* a_1 \pi^2 \cos 2\pi z - P_1^* \delta(z - z_1) - P_1^* \delta(z - z_2)] (1 - \cos 2\pi z) dz = 0, \quad (17)$$

$$\int_0^1 [6A_2^* a_2 \pi^4 \cos 2\pi \rho + 4Q_2^* a_2 \pi^2 \cos 2\pi \rho - P_2^* \delta(\rho - \rho_1) - P_2^* \delta(\rho - \rho_2) - P_2^* \delta(\rho - \rho_3) - P_2^* \delta(\rho - \rho_4)] \cdot (1 - \cos 2\pi \rho) d\rho = 0. \quad (18)$$

Из (16...18) следует

$$a = \frac{P^*}{\pi^2 (4A^* \pi^2 + Q^*)}, \quad (19)$$

$$a_1 = \frac{1,5P_1^*}{\pi^2 (4A_1^* \pi^2 + Q_1^*)}, \quad (20)$$

$$a_2 = \frac{5P_2^*}{\pi^2 (4A_2^* \pi^2 + Q_2^*)}. \quad (21)$$

Подставив значения (19...21) в (10...12), получим

$$U = \frac{P^*}{\pi^2 (4A^* \pi^2 + Q^*)} (1 - \cos 2\pi x). \quad (22)$$

$$Y = \frac{1,5P_1^*}{\pi^2 (4A_1^* \pi^2 + Q_1^*)} (1 - \cos 2\pi z). \quad (23)$$

$$V = \frac{5P_2^*}{\pi^2 (4A_2^* \pi^2 + Q_2^*)} (1 - \cos 2\pi \rho). \quad (24)$$

Формулы (22...24) отражают изменение высоты волны нити, находящейся в ткани. Если положить  $x = z = \rho = 1/2$  и перейти к размерным величинам, то можно определить высоты волн нити в точках, соответствующих середине основного или уточного перекрытия.

### Элементы переплетений

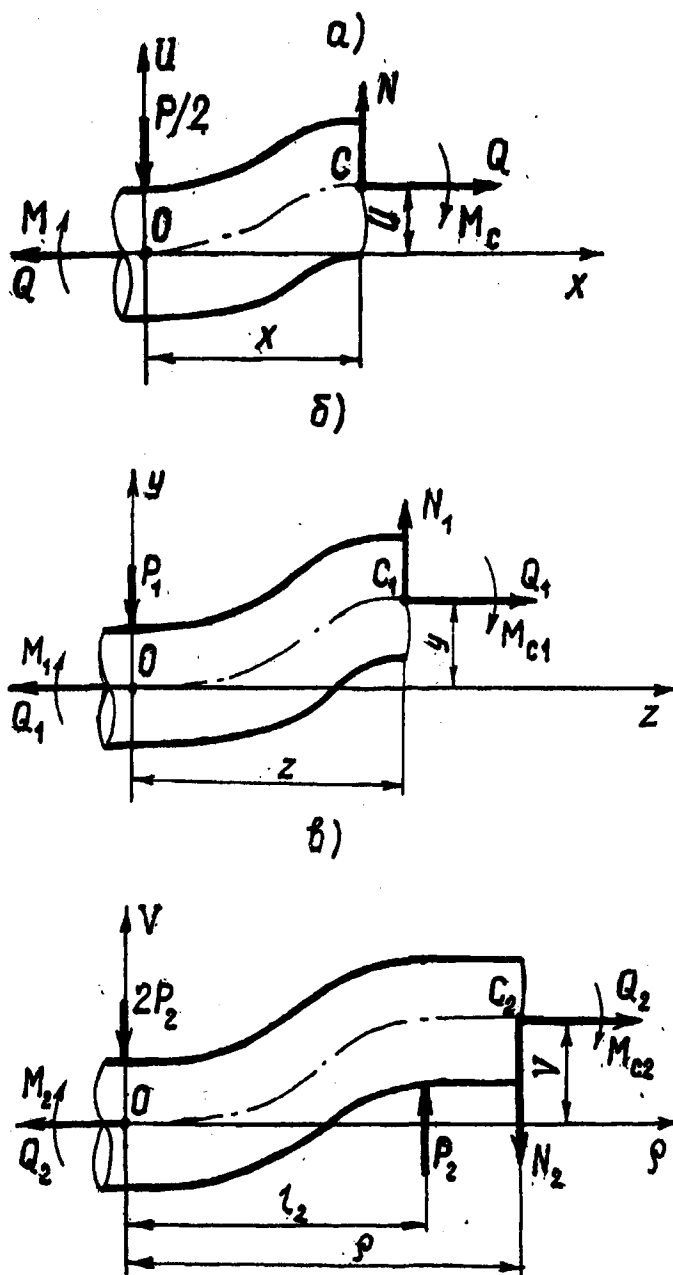


Рис.2

Для дальнейшего решения задачи рассмотрим рис.2. Здесь позиция а отражает равновесие отрезка нити ткани полотняного переплетения, б – саржи, в – атласа. Составим уравнение моментов для полотна. На элементе нити в точке С действуют растягивающая нагрузка Q, перерезывающая сила N и изгибающий момент M<sub>c</sub>:

$$M^* - P^*x/2 + Q^*U + M_c^* = 0. \quad (25)$$

Найдем выражения для моментов M и M<sub>c</sub>. Предварительно определим вторую производную от (22):

$$U'' = \frac{4P^* \cos 2\pi x}{4A^* \pi^2 + Q^*}. \quad (26)$$

При x = 0

$$M^* = U'' A^* = \frac{4P^* A^*}{4A^* \pi^2 + Q^*}, \quad (27)$$

при x = 1/4, M<sub>c</sub> = 0.

С учетом значения моментов из (25) следует

$$U = \frac{P^* x}{2Q^*} - \frac{4P^* A^*}{Q^* (4A^* \pi^2 + Q^*)}. \quad (28)$$

Подставим значение x = 1/4 в (22) и (28). Приравняв последние и решив полученное соотношение относительно Q\*, имеем

$$Q^* = -4\pi^2 A^*. \quad (29)$$

Связь между размерными и безразмерными величинами определяется выражениями

$$Q^* = \frac{l_n^2 Q}{A}, \quad A^* = 1, \quad (30)$$

где l<sub>n</sub> – длина нити, перекрывающая количество нитей другой системы.

Учитывая (29), (30), а также l<sub>n</sub> = 2l<sub>y</sub>, l<sub>y</sub> = 1/P<sub>y</sub>, где P<sub>y</sub> – фактическая плотность ткани по утку, для основной нити получим

$$Q_0 = -9,86 P_y^2 A_0. \quad (31)$$

Знак минус в (31) указывает на то, что фактическое натяжение нити в ткани, снятой со станка, противоположно Q (рис.1-а). Относительно начала координат вектор натяжения нити направлен вправо и вдоль оси нити. Следовательно, знак минус можно опустить, а (31) примет вид:

для основы

$$Q_0 = 9,86 P_y^2 A_0. \quad (32)$$

для утка

$$Q_y = 9,86 P_0^2 A_y, \quad (33)$$

где P<sub>0</sub> – фактическая технологическая плотность основы; A<sub>y</sub> – жесткость на изгиб уточной нити.

Решение задачи натяжения нити для ткани переплетения саржа 2/1 приведено в [2]. На основании рис.2-б составляется уравнение моментов относительно точки С<sub>1</sub>. Решение этого уравнения с учетом (11) и (20) даст следующие выражения для подсчета натяжения нити в ткани:

для основы

$$Q_{10} = 4,38 P_y^2 A_{10}, \quad (34)$$

для утка

$$Q_{1y} = 4,38 P_0^2 A_{1y}. \quad (35)$$

где A<sub>10</sub> и A<sub>1y</sub> – жесткость на изгиб нитей основы и утка.

Рассмотрим рис.2-в, где представлен фрагмент переплетения атласа 5/2. Составим уравнение моментов относительно точки С<sub>2</sub>:

$$M_2^* + Q_2^* V - 2P_2^* Q + P_2^* (Q - l_2) - M_{c2}^* = 0. \quad (36)$$

Вычислив вторую производную от (24), найдем значения изгибающих моментов в точках O и С<sub>2</sub>:

при ρ = 0

$$M^* = V'' A_2^* = \frac{20P_2^* A_2^*}{4A_2^* \pi^2 + Q_2^*}, \quad (37)$$

при ρ = 1/4

$$M_{c2} = 0. \quad (38)$$

Учитывая (37) и (38), из (36) имеем

$$V = \frac{P_2^*}{Q_2^*} (Q - l_2) - \frac{20P_2^* A_2^*}{Q_2^* (4A_2^* \pi^2 + Q_2^*)}. \quad (39)$$

Подставив значение  $\rho = 1/4$  и  $l_2 = 1/5$  в (39) и (24) и приравняв выражения, получим

$$Q_2^* = -4\pi^2 A_2^*. \quad (40)$$

Перейдя к размерным величинам, будем иметь следующие формулы для подсчета натяжения нити для атласа (сатина) 5/2:

$$Q_{20} = 1,57 P_y^2 A_{20}, \quad (41)$$

$$Q_{2y} = 1,57 P_o^2 A_{2y}. \quad (42)$$

Остановимся на равенстве (29), полученном для полотняного переплетения. Аналогичное значение имеем для саржи 2/1 [2] и атласа – (40). Следовательно, указанное выражение является универсальным. Опустив знак минус и перейдя к размерным величинам, запишем формулу так:

$$Q_z = \frac{4\pi^2 A_z P_x^2}{R_x^2}, \quad (43)$$

где  $Q_z$  – определяемое натяжение соответствующей нити;  $A_z$  – жесткость нити на изгиб;  $P_x$  – фактическая технологическая плотность ткани противоположной системы нитей;  $R_x$  – раппорт переплетения.

В (43) жесткость нити на изгиб определяется величиной  $A_z$ , куда входит текущий модуль жесткости  $E_t$ , зависящий от ряда факторов. Для нахождения  $A_z$  следует руководствоваться положениями из [3].

Равенство (43) позволяет подсчитать натяжение основной или уточной нити в тканях главных переплетений с учетом жесткости нити на изгиб, фактической плотности ткани и раппорта переплетения. Формула применима и для других однослойных тканей. В этом случае надо учитывать длину основного или уточного перекрытия той нити, натяжение которой следует определить.

Приведем несколько примеров расчета натяжения нити в ткани. Для бязи арт. 130 имеем  $P_o = P_y = 2,28$  нитей/мм;  $T_o = T_y = 29$  текс;  $A_o = 0,007$  Н·мм<sup>2</sup>. Натяжение основной нити составит

$$Q_o = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,007 \cdot 2,28^2}{4} \approx 0,36 \text{Н.}$$

Тик наволочный арт. 3944:  $P_o = 3,82$  нитей/мм;  $P_y = 3,2$  нитей/мм;  $T_o = T_y = 25$  текс;  $A_o = 0,006$  Н·мм<sup>2</sup>; переплетение – саржа 2/1:

$$Q_o = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,006 \cdot 3,2^2}{9} \approx 0,27 \text{Н.}$$

Сатин 5/2 арт. 520:  $P_o = 2,75$  нитей/мм;  $P_y = 4,75$  нитей/мм;  $T_o = 18,5$  текс;  $T_y = 15,4$  текс;  $A_o = 0,0052$  Н·мм<sup>2</sup>. Натяжение основной нити

$$Q_o = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,0052 \cdot 4,75^2}{25} \approx 0,185 \text{Н.}$$

Наибольшее натяжение нити наблюдается в тканях полотняного переплетения.

## ВЫВОДЫ

Рассмотрено взаимодействие нитей основы и утка в тканях главных переплетений и получены формулы для расчета натяжения нити в ткани.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978. С. 33...61.
2. Степанов С.Г. и др. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2001, №6.
3. Мигушов И. И. Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия. 1980. С. 7... 30.

Рекомендована кафедрой ткачества. Поступила 30.05.01.