

УДК 677.055:677.017.36

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ
КОМПЕНСИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА
В ПРОЦЕССЕ ФОРМИРОВАНИЯ
ТРИКОТАЖНОГО ПЕРЕПЛЕТЕНИЯ**

В.Д.ФРОЛОВ, О.А.ГОЛУБЕВА, Ф.Р.КАХРАМАНОВ, В.И.РОНЬЖИН, Т.В.СМИРНОВА

(Ивановская государственная текстильная академия)

Часто элементом демпфирования при формировании трикотажного полотна на плоскофанговой машине служит антеннообразная пружинная пружина (рис.1), один конец которой закрепляется на планке трикотажной машины, а другой – служит проводником пряжи и при этом совершает упругое колебание, компенсируя натяжение.

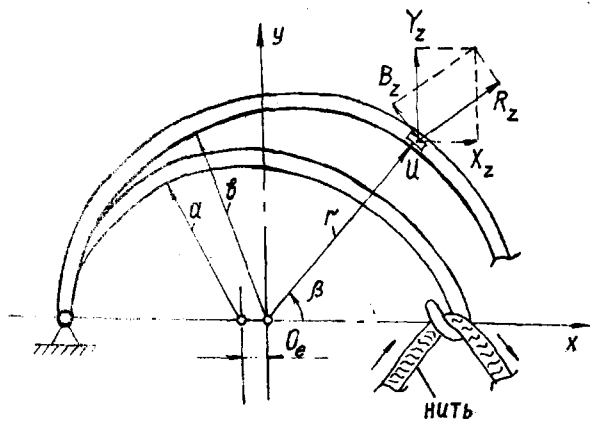


Рис.1

Большинство исследователей считают, что при изменении входного натяжения

нити происходит перераспределение нагрузок, воздействующих на нить при ее кулировании, в результате чего изменяется соотношение между потреблением нити иглами со стороны нитевода и уже образованными петлями.

Потребление нити со стороны петель характеризуется величиной перетяжки нити (за рубежом применяют термин “обратная подача со стороны нитевода”). Поэтому для стабилизации напряжения нити необходимо знать напряженное состояние пружинной пружины в виде полукольца, изгибаемой моментом M_z .

При решении задачи о чистом кручении стержневой системы следуют “полуобратному методу” Сен-Венана, полагая

$$X_x = Y_y = Z_z = X_y = Y_x = 0, \quad (1)$$

где z – ось полукольца.

Ввиду малости численного значения эксцентриситета e радиусов a , b , r считаем их в единой системе координат в точке O .

При принятых допущениях расчетные уравнения равновесия имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R_r}{\partial r} + \frac{\ell}{r \sin(\alpha)} \frac{\partial R_\beta}{\partial \beta} + \frac{\ell}{r} \frac{\partial R_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{2R_r - B_\beta - A_\alpha + R_\alpha \operatorname{ctg}(\alpha)}{r} &= 0 & \left(= \rho \frac{\partial^2 U_r}{\partial \tau^2} \right) \\ \frac{\partial B_r}{\partial r} + \frac{\ell}{r \sin(\alpha)} \frac{\partial B_\beta}{\partial \beta} + \frac{\ell}{r} \frac{\partial B_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{B_\alpha (3 + 2 \operatorname{ctg}(\alpha))}{r} + B &= 0 & \left(= \rho \frac{\partial^2 U_\beta}{\partial \tau^2} \right) \\ \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{\ell}{r \sin(\alpha)} \frac{\partial A_\beta}{\partial \beta} + \frac{\ell}{r} \frac{\partial A_\alpha}{\partial \alpha} + \frac{(R_r - B_\beta) \operatorname{ctg}(\alpha) - A_r}{r} + A &= 0 & \left(= \rho \frac{\partial^2 U_\alpha}{\partial \tau^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где α – угол закручивания; $R_r, B_r, A_r, R_\beta, B_\beta, A_\beta, R_\alpha, B_\alpha, A_\alpha$ – составляющие тензора напряжений; U_r, U_β, U_α – проекции смещения точки U на неподвижные координатные оси; τ – время; ρ – плотность материала.

Из (2) следуют статические уравнения

$$\frac{\partial X_z}{\partial z} = 0, \frac{\partial Y_z}{\partial z} = 0, \frac{\partial Z_x}{\partial x} + \frac{\partial Z_y}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Тогда локальные краевые условия, справедливые для каждой точки поверхности тела с нормалью ν , запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} X_\nu &= X_x \ell + X_y m + X_z n, \\ Y_\nu &= Y_x \ell + Y_y m + Y_z n, \\ Z_\nu &= Z_x \ell + Z_y m + Z_z n, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где $\ell = \cos(x, \nu)$, $m = \cos(y, \nu)$, $n = \cos(z, \nu)$, $\ell^2 = m^2 + n^2 = 1$;

для боковой поверхности стержня

$$Z_x \cos(\nu, x) + Z_y \cos(\nu, y) = 0, \quad (5)$$

на торцах: $Z = 0, Z = 1$.

Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} \iint_F X_z dF = 0, \iint_F Y_z dF = 0, \\ \iint_F (Y_z x - X_z y) dF = M_z, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\nabla^2 Y_z = 0, \nabla^2 X_z = 0. \quad (7)$$

Запишем напряжения с помощью функции Прандтля $\Phi = \Phi(x, y)$:

$$X_z = Z_x = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, Y_z = Z_y = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}. \quad (8)$$

Отсюда согласно (7) получим уравнение Пуассона

$$\nabla^2 \Phi = C, \quad (9)$$

которое выразим в полярных координатах [1]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta^2} = -2\alpha G, \quad (10)$$

где G – коэффициент Ламе; α – угол закручивания единицы длины стержня.

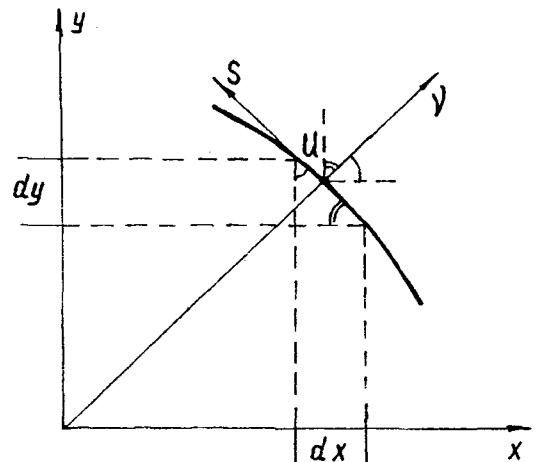


Рис.2

При решении (10) используем уравнение (5), из которого получим

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial S} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial S} = 0 \quad (11)$$

и, следовательно, на контуре сплошного прутка (рис.2):

$$\Phi(x, y) = 0, \quad (12)$$

удовлетворяющее условию (12) для функции напряжений

$$\Phi = 0. \quad (13)$$

Разложим правую часть уравнения (10) в интервале $0 \leq \beta \leq \pi$ в ряд Фурье:

$$-2LG = -\frac{8LG}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \sin(2n+1)\beta \quad (14)$$

с дальнейшим решением в форме ряда

$$\Phi(r, \beta) = -\sum_{n=0}^{\infty} f_n(r) \sin(2n+1)\beta. \quad (15)$$

После подстановки (14) и (15) в (10) получим определяющее уравнение для $f_n(r)$ – функция от радиуса изгиба

$$\frac{\partial^2 f_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial f_n}{\partial r} - \frac{(2n+1)^2}{r^2} f_n = \frac{8}{\pi} \frac{LG}{2n+1}, \quad (16)$$

$$\Phi(\rho, \beta) = b^2 \sum_{n=0}^{\infty} C_n (\rho^2 - a_n \rho^{(2n+1)} - b_n \rho^{-(2n+1)}) \sin(2n+1)\beta. \quad (18)$$

По формулам (8) найдем напряжения

$$\left. \begin{aligned} X_z &= \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{1}{b} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \sin(\beta) + \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \frac{1}{\rho} \cos(\beta) \right), \\ Y_z &= -\frac{\partial \Phi}{\partial x} = -\frac{1}{b} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \rho} \cos(\beta) - \frac{\partial \Phi}{\partial \beta} \frac{1}{\rho} \sin(\beta) \right). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Из системы уравнений (19) согласно(рис.1) значения напряжений принимают вид

$$\begin{aligned} R_z &= Y_z \sin(\beta) + X_z \cos(\beta) = \frac{1}{b} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta}, \\ B_z &= Y_z \cos(\beta) + X_z \sin(\beta) = -\frac{1}{b} \frac{\partial \Phi}{\partial \beta}. \end{aligned}$$

решая которое, найдем

$$f_n(r) = A_n r^{(2n+1)} + B_n r^{-(2n+1)} + C_n r^2,$$

где A_n, B_n – постоянные интегрирования;

$$C_n = \frac{B \alpha C}{\pi(2n-1)(2n+1)(2n+3)} - \text{постоянная}$$

частного решения.

Ряд (15) удовлетворяет условию $\Phi = 0$ на прямолинейных участках ($\beta = 0$ и $\beta = \pi$), а из остальных условий: $f_n(a) = f_n(b) = 0$ найдены A_n, B_n .

Окончательно получим

$$f_n(r) = C_n b^2 (\rho^2 - a_n \rho^{(2n+1)} - b_n \rho^{-(2n+1)}), \quad (17)$$

$$\text{где } a_n = \frac{1-k^{(2n+3)}}{1-k^{(4n+2)}}, b_n = k^{(2n+3)} \frac{1-k^{(2n-1)}}{1-k^{(4n+2)}},$$

$$k = \frac{a}{b}, \rho = \frac{r}{b}.$$

Функцию кручения (15) запишем в виде

Окончательно уравнения для определения напряжений будут выглядеть так:

$$\left. \begin{aligned} R_z &= b \sum_{n=0}^{\infty} C_n (2n+1) (\rho - a_n \rho^{2n} - b_n \rho^{-2(n+1)}) \cos(2n+1)\beta, \\ V_z &= -b \sum_{n=0}^{\infty} C_n (2n+1) \left(\frac{2}{2n+1} \rho - a_n \rho^{2n} + b_n \rho^{-2(n+1)} \right) \sin(2n+1)\beta. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

В процессе воздействия момента M_z на компенсирующее устройство в виде дугообразной пружинной пружины результирующее касательное напряжение достигает наибольшего значения при $\rho=1$, $\beta = \frac{\pi}{2}$ (в середине дуги полуокружности ближе к внешней стороне прутка, а именно к его большему радиусу). Касательное напряжение в любой точке сечения направлено по касательной к линии $\Phi = \text{const}$, проходящей через точку и пропорционально скорости изменения Φ по нормали к этой линии (рис.2).

Из (11) и (12) следует

$$S_2 = \frac{\partial \Phi}{\partial v}, \quad V_2 = 0. \quad (21)$$

Тогда, используя теорему Бредта о циркуляции касательного напряжения, получим

$$\oint_{\Phi=C} S_2 dS = 2 \alpha G F_{\Phi}, \quad (22)$$

где $F_{\Phi} = \oint_{\Phi=C} \frac{1}{2} h dS$ – площадь сечения, ограниченная кривыми.

Согласно уравнению (6)

$$M_z = 2 \int F_{\Phi} d\Phi = 2 \int \int_F F_{\Phi} d\Phi,$$

где $d\Phi = S_2 dv$ – дифференциал функции напряжений (21); F – площадь сечения.

ВЫВОДЫ

Доказано, что значения напряжений, передаваемых компенсатором нити, не должны превышать динамического разрывного усилия трикотажной пряжи. Это зависит от угла закручивания α , а следовательно, и от момента M_z .

ЛИТЕРАТУРА

1. Новожиллов В.В. Теория упругости. – М.: Судпромгиз, 1958.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 03.12.01.