УДК 677.052.94

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОГО УГЛА КРУЧЕНИЯ ПРОДУКТА

Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ, В.А. АВРЕЛЬКИН, В.И. РОНЬЖИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

В крученом продукте образуется поперечное сжатие (напряжение), являющееся типичным примером создания поля сил трения в процессе вытягивания, например, при прядении из ровницы.

В литературе остается мало изученным вопрос об определении взаимосвязи между силами, возникающими в продукте при его растяжении и кручении. Цель настоящего исследования заключается в определении взаимосвязи между величинами натяжения продукта, напряжением при растяжении, поперечным напряжением, углом закручивания волокон в продукте, а также в нахождении максимального угла кручения, при увеличении которого продукт при дальнейшем его вытягивании будет подвергаться процессу разрушения.

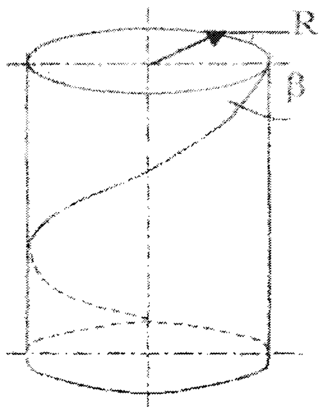

Рис. 1

Сделаем допущение: геометрическая модель крученого продукта предполагает, что волокна располагаются по винтовым линиям с постоянным шагом. Угол ориентации всех волокон равен углу подъема винтовой линии, то есть углу β закручивания (рис.1). При получении пряжи волокна в процессе кручения испытывают как тангенциальное, так и радиальное напряжения. Исследуемым нами продуктом является ровница и вследствие малых значений крутки тангенциальная составляющая, по сравнению с радиальной составляющей, пренебрежимо мала. По этой причине в данной работе будем учитывать только радиальную составляющую напряжения.

При кручении продукта его поперечное сечение уменьшается, появляется внутреннее поперечное (радиальное) напряжение между волокнами [1]. Выражение для определения внутреннего поперечного напряжения, которое испытывает волокно продукта, после преобразований имеет вид

$$\sigma = \sigma_f \cos^2\beta \frac{\left(1 - \frac{\varrho^2}{R^2}\sin^2\beta - \cos^2\beta\right)}{2\left(\left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 \sin^2\beta + \cos^2\beta\right)}, \qquad (1)$$

где σ_f – напряжение, испытываемое волокном при растяжении; ϱ – расстояние до исследуемого волокна в сечении от оси продукта; R – радиус продукта; β – угол закручивания.

Напряжение при растяжении волокна определяется по формуле

$$\sigma_f = E_f\ \varepsilon_f, \qquad (2)$$

где E_f – модуль упругости волокна; ε_f – относительное удлинение волокна.

Следовательно, внутреннее поперечное напряжение волокна, возникшее в результате кручения продукта, определяется как

$$\sigma = E_f \varepsilon_f \cos^2\beta \frac{\left(1 - \frac{\varrho^2}{R^2}\sin^2\beta - \cos^2\beta\right)}{2\left(\left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 \sin^2\beta + \cos^2\beta\right)}. \qquad (3)$$

Сила трения волокна, расположенного в крученом продукте,

$$F_{тр} = \int_0^{\ell} (\mu\sigma + h)(2\pi b)d\ell, \qquad (4)$$

где σ – поперечное напряжение волокна; μ – коэффициент трения между волокнами; h – цепкость волокон; b – радиус волокна.

Определим максимальное значение крутки, с увеличением которого произойдет значительное увеличение силы трения между волокнами, что при вытягивании вызовет их необратимую деформацию. Предельно допустимая сила вытягивания одного волокна определяется следующим образом:

$$F_{выт} = E_f\ \varepsilon_f. \qquad (5)$$

Выражение (5) определяет $F_{выт}$ – предельно допустимое усилие, которое можно приложить к волокну. В случае превышения этого усилия начинается вязкая деформация волокна, в дальнейшем приводящая к его обрыву.

Уравнение для определения силы трения без учета цепкости волокон запишем в виде:

$$F_{тр} = \mu\ \sigma\ \ell\ L_в. \qquad (6)$$

где ℓ – длина волокна, $L_в = 2\pi b$ – длина поверхности волокна.

Условие, при котором возможен процесс вытягивания, таково: сила вытягивания должна быть больше или равна силе трения волокна:

$$F_{выт} \geq F_{тр}. \qquad (7)$$

Учитывая (7), приравняем значение формулы (5) к значению формулы (6) и найдем максимальное значение поперечного напряжения:

$$\sigma = \frac{E_f \varepsilon_f}{\mu \ell L_в}. \qquad (8)$$

Далее, подставив полученное выражение (8) в (3), получим:

$$\frac{1}{\mu\ell L_в} = \cos^2\beta \frac{\left(1 - \left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 \sin^2\beta - \cos^2\beta\right)}{2\left(\left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 \sin^2\beta + \cos^2\beta\right)}. \qquad (9)$$

Выразим максимальное значение угла β закручивания волокон, соответствующее максимальному поперечному напряжению.

Произведем замену:

$$a = \frac{1}{\mu\ell L_в},$$

$$b^2 = \left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 \quad и \quad z = \sin^2\beta.$$

Тогда получим

$$a = \cos^2\beta \frac{(1 - b^2z^2 - \cos^2\beta)}{2(b^2z^2 + \cos^2\beta)},$$

$$\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = 1 - z,$$

$$a = (1-z)\frac{(1 - b^2z - 1 + z)}{2(b^2z + 1 - z)} = \frac{(1-z)z(1-b^2)}{2(1 - z(1-b^2))},$$

$$1 - b^2 = c,$$

$$a = \frac{(1-z)zc}{2(1-zc)},$$

$$-cz^2 + z(2ac + c) - 2a = 0.$$

Решая квадратное уравнение относительно z с учетом замены, записываем:

$$z = \frac{2\frac{1}{\mu\ell L_в} + 1}{2} + \sqrt{\left(\frac{2\frac{1}{\mu\ell L_в} + 1}{2}\right)^2 - \frac{2\frac{1}{\mu\ell L_в}}{1 - \left(\frac{\varrho}{R}\right)^2}},$$

а) $\beta = \frac{1}{2}\arccos(1-2z),$

$$0 \le z \le \frac{1}{2}. \tag{10}$$

б) $\beta = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\arccos(1-2z),$

$$\frac{1}{2} \le z \le 1. \tag{11}$$

Найденное по формулам (10) или (11) значение угла β является тем предельно допустимым, которому соответствует максимальное значение поперечного напряжения.

ВЫВОДЫ

Установлено, что, зная максимальный угол β закручивания, при котором образуется максимальное поперечное напряжение σ, можно определить предельно допустимое значение напряжения поля сил трения. Решение этой задачи позволяет получить предельное значение поля сил трения, ниже которого еще происходит вытягивание.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Щербаков В.П., Скуланова И.С., Полякова Л.В.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1999, №3. С. 31...35.

Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 24.04.02.