

ДИНАМИКА ПРИБОЯ УТКА*

С.Г. СТЕПАНОВ, Г.В. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия,
Ивановская государственная текстильная академия)

Прибой уточной нити – сложный технологический процесс формирования ткани. Точное аналитическое описание его представляет значительные трудности [1]. Рассмотрим решение данной задачи на базе основных положений теории колебаний.

При установившейся работе ткацкого станка динамическое равновесие основы и ткани обеспечивается соответствующими механизмами. Однако в момент прибоя уточной нити практически ни один из этих механизмов не реагирует на мгновенное изменение натяжения основы и ткани. Под действием берда опушка ткани перемещается на величину прибойной полоски, а сила прибоя от начального значения возрастает до максимальной величины, затем снижается и становится равной начальной в момент отхода берда от опушки ткани.

Если рассмотреть взаимодействие берда с опушкой ткани, то движение последней можно описать линейным неоднородным дифференциальным уравнением второго порядка. При этом допускаем, что прогиб уточной нити в точках соприкосновения с бердом, а также ее смятие отсутствуют. Кроме того, не будем учитывать незначительное изменение натяжения основы при прибое, зависящее от работы зевобразовательного и других механизмов станка.

Схема взаимодействия сил

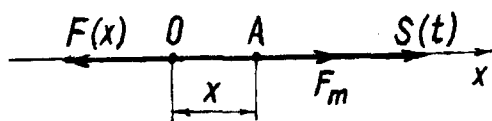


Рис. 1

Рассмотрим рис. 1. Точка O принята за начало координат и соответствует статическому равновесию основы и ткани в момент, когда взаимодействие берда с опушкой ткани отсутствует. Натяжение ткани и основы для этого случая будет

$$F_m = F_0$$

или

$$F_m - \Delta_0 c_0 = 0, \quad (1)$$

где Δ_0 – начальная (заправочная) деформация основы; c_0 – коэффициент жесткости основы.

При перемещении берда в переднее положение (точка A) деформация основы возрастает на величину x и ее натяжение составляет

$$F(x) = c_0(x + \Delta_0). \quad (2)$$

Используя рис.1, записываем

$$m\ddot{x} = -F(x) + F_m + S(t), \quad (3)$$

где m – масса основы и ткани, перемещающаяся в момент прибоя; $S(t)$ – возмущающая сила, приложенная к ткани со стороны берда; t – время.

С учетом (1) и (2)

$$m\ddot{x} = -xc_0 + S(t), \quad (4)$$

$$\ddot{x} + k^2 x = \frac{1}{m} S(t), \quad (5)$$

* В порядке обсуждения.

где $k^2 = \sqrt{c_0/m}$.

Общее решение (5) имеет вид

$$x = x_1 + x_2, \quad (6)$$

где x_1 – общее решение соответствующего однородного уравнения; x_2 – частное решение неоднородного уравнения.

Корни однородного характеристического уравнения (5) мнимые, следовательно

$$x = C_1(\tau) \cos kt + C_2(\tau) \sin kt, \quad (8)$$

аналогичном общему решению однородного уравнения (7), но где $C_1(\tau)$ и $C_2(\tau)$ –

$$\dot{x} = \dot{C}_1(\tau) \cos kt - C_1(\tau)k \sin kt + \dot{C}_2(\tau) \sin kt + C_2(\tau)k \cos kt. \quad (9)$$

Поскольку вместо одной неизвестной функции введены еще две, то налагаем дополнительное условие:

$$\dot{C}_1(\tau) \cos kt + \dot{C}_2(\tau) \sin kt = 0. \quad (10)$$

$$\ddot{x} = -\dot{C}_1(\tau)k \sin kt - C_1(\tau)k^2 \cos kt + \dot{C}_2(\tau)k \cos kt - C_2(\tau)k^2 \sin kt. \quad (12)$$

Подставим (8) и (12) в (5):

$$-\dot{C}_1(\tau)k \sin kt + \dot{C}_2(\tau)k \cos kt = \frac{1}{m} S(t). \quad (13)$$

Совместное решение (10) и (13) даст следующие результаты:

$$\dot{C}_1(\tau) = -\frac{1}{mk} S(t) \sin kt, \quad (14)$$

$$\dot{C}_2(\tau) = \frac{1}{mk} S(t) \cos kt, \quad (15)$$

или

$$x = \tilde{C}_1 \cos kt + \tilde{C}_2 \sin kt - \frac{1}{km} \cos kt \int_0^t S(\tau) \sin k\tau d\tau + \frac{1}{km} \sin kt \int_0^t S(\tau) \cos k\tau d\tau. \quad (18)$$

но, решение x_1 будет

$$x_1 = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt. \quad (7)$$

В равенствах (3) и (4) сила $S(t)$ неизвестна. Решим задачу в общем виде для произвольного закона изменения возмущающей силы, воспользовавшись для этого методом вариации произвольных постоянных [2].

Ищем решение (5) в виде

некоторые функции времени, требующие определения.

Найдем производную

Следовательно, (9) примет вид

$$\dot{x} = -C_1(\tau)k \sin kt + C_2(\tau)k \cos kt. \quad (11)$$

С учетом (11) вторая производная

Подставим (16) и (17) в (8):

Тогда из (18)

$$x = \tilde{C}_1 \cos kt + \tilde{C}_2 \sin kt + \frac{1}{km} \int_0^t S(\tau) \sin k(t - \tau) d\tau. \quad (19)$$

Чтобы определить постоянные \tilde{C}_1 и \tilde{C}_2 , найдем \dot{x} . При дифференцировании (19) необходимо учитывать, что t является верхним пределом интеграла и в качестве параметра входит еще и в подынтегральное выражение. Следовательно, производ-

ная $\frac{dx}{dt}$ от интеграла включает производные по верхнему пределу и по параметру [3]:

$$\dot{x}^* = \frac{1}{km} \int_0^t S(\tau) \sin k(t - \tau) d\tau, \quad (20)$$

$$\frac{dx^*}{dt} = \frac{1}{km} S(t) \sin k(t - t) + \frac{1}{m} \int_0^t S(\tau) \cos k(t - \tau) d\tau = \frac{1}{m} \int_0^t S(\tau) \cos k(t - \tau) d\tau. \quad (21)$$

С учетом (21) значение \dot{x} будет

$$\dot{x} = -\tilde{C}_1 k \sin kt + \tilde{C}_2 k \cos kt + \frac{1}{m} \int_0^t S(\tau) \cos k(t - \tau) d\tau. \quad (22)$$

При $t = 0$ и $x = 0$ из (19)

$$\tilde{C}_2 = \frac{V_0}{k}, \quad (24)$$

$$\tilde{C}_1 = 0. \quad (23)$$

При $t=0$ и $\dot{x} = V_0$ из (22)

где V_0 – скорость движения берда в точке касания его опушки ткани.

Подставляем (23) и (24) в (19):

$$x = \frac{V_0}{k} \sin kt + \frac{1}{km} \int_0^t S(\tau) \sin k(t - \tau) d\tau. \quad (25)$$

В (25) первое слагаемое соответствует свободным колебаниям опушки ткани, вызванным возмущающей силой и имеющим круговую частоту k , второе – определяет колебания опушки ткани с частотой свободных колебаний и вынужденные перемещения опушки под действием возмущающей силы.

Из (25) следует: воздействие берда на опушку ткани приводит к свободным и вынужденным колебаниям последней, что определенным образом влияет на величину прибойной полосы и, следовательно, на процесс формирования ткани. Для того, чтобы оценить последнее, надо знать закон изменения возмущающей силы.

ВЫВОДЫ

При прибое уточной нити опушка ткани совершает свободные и вынужденные колебания. Для их оценки надо знать закон изменения возмущающей силы. Возможно, здесь имеет место резонанс частот, который может влиять на процесс прибоа утка, а следовательно, и на формирование ткани.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильченко В.Н.* Прибой уточной нити. – М.: Легпромбытиздат, 1993. С. 3...14.
2. *Бронштейн И.Н.*, *Семендяев К.А.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1986. С.317...319.
3. *Бидерман В.Л.* Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. С.14...16.

Рекомендована кафедрой ткачества ИГТА. Поступила 18.06.01.
