УДК 677.08.021. 16/22

ТЕХНОЛОГИЯ ОБРАБОТКИ ТРУДНООЧИЩАЕМЫХ ВОЛОКНИСТЫХ ОТХОДОВ

В.Д. ФРОЛОВ, А.Г. ПЕЧНИКОВА, Ф.Р. КАХРАМАНОВ, Ю.В. ДУНАЕВА

(Ивановская государственная текстильная академия)

Технологический процесс обработки волокнистых комплексов из отходов шерсти, имеющих значительное количество сорных примесей, требует тщательной предварительной подготовки структурного образования питающего слоя перед моментом выделения основной массы сорных примесей. Подготовка слоя проводится в процессе вытягивания в трех зонах, образованных питающими валиками I, II, III (рис.1-а). В последней зоне установлен дополнительный валик 1, имеющий вращательное и поперечное движение по осям Ох и Оу. Это решение наряду с последующим аэродинамическим воздействием основного рабочего органа 2 делает возможным обработку волокнистого материала в трехмерном пространстве, что в значительной степени повышает эффективность очистки.

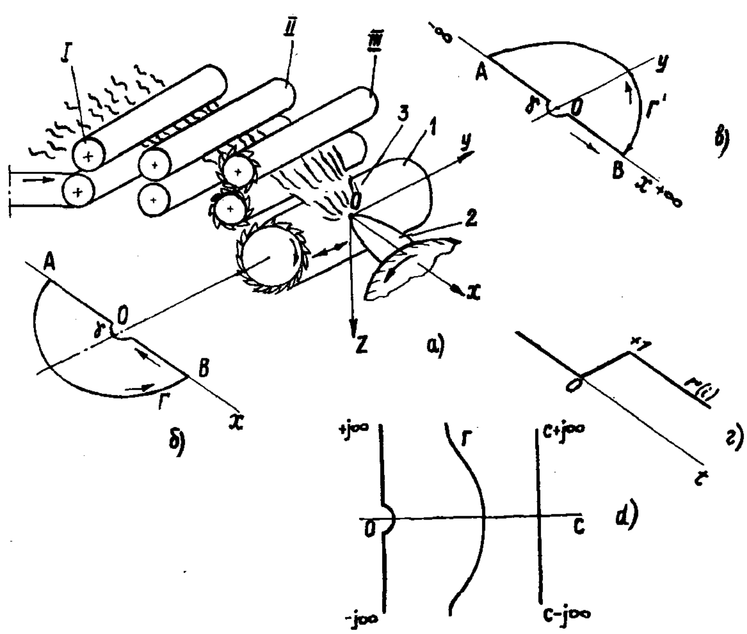

Рис. 1

В большинстве случаев бородку 3 из волокон на дополнительном валике 1 можно представить в виде прямолинейного контура, замыкающегося полуокружностью с центром в начале координат, радиус которой растет до бесконечности. Если интеграл по этой окружности стремится к нулю, то контур интегрирования сводится к бесконечной прямой. Тогда, используя известное положение леммы Жордона, найдем необходимый частный случай равенства нулю интеграла по окружности бесконечного радиуса.

Пусть Ф(z) – функция голоморфная в верхней полуплоскости (0< arg Z <П), все особенности которой лежат слева от контура Бромвича, за исключением конечного числа полюсов, и стремящаяся к нулю при $|Z| \to \infty$ равномерно относительно arg Z.

Тогда при t>0

$$\lim_{R\to\infty}\int_C e^{jtz\Phi(z)dz} = 0,$$

где контур C представляет собой полуокружность с центром O и радиусом R, замыкающим верхнюю полуплоскость.

Рассмотрим функцию вещественной переменной t, определенную с помощью интеграла в комплексной плоскости

$$f(t) = \frac{1}{2\Pi j}\int_C \frac{e^{j\omega t}}{\omega}d\omega. \qquad (1)$$

Контур C – это ось x с выемкой в форме полуокружности со стороны отрицательных y (рис.1-б). Обозначим через γ часть контура C, ограниченную двумя точками A и B, равностоящими от начала координат и через Г – полуокружность с центром O, проходящую через A и B и находящуюся под действительной осью. Контур γ + Г не содержит особых точек подынтегральной функции, следовательно, соответствующий криволинейный интеграл равен нулю. Если t отрицательно, то по лемме Жордона интеграл по контуру Г стремится к нулю, когда радиус окружности бесконечно возрастает. Следовательно, предел интеграла по контуру γ (то есть интеграл по контуру C) равен нулю:

$$\frac{1}{2\Pi j}\int_C \frac{e^{j\omega t}}{\omega}d\omega = 0 \qquad \text{при } t<0.$$

Для положительных t рассмотрим полуокружность Г', расположенную со стороны положительных y (рис.1-в). В этом случае

$$\frac{1}{2\Pi j}\int_{\gamma+\Gamma'} \frac{e^{j\omega t}}{\omega}d\omega = 1 \qquad \text{при } t>0.$$

По лемме Жордона интеграл Г' стремится к нулю, если R окружности бесконечно растет.

В пределе имеем

$$\frac{1}{2\Pi j}\int_C \frac{e^{j\omega t}}{\omega}d\omega = 1 \qquad \text{при } t>0.$$

Функция f(t), определенная равенством (1), равна нулю при t<0 и единице – при t>0 (рис.1-г), поэтому она представляет собой единичную функцию или единичный импульс, обозначается $\eta(t)$ и может быть выражена интегралом

$$\eta(t) = \frac{1}{2\Pi j}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{j\omega t}}{\omega}d\omega.$$

Контур интегрирования представляет собой вещественную ось с маленькой полуокружностью (рис.1-в).

Положим $j\omega = p$. Тогда

$$r(t) = \frac{1}{2\Pi j}\int_{-j\infty} \frac{e^{pt}}{P}dp.$$

При этом контур интегрирования представляет собой мнимую ось с маленькой полуокружностью (рис.1-d). Он может быть заменен другим контуром Г, соединяющим точки $-j\infty$ и $+j\infty$, и расположен справа от мнимой оси. Согласно теореме Кожи между мнимой осью и контуром Г функция $\frac{e^{pt}}{p}$ не имеет особых точек.

Тогда

$$\int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{e^{pt}}{p}dp = \int_\Gamma \frac{e^{pt}}{p}dp.$$

Контур Г, в частности, может быть прямой, параллельной мнимой оси с положительной абсциссой c (контур Бромвича). Следовательно, единичная функция Хевисайда

$$r(t) = \frac{1}{2\Pi j}\int_{C-j\infty}^{C+j\infty} \frac{e^{pt}}{p}dp. \qquad (2)$$

Форма графика этой функции с единичной ступенью (рис.1-г) зависит от сил воздействия, внезапно приложенных в момент времени t=0 и представленных функциями, равными нулю при t<0 и равными непрерывной функции времени h(t) при t>0, и могут быть разложены на ступени (рис.2). Это разложение приводит к более простым расчетам.

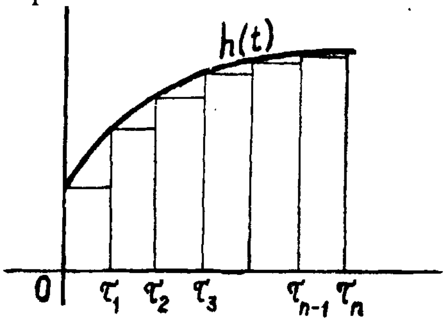

Рис.2

После разложения функции h(t) на ступени имеем

$$h(0)r(t)+\sum_{n=1}^{\infty}\left[h(\tau_n)-h(\tau_n-1)\right]r(t-\tau_n).\qquad(3)$$

При бесконечном уменьшении промежутков $\tau_n-\tau_{n-1}$ ступенчатая кривая будет стремиться к кривой h(t), которая является пределом. Тогда

$$h(t)=\frac{d}{dt}\int_0^{+\infty}r(t-\tau)h(\tau)d\tau.\qquad(4)$$

Заменив в (4) $r(t-\tau)$ выражением (2), получим

$$h(t)=\frac{1}{2\Pi j}\frac{d}{dt}\int_0^{\infty}\int_{C-j\infty}^{C+j\infty}\frac{e^{p(t-\tau)}}{p}dph(\tau)dr,$$

или

$$h(t)=\frac{1}{2\Pi j}\frac{d}{dt}\int_{C-j\infty}^{C+j\infty}\frac{e^{pt}}{p}\int_0^{\infty}e^{-p\tau(\tau)d\tau dp}.$$

Преобразуя по формуле Лапласа, имеем

$$h(t)=\frac{1}{2\Pi j}\frac{d}{2d}\int_{C-j\infty}^{C+j\infty}\frac{e^{ptF(p)}}{p}dp,$$

то есть

$$h(t)=\frac{1}{2\Pi j}\int_{C-j\infty}^{C+j\infty}e^{pt}F(p)dp.\qquad(5)$$

Формулу обращения (5) называют формулой Меллина-Фурье, которая при использовании преобразования Карсона дает изображение h(t) с использованием функции f(p):

$$h(t)=\frac{1}{2\Pi j}\int_{C-j\infty}^{C+j\infty}\frac{e^{pt}f(p)}{p}dp,\qquad(6)$$

откуда h(t) неявно выражается интегральным уравнением

$$F(p)=\int_0^{\infty}h(t)e^{-pt}dt\qquad(7)$$

и в явном виде выражается формулой (5) через интеграл по простому контуру в плоскости комплексной переменной p.

Формулы (5) и (7) эквиваленты, поэтому можно применять любую из них, однако (5) более обобщенная. Если этот интеграл равен нулю вдоль бесконечной полуокружности и находится слева от контура, то его вычисление сводится к простому вычислению вычетов при условии, что особые точки являются полюсами. Если же особые точки являются точками разветвления, то это вычисление сводится к интегрированию по эквивалентному контуру.

Таким образом, контур интегрирования представляет собой мнимую ось с маленькой полуокружностью (рис.1-d) и может быть заменен другим прогнозируемым контуром Г в связи с продольным и поперечным перемещением бородки из волокон относительно основной оси движения питающего слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Lowry H.V.* Operational calculus Philos. – Mag. (1932), 7 serie, t.13.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 04.02.02.