

РАСЧЕТ НАБЛЮДАЕМОЙ ФУНКЦИИ НА ВЫХОДЕ ВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Р. Р. СААКЯН, А. П. ЖАБКО

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна,
Санкт-Петербургский государственный университет, Амурский государственный университет)

Рассмотрим определение усилия на опоре 2 (датчик-приемник) высокочастотной испытательной установки [1], которое представляет собой искомый выходной сигнал (наблюдаемую функцию) диагностической системы.

Из равенства деформаций для опоры 1 (точка 1) [2] следует также равенство сил натяжений на опоре 2 слева – \bar{T}_2 и справа – \bar{T}_3 . При этом полагаем, что направления сил натяжения на опоре могут ломаться, то есть углы φ на опоре слева и справа могут не совпадать (рис. 1).

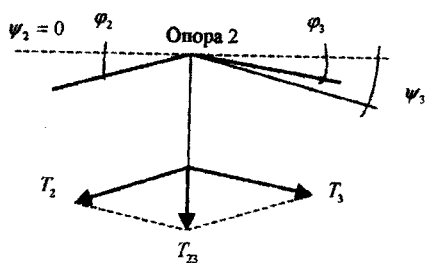


Рис. 1

Направления натяжений соответствуют углам φ , которые дают отклонения от углов ψ , определяющих исходное положение нити в натянутом виде.

Для проведения расчетов рассмотрим случай, когда ось чувствительности опоры усдвинута на угол θ (рис. 2, где U – ось продольных колебаний; V – ось поперечных колебаний), чтобы почувствовать изменение усилия при нормальном случае $\theta = 0$.

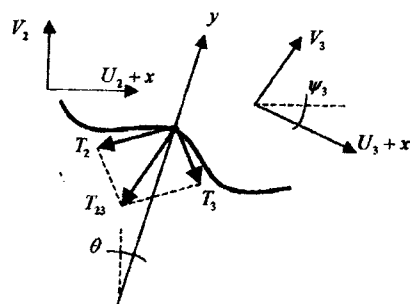


Рис. 2

Для суммарной силы \bar{T}_{23} , действующей на опору 2, имеем

$$\bar{T}_{23} = \bar{T}_2 + \bar{T}_3. \quad (1)$$

Учитывая, что в абсолютной системе координат

$$\bar{T}_2 = -T_2 \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 \end{pmatrix}, \bar{T}_3 = T_3 \begin{pmatrix} \cos(\varphi_3 - \psi_3) \\ \sin(\varphi_3 - \psi_3) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

а также принимая во внимание, что на опоре 2 $T_2 = T_3$, уравнение (1) представим в виде

$$\bar{T}_{23} = \bar{T}_2 + \bar{T}_3 = T_2 \begin{pmatrix} -\cos \varphi_2 + \cos(\varphi_3 - \psi_3) \\ -\sin \varphi_2 + \sin(\varphi_3 - \psi_3) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Учитывая соотношение (3), для проекции силы усилия на ось чувствительности получаем

$$\begin{aligned}
 y &= \left\langle \bar{T}_{23}, \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{pmatrix} \right\rangle = \\
 &= T_2 \{ \sin \theta (-\cos \varphi_2 + \cos(\varphi_3 - \psi_3)) + \cos \theta (-\sin \varphi_2 + \sin(\varphi_3 - \psi_3)) \} = \\
 &= T_2 \left(2 \sin \theta \sin \left(\frac{\varphi_3 + \varphi_2 - \psi_3}{2} \right) \sin \left(\frac{\varphi_3 - \varphi_2 - \psi_3}{2} \right) + \right. \\
 &\quad \left. + 2 \cos \theta \sin \left(\frac{\varphi_3 - \varphi_2 - \psi_3}{2} \right) \cos \left(\frac{\varphi_3 + \varphi_2 - \psi_3}{2} \right) \right) = \\
 &= 2T_2 \sin \left(\frac{\varphi_3 - \varphi_2 - \psi_3}{2} \right) \cos \left(\theta + \frac{\varphi_3 + \varphi_2 - \psi_3}{2} \right). \quad (4)
 \end{aligned}$$

Выражение (4) представляет собой полное уравнение определения усилия на

опоре 2. Для упрощения (4) перейдем к его линеаризации:

$$\begin{aligned}
 y &= T_2 \{ \sin \theta (-\cos \varphi_2 + \cos(\varphi_3 - \psi_3)) + \cos \theta (-\sin \varphi_2 + \sin(\varphi_3 - \psi_3)) \} = \\
 &= T_2 \{ \sin \theta (-\cos \varphi_2 + \cos \varphi_3 \cos \psi_3 + \sin \varphi_3 \sin \psi_3) + \\
 &\quad + \cos \theta (-\sin \varphi_2 + \sin \varphi_3 \cos \psi_3 - \cos \varphi_3 \sin \psi_3) \} = \\
 &= T_2 \{ \sin \theta (-\cos \varphi_2) + \cos \theta (-\sin \varphi_2) + (\sin \theta \cos \psi_3 - \cos \theta \sin \psi_3) \cos \varphi_3 + \\
 &\quad + (\cos \theta \cos \psi_3 + \sin \theta \sin \psi_3) \sin \varphi_3 \} = \\
 &= T_2 \{ \sin \theta (-\cos \varphi_2) + \cos \theta (-\sin \varphi_2) + \sin(\theta - \psi_3) \cos \varphi_3 + \cos(\theta - \psi_3) \sin \varphi_3 \}. \quad (5)
 \end{aligned}$$

С целью определения $\cos \varphi_2$, $\sin \varphi_2$, $\cos \varphi_3$, $\sin \varphi_3$ рассмотрим бесконечно малый участок нити Δx , расположенный в исходном положении по оси U продольных колебаний. Его фактическая текущая длина Δl и положение в пространстве в конечных разностях приближенно могут быть представлены в виде рис.3

(для удобства рассмотрим общий случай).

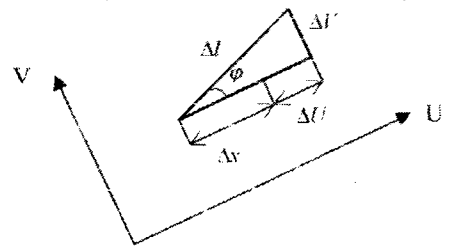


Рис. 3

Имеем

$$\sin \varphi = \frac{\Delta V}{\Delta l} = \frac{\Delta V}{\sqrt{(\Delta x + \Delta U)^2 + \Delta V^2}} = \frac{\frac{\Delta V}{\Delta x}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\Delta U}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)^2}}.$$

При переходе к пределу получим

$$\sin \varphi = \frac{V'_x}{\sqrt{(1 + U'_x)^2 + (V'_x)^2}}. \quad (6)$$

Аналогично по рис.3 запишем

$$\cos \varphi = \frac{1 + \frac{\Delta U}{\Delta x}}{\sqrt{\left(1 + \frac{\Delta U}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{\Delta x}\right)^2}}.$$

При переходе к пределу имеем

$$\cos \varphi = \frac{1 + U'_x}{\sqrt{(1 + U'_x)^2 + (V'_x)^2}}. \quad (7)$$

Для определения T_2 примем, что в рабочем режиме нить линейно-упругая с коэффициентом упругости b , то есть при от-

носителем коэффициента деформации $\overline{\Delta l}$:

$$T(t, x) = T_0 + b\Delta l.$$

Опираясь на рис.3, раскроем содержание $\overline{\Delta l}$. Тогда получим

$$T(t, x) = T_0 + b \frac{\sqrt{(\Delta x + \Delta U)^2 + \Delta V^2} - \Delta x}{\Delta x} = T_0 + b(\sqrt{(1 + U'_x)^2 + (V'_x)^2} - 1). \quad (8)$$

На основании (6...8) запишем

$$\begin{aligned} \cos \varphi_2 &= \frac{1 + U'_2}{\sqrt{(1 + U'_2)^2 + (V'_2)^2}}, & \cos \varphi_3 &= \frac{1 + U'_3}{\sqrt{(1 + U'_3)^2 + (V'_3)^2}}, \\ \sin \varphi_2 &= \frac{V'_2}{\sqrt{(1 + U'_2)^2 + (V'_2)^2}}, & \sin \varphi_3 &= \frac{V'_3}{\sqrt{(1 + U'_3)^2 + (V'_3)^2}}, \end{aligned}$$

$$T_2 = T_0 + b \left(\sqrt{(1 + U'_2)^2 + (V'_2)^2} - 1 \right). \quad (9)$$

При линейризации можно полагать

$$\begin{aligned} \cos \varphi_2 &\approx 1, & \cos \varphi_3 &\approx 1, \\ \sin \varphi_2 &\approx V'_2, & \sin \varphi_3 &\approx V'_3, \end{aligned}$$

$$T_2 \approx T_0 + bU'_2. \quad (10)$$

С учетом (10) уравнение (5), отражая его главное содержание и представляя погрешности, в которые входят малые выс-

ших порядков, символом $O_2(U'_2, U'_3, V'_2, V'_3)$, будет иметь вид

$$\begin{aligned} y &\approx T_2 \{ [-\sin \theta + \sin(\theta - \psi_3)] + [-\cos \theta V'_2 + \cos(\theta - \psi_3) V'_3] \} + \\ &+ O_2(U'_2, U'_3, V'_2, V'_3) \approx \\ &\approx T_0 \{ [-\sin \theta + \sin(\theta - \psi_3)] + [-\cos \theta V'_2 + \cos(\theta - \psi_3) V'_3] \} + \\ &+ b[-\sin \theta + \sin(\theta - \psi_3)] U'_2 + b[-\cos \theta V'_2 U'_2 + \cos(\theta - \psi_3) V'_3 U'_2] + \\ &+ O_2(U'_2, U'_3, V'_2, V'_3). \end{aligned} \quad (11)$$

В окончательном виде для линейризованного усилия на опоре 2 получаем

$$\begin{aligned} y &\approx T_0 \{ [-\sin \theta + \sin(\theta - \psi_3)] + [-\cos \theta V'_2 + \cos(\theta - \psi_3) V'_3] \} + \\ &+ b[-\sin \theta + \sin(\theta - \psi_3)] U'_2 + O_2(U'_2, U'_3, V'_2, V'_3). \end{aligned} \quad (12)$$

ВЫВОДЫ

Представленная методика расчета наблюдаемой функции соединяет воедино методы расчета динамики гибкой нити и экспериментальных показаний измерительных устройств.

ЛИТЕРАТУРА

1. Романов В.Е., Жабко А.П., Климов В.А. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. - 1988, №6. С.83...84.
2. Маежов Е.Г. и др. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. - 1999, №4. С.115...122.

Рекомендована кафедрой автоматизации производственных процессов. Поступила 17.01.02.