

О ПРИБОЕ УТКА*

С.Г. СТЕПАНОВ, Н.М. СОКЕРИН, Г.В. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия,
Ивановская государственная текстильная академия)

Как отмечалось ранее [1], перемещение опушки ткани под действием берда можно описать линейным неоднородным дифференцированным уравнением второго порядка

$$m\ddot{x} + (C_o + C_t)x = S(t), \quad (1)$$

где m – масса движущейся ткани и основы; x – величина прибойной полосы; C_o и C_t – коэффициенты жесткости основы и ткани; $S(t)$ – возмущающая сила.

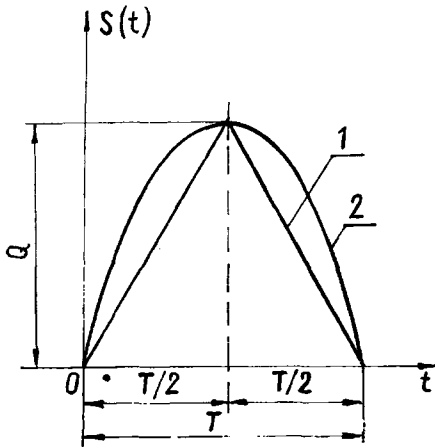


Рис. 1

В [1] неизвестен закон изменения возмущающей силы. Однако из анализа осциллограмм видно: в момент прибоя утка натяжение основы резко возрастает; при этом всплеск кривой на осциллограмме представляет собой некое подобие равно-

бедренного треугольника. Целесообразно получить закон изменения возмущающей силы при прибое (аналог), соответствующей осциллограмме.

Рассмотрим рис.1. Здесь возмущающая сила задана графиком 1. На основании рис.1 имеем

$$S(t) = \begin{cases} \frac{2Q}{T}t & \text{при } 0 \leq t \leq \frac{T}{2}, \\ \frac{2Q}{T}(T-t) & \text{при } \frac{T}{2} \leq t \leq T, \end{cases} \quad (2)$$

где Q – максимальное значение возмущающей силы; T – период прибоя; t – время.

Разложим (2) в ряд Фурье по синусам. Применительно к нашему случаю ряд примет вид [2]:

$$S(t) = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \sin ipt, \quad (3)$$

где $i=1, 2, 3, \dots, p = \pi/T$.

Коэффициенты ряда подсчитаем по формуле

$$b_i = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \sin ipt dt. \quad (4)$$

Используя (2) и (4), записываем

$$b_i = \frac{2}{T} \int_0^T S(t) \sin ipt dt = \frac{4Qp^2}{\pi^2} \left(\int_0^{\pi/2p} t \sin ipt dt + \frac{\pi}{p} \int_{\pi/2p}^{\pi/p} \sin ipt dt - \int_{\pi/2p}^{\pi/p} t \sin ipt dt \right). \quad (5)$$

* В порядке обсуждения.

Из (5) имеем

$$\int_0^{\pi/2p} t \sin ipt dt = \frac{1}{i^2 p^2} \sin \frac{\pi i}{2} - \frac{\pi}{2ip^2} \cos \frac{\pi i}{2}, \quad (6)$$

$$\int_{\pi/2p}^{\pi/p} t \sin ipt dt = \frac{\pi}{2ip^2} \cos \frac{i\pi}{2} - \frac{\pi}{ip^2} \cos i\pi - \frac{1}{i^2 p^2} \sin \frac{i\pi}{2}. \quad (8)$$

Подставив (6...8) в (5), получим

$$b_i = \frac{8Q}{i^2 \pi^2} \sin \frac{\pi i}{2}. \quad (9)$$

$$b_1 = \frac{8Q}{\pi^2}, \quad b_3 = -\frac{8Q}{9\pi^2}, \quad b_5 = \frac{8Q}{25\pi^2}, \quad b_7 = -\frac{8Q}{49\pi^2}, \quad b_9 = \frac{8Q}{81\pi^2}.$$

Дальнейшее вычисление коэффициентов нецелесообразно ввиду их малости.

Из (9) следует, что при четных i все коэффициенты b_i равны нулю, при нечетных

Тогда (3) будет

$$S(t) = \frac{8Q}{\pi^2} \left(\sin pt - \frac{1}{9} \sin 3pt + \frac{1}{25} \sin 5pt - \frac{1}{49} \sin 7pt + \frac{1}{81} \sin 9pt + \dots \right). \quad (10)$$

Анализируя (10), отмечаем, что на значение функции основное влияние оказывают три первых слагаемых ряда. Следовательно, (10) примет вид

$$S(t) = \frac{8Q}{\pi^2} \left(\sin pt - \frac{1}{9} \sin 3pt + \frac{1}{25} \sin 5pt \right). \quad (11)$$

Равенство (11) отражает закон изменения возмущающей силы, действующей на ткань в момент прибоя уточной нити. В отличие от ломаной 1 (рис. 1) этот закон соответствует плавной кривой 2, что реальнее отражает взаимодействие берда с опушкой ткани.

Вернемся к уравнению (1). Используя (11), записываем

$$\ddot{x} + k^2 x = A \left(\sin pt - \frac{1}{9} \sin 3pt + \frac{1}{25} \sin 5pt \right), \quad (12)$$

где $k^2 = C/m$; $A = 8Q/\pi^2 m$; $C = C_0 + C_T$.

Общее решение x неоднородного дифференциального уравнения (12) имеет вид

$$x = x_1 + x_2, \quad (13)$$

где x_2 — его частное решение, а x_1 — общее решение соответствующего однородного уравнения:

$$\ddot{x} + k^2 x = 0. \quad (14)$$

Поскольку корни характеристического уравнения (14) мнимые,

$$x_1 = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt. \quad (15)$$

В соответствии с правой частью уравнения (12), ищем частное решение x_2 в виде

$$x_2 = D_1 \sin pt - \frac{1}{9} D_3 \sin 3pt + \frac{1}{25} D_5 \sin 5pt. \quad (16)$$

Вычислим вторую производную x_2 по времени:

$$\ddot{x}_2 = -p^2 D_1 \sin pt + p^2 D_3 \sin 3pt - p^2 D_5 \sin 5pt. \quad (17)$$

Подставив (16) и (17) в уравнение (12), получим

$$D_5 = \frac{A}{k^2 - 25p^2}.$$

$$D_1 = \frac{A}{k^2 - p^2},$$

Учитывая (16) и значения коэффициентов, записываем

$$D_3 = \frac{A}{k^2 - 9p^2},$$

$$x_2 = \frac{A}{k^2 - p^2} \sin pt - \frac{A}{9(k^2 - 9p^2)} \sin 3pt + \frac{A}{25(k^2 - 25p^2)} \sin 5pt. \quad (18)$$

С помощью (15) и (18) найдем общее решение (13) дифференциального уравнения (12):

$$x = C_1 \cos kt + C_2 \sin kt + \frac{A}{k^2 - p^2} \sin pt - \frac{A}{9(k^2 - 9p^2)} \sin 3pt + \frac{A}{25(k^2 - 25p^2)} \sin 5pt. \quad (19)$$

Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 вычислим производную по переменной t :

$$\dot{x} = -C_1 k \sin kt + C_2 \cos kt + \frac{Ap}{k^2 - p^2} \cos pt - \frac{Ap}{3(k^2 - 9p^2)} \cos 3pt + \frac{Ap}{5(k^2 - 25p^2)} \cos 5pt. \quad (20)$$

Начальные условия задачи:
при $t=0$, $x=0$, $\dot{x} = V_0$,

где V_0 – скорость движения берда в точке касания опушки ткани.

При $t=0$, $x=0$ из (19)
 $C_1 = 0$.

Из (20) при $t = 0$

$$\dot{x} = V_0.$$

Следовательно,

$$C_2 = \frac{1}{k} \left[V_0 - Ap \left(\frac{1}{k^2 - p^2} - \frac{1}{3(k^2 - 9p^2)} + \frac{1}{5(k^2 - 25p^2)} \right) \right]. \quad (21)$$

Зная C_1 и C_2 , имеем

$$x = \left[\frac{V_0}{Ap} - \frac{1}{k^2 - p^2} + \frac{1}{3(k^2 - 9p^2)} - \frac{1}{5(k^2 - 25p^2)} \right] \frac{A p \sin kt}{k} + A \left[\frac{\sin pt}{k^2 - p^2} - \frac{\sin 3pt}{9(k^2 - 9p^2)} + \frac{\sin 5pt}{25(k^2 - 25p^2)} \right]. \quad (22)$$

В (22) выражение в первой квадратной скобке отражает свободные колебания опушки ткани, вызванные возмущающей силой и имеющие круговую частоту k сво-

бодных колебаний, а слагаемое второй – вынужденные колебания опушки.

Если в (11) учесть только первый коэффициент, то для приближенных подсчетов из (22) следует

$$x = \frac{1}{k} \left[V_0 \sin kt + \frac{A}{k^2 - p^2} (k \sin pt - p \sin kt) \right]. \quad (23)$$

Нами рассчитана величина приборной полоски для станка АТПР-100, заправленного бязью арт.127. За исходные данные приняты: частота вращения главного вала 360 об/мин; $C_0=90000$ Н/м; $C_T=120000$ Н/м; максимальная сила прибора $Q=900$ Н; полный угол прибора 16° . Масса перемещающейся ткани и основы $\approx 0,1$ кг. Скорость движения берда в точке касания опушки ткани 1,4 м/с.

Величину приборной полоски рассчитывали по формулам (22) и (23). Разница несущественна. Значение перемещения опушки ткани составило примерно 3,7 мм, что хорошо согласуется с фактическими данными.

Расчет величины приборной полоски по известной формуле

$$\lambda = \frac{P}{C_0 + C_T} \quad (24)$$

даст значение $\lambda = 4,3$ мм. Если это значение отнести к фактической величине приборной полоски 3,5 мм, то разница составит 22,9%, а при $x = 3,7$ мм 5,7%.

Следовательно, формулы (22) и (23) позволяют более точно подсчитать величину перемещения опушки ткани при приборе точной нити. Однако следует заметить, что (22) и (23) лучше использовать при расчете силы прибора, так как угол прибора и величину приборной полоски всегда

можно найти, замерив эти значения непосредственно на станке.

Наряду с расчетом величины приборной полоски нами проведен эксперимент по определению колебаний опушки ткани. На кронштейнах обеих шпаруток крепили массивную конструкцию, а на ней – датчик. Осциллограмма подтвердила наличие колебаний опушки ткани. Кроме того, были сделаны замеры движения ткани в направлении утка. Оказалось, что ткань имеет колебание и в этом направлении. Следовательно, формирование ткани на станке сопровождается сложными колебательными процессами.

Вопросы прибора утка рассматривались И.И. Мигушовым в [3]: прямолинейная нить одним концом закреплена на скале, а по другому – производится удар. Нагрузка на нить подчиняется линейному закону. Приведен ряд аналитических соотношений, но расчетов не сделано. Это затрудняет анализ данного материала, а также использование его для целей практики.

ВЫВОДЫ

Рассмотрен процесс прибора утка и получены аналитические соотношения, отражающие взаимосвязь между перемещением опушки ткани и действием возмущающей силы. При приборе утка ткань совершает свободные и вынужденные колебания как вдоль основы, так и вдоль утка. Влияние колебаний на процесс формиро-

вания ткани требует дальнейшего тщательного изучения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Степанов С.Г., Степанов Г.В. Динамика прибора утка // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2002, № 2. С.54...57.

2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. // Справочник по математике. – М.; Наука, 1986. С.418...425.

3. Якубовский Ю.В. и др. Основы механики нити. – М.; Легкая индустрия, 1973. С. 225...228.

Рекомендована кафедрой ткачества. Поступила 05.10.01.
