ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

№ 3 (267) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 2002

УДК 677.08.021. 16/22

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ ОЧИСТКИ ШЕРСТИ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ ПРОЦЕССЕ

В.Д. ФРОЛОВ, Э. ОЮУНЗАЯА, А.Г. ПЕЧНИКОВА

(Ивановская государственная текстильная академия, Монгольский технологический университет)

Технологический процесс мойки шерсти, как один из методов очистки от ости, жира и грязи, в значительной степени зависит от грабельного механизма, определяющего положение пучка из волокон и воздействие гидродинамической составляющей на эффективную технологию.

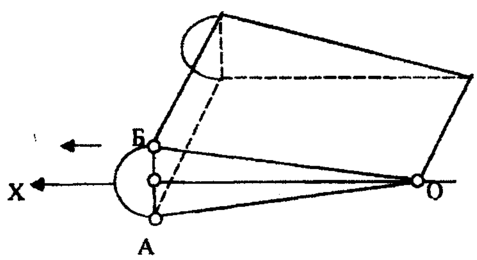

Рис. 1

Форма пучка (на основе промышленного опыта) имеет в поперечном сечении форму треугольника ОАБ (рис.1), причем площадь продольного сечения равномерно уменьшается к концу ребра к точке О. В процессе движения волокнистый слой пучка подпитывается раствором с концентрацией C_1, при этом в процессе диффузии и фильтрации часть сорных примесей грязи и жира уходит в окружающий раствор с концентрацией C_2. Коэффициент диффузии волокнистого пучка равен D.

Определим зависимость между концентрацией некоторого сечения волокнистого пучка и расстоянием от конца ребра к точке О.

Обозначим через С концентрацию сечения волокнистого пучка на расстоянии x от его конца, допустив, что изменением концентрации в направлении, параллельном основанию, можно пренебречь.

Применительно к элементу волокнистого пучка dx составим материальный баланс; при этом площадь сечения пучка из волокон будет пропорциональна x и равна kx, где k – коэффициент пропорциональности.

Тогда за единицу времени через сечение x за счет фильтрации и диффузии в волокнистый пучок пройдет количество массы концентрированного раствора:

$$q = -Dkx.$$

За то же время через сечение x + dx в волокнистый пучок за счет диффузии поступит масса концентрированного раствора:

$$q + dq = -Dk\ (x + bx)\left[\frac{dt'}{dx} + d\left(\frac{dt}{dx}\right)\right]. \quad (1)$$

Преобразовав (1), получим

$$-dq = Dk\left[\frac{dt}{dx}dx + xd\left(\frac{dt}{dx}\right)\right].$$

Если поверхность части сечения волокнистого пучка равна Pdx, где P – постоянная величина, характеризующая зависимость параметра сечения от его расстояния x, то при коэффициенте массоотдачи α от поверхности сечения волокнистого пучка к раствору количество массы, отданного частью сечения волокнистого пучка в раствор ванной, равно

$$dq = \alpha(C - C_2)Pdx. \quad (2)$$

Уравнение материального баланса отсюда

$$\alpha(C - C_2)Pdx = Dk\left[\frac{dt}{dx}dx + xd\left(\frac{dt}{dx}\right)\right]. \quad (3)$$

После преобразований получим

$$\frac{\alpha P}{Dk}(C - C_2) = \frac{dt}{dx} + x\frac{d^2t}{dx^2}$$

или

$$x\frac{d^2t}{dx^2} + \frac{dt}{dx} - m(C - C_2) = 0, \quad (4)$$

где $m = \dfrac{\alpha P}{Dk}$.

При $y=C-C_2$ уравнение (4) имеет вид

$$x\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - my = 0. \quad (5)$$

На практике часто встречается дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} + \left(k^2 - \frac{n^2}{x^2}\right)y = 0, \quad (6)$$

где k – показатель изоэнтропийного процесса.

При подстановке z = kx в (6) получим уравнение Бесселя:

$$z^2\frac{d^2y}{dz^2} + z\frac{dy}{dz} + \left(z^2 + n^2\right)y = 0, \quad (7)$$

решив которое, получим

$$y = AJ_n(z) + BY_n(z), \quad (8)$$

где A и B – произвольные постоянные.

Возвращаясь к старому независимому переменному (kx), получаем решение дифференциального уравнения (6):

$$y = AJ_n(kx) + BY_n(kx). \quad (9)$$

Приняв в (6) k=i, имеем

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} + \left(-1 - \frac{n^2}{x^2}\right)y = 0, \quad (10)$$

решением которого будет функция J(xi).

Дифференциальное уравнение (5) можно привести к уравнению Бесселя, если сделать замену переменного $z = 2\sqrt{mx}$.

Тогда

$$\frac{d^2y}{dz^2} + \frac{1}{z}\frac{dy}{dz} - y = 0, \quad (11)$$

что является частным случаем уравнения (10) при n=0.

Отсюда общий интеграл уравнения (11) согласно уравнению (8) будет

$$y = AJ_0(2) + BK_0(z).$$

Возвращаясь к независимому переменному x, получаем общий интеграл уравнения (5):

$$C-C_2 = AJ_0(2\sqrt{mx}) + BK_0(2\sqrt{mx}). \quad (12)$$

Из таблиц функций Бесселя находим, что $K_0(2\sqrt{mx})$ стремится к бесконечности, когда x стремится к 0. Согласно физической сущности концентрация C сечения волокнистого пучка должна оставаться конечной, следовательно, постоянная B=0.

В начальной стадии промывки волокнистого пучка по ходу его движения в сечении АБ (рис.1) поддерживался чистый раствор. По истечении времени после диффузии в волокнистом пучке (по данным промышленного производства) концентрация раствора меняется в пределах до 42% (нейтрализация жира, наличие загрязнений, ости и т.д.). Используя полученные ранее формулы, $m = \alpha P / Dk = 0{,}3$ при длине волокнистого пучка, равной 0,25 м, из (12) имеем

$$C - 42 = AJ_0(2\sqrt{0{,}3x}),$$

где постоянная A определяется из уравнения C=100%.

Если x=0,25м, то

$$100 - 42 = AJ_0(0{,}6).$$

Из таблицы Бесселевых функций получаем $J_0(0{,}6) = 1{,}092$.

Тогда

$$100 - 42 = 1{,}092A,$$

где A=53,1.

В этом случае решение задачи определится формулой

$$C = 42 + 53{,}1J_0(2\sqrt{0{,}3x}).$$

Значения изменения концентрации раствора вдоль волокнистого пучка приведены в табл.1.

Таблица 1

x	$1{,}095\sqrt{x}$	$J_0(1{,}095\sqrt{x})$	C,%
0	0	1,000	57,5
0,10	0,346	1,030	74,3
0,15	0,389	0,040	85,2
0,20	0,492	1,064	95,4
0,25	0,549	1,082	100,0

Функциональную зависимость для силы сопротивления T, которую испытывает волокнистый пучок при его движении и обтекании его жидкостью в направлении его длины, представим в виде

$$T = f(\omega, s, \varrho, \mu, g, p, \frac{a}{L}, \theta^0), \qquad (13)$$

где ω – скорость обтекания, s – площадь волокнистого пучка; ϱ – плотность жидкости; $\frac{a}{L}$ – отношение высоты пучка из волокон к его длине; θ° – угол наклона к направлению потока, a p и g – известные показатели степени.

В соответствии с П-теоремой возможны только три безразмерных сложения, следовательно [1]:

$$П = f(1, 1, 1, П_4, П_5, П_6, \frac{a}{L}, \theta^o)$$

или

$$\frac{T}{\omega^x s^y \varrho^z} = f(1, 1, 1, \frac{\mu}{\omega^{x_1}, s^{y_1}, \varrho^{z_1}}, \frac{g}{\omega^{x_2}, s^{y_2}, \varrho^{z_2}}, \frac{p}{\omega^{x_3}, s^{y_3}, \varrho^{z_3}}, \frac{a}{L}, \theta^o). \qquad (14)$$

С учетом равенства размерностей для числителя и знаменателя находим показатели степеней

$$[T] = [\omega^x, s^y, \varrho^z]$$

или

Н(кг) = (м/с)^x ·(м^2)^y ·(Н(кг)с^2/м^4)^2, откуда

1 = z (показатели слева и справа при Н или кг);

0 = x + 2y + - 4z (показатели при Н);

0 = -x + 2 z (показатели при с). (15)

После решения уравнений (15) получаем: z = 1; x = 2; y = 1 и аналогично имеем

$$\left.\begin{aligned} &z_1=1;\ x_1=1 \text{ и } y_1=0{,}5;\\ &z_2=0;\ x_2=2 \text{ и } y_2=-0{,}5;\\ &z_3=1;\ x_3=2 \text{ и } y_3=0, \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

откуда

$$П = \frac{T}{\omega^2 s\varrho}, \quad П_4 = \frac{\mu}{\omega\varrho\sqrt{s}}, \quad П_5 = \frac{g\sqrt{s}}{\omega^2}, \quad П_6 = \frac{p}{\varrho\omega^2}.$$

Значения $П_4$ и $П_6$ являются критериями Рейнольдса и Эйлера, величина $П_5$ представляет критерий Фруда:

$$Fr = \frac{g\ell}{\omega^2},$$

учитывающий влияние сил тяжести. Поэтому функциональная зависимость имеет вид

$$\frac{T}{\rho\omega^2 s} = f\left(Re, Fr, Eu, \frac{a}{L}, \theta^o\right).$$

Исследуя технологический процесс мойки шерсти при некоторых размерах и скоростях, можно установить, как он будет протекать при различных размерах волокнистого пучка и скоростях. Выводы, полученные из эксперимента с волокнистым пучком, будут справедливы для любых других размеров и скоростей при условии равенства безразмерных отношений П с наблюдавшимися при опыте.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Чугаев Р.Р.* Гидравлические термины. – М.: Высшая школа, 1974. С. 78.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 01.04.02.