

УДК 539.434:677.494

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВОССТАНОВИТЕЛЬНОГО
ДЕФОРМАЦИОННОГО ПРОЦЕССА
И ОБРАТНОЙ РЕЛАКСАЦИИ
ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

А. М. СТАЛЕВИЧ, А. Г. МАКАРОВ

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

Внедрение полимерных материалов в различные отрасли техники обуславливает углубленный подход к изучению их свойств в условиях неразрушающего механического воздействия. Построение физически обоснованных математических моделей, описывающих физико-механические свойства различных полимерных материалов и, в частности, синтетических нитей, в условиях неразрушающего нагружения, основано на применении различного рода нормированных функций, выбор которых является феноменологическим, а достоинства и недостатки той или иной математической модели выявляются в экспериментах [1].

Наиболее часто употребляемые нормированные функции – это интеграл вероятностей, функция Кольрауша, гиперболический тангенс, нормированный арктангенс [2...4]. В качестве аргумента для всех перечисленных функций в силовом варианте в настоящей статье используется логарифм приведенного времени:

$$W_{\sigma t} = \frac{1}{b_{\text{но}}} \lg \frac{t}{\tau_{\sigma}} = \frac{1}{b_{\text{но}}} \left(\lg \frac{t}{t^*} + \lg \frac{t^*}{\tau_{\sigma}} \right), \quad (1)$$

где t – время; τ_{σ} – время запаздывания; t^* – некоторое выбранное значение базового времени; $b_{\text{но}}$ – некоторый структурно-чувствительный коэффициент, характеризующий распределение частиц по временам запаздывания.

В качестве одного из вариантов функции $\varphi_{\sigma t}$ используется интеграл вероятности, что соответствует нормальному распределению числа запаздывающих частиц по логарифмическо-временной шкале. Некоторыми отличиями от интеграла вероятностей, в частности, более медленной сходимость к своим асимптотическим значениям, обладает нормированный арктангенс логарифма [4...6]:

$$\varphi_{\sigma t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg(W_{\sigma t}). \quad (2)$$

Данную особенность целесообразно использовать при прогнозировании длительных процессов (при больших значениях времени) и краткосрочных процессов (при малых значениях времени), применяя при этом аппроксимацию податливости [2...4]:

$$D_{\sigma t} = D_0 + (D_{\infty} - D_0)\varphi_{\sigma t}, \quad (3)$$

где $D_0 = E_0^{-1}$ – начальная упругая податливость; $D_{\infty} = E_{\infty}^{-1}$ – предельно равновесная податливость; E_0 – модуль упругости; E_{∞} – модуль вязкоупругости.

Процесс нелинейно-наследственной ползучести описывается силовым вариантом канонического уравнения состояния, учитывающим активирующий характер процесса нагружения [3], [4]:

$$\varepsilon_t = D_0 \sigma_t + (D_\infty - D_0) \int_{-\infty}^{\lg t} \sigma_{t-s} \varphi'_{os} d \lg s. \quad (4)$$

где ε_t – деформация; σ_t – напряжение;

$\varphi'_{os} = \frac{\partial \varphi_{os}}{\partial \lg(t/t^*)}$ – логарифмическое силов-временное ядро ползучести.

Одним из частных примеров сложного процесса нагружения, когда $\sigma \neq \text{const}$, является деформационно-восстановительный процесс с чередованием нагружения и разгрузки.

Аналитически простейшие деформационно-восстановительные процессы можно описать следующим образом:

а) процесс с полной разгрузкой (рис.1-А):

$$\sigma_t = \begin{cases} \sigma_1, & 0 < t < t_1, \\ 0, & t_1 < t < t_2, \end{cases} \quad (5)$$

б) процесс с частичной разгрузкой (рис.1-Б):

$$\sigma_t = \begin{cases} \sigma_1, & 0 < t < t_1, \\ \sigma_2, & t_1 < t < t_2. \end{cases} \quad (6)$$

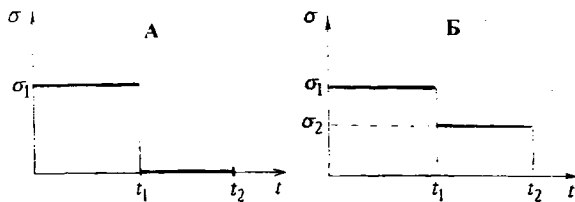


Рис.1.

Приведем расчет деформационно-восстановительного процесса с полной и с половинной разгрузкой на примере синтетической нити лавсан линейной плотностью 114 текс, с разрывным напряжением $\sigma_p = 830$ МПа, разрывной деформацией $\varepsilon_p = 11,5\%$ при $T = 40^\circ\text{C}$. Основные параметры процесса ползучести определяли по методикам [4...7].

Расчет деформационно-восстановительного процесса для значений напряжения $\sigma_1 = 182$ МПа, $\sigma_2 = 91$ МПа, ($\sigma_1 = 146$ МПа, $\sigma_2 = 73$ МПа), ($\sigma_1 = 122$

МПа, $\sigma_2 = 61$ МПа), $t_1 = 10$ мин, $t_2 = 100$ мин проводили с помощью численного интегрирования уравнения (4) согласно методикам [5, 6] и представлен на рис.2 при полной (пунктир) и частичной (сплошная линия) разгрузке (расчетные точки: * – полная разгрузка, о – частичная разгрузка).

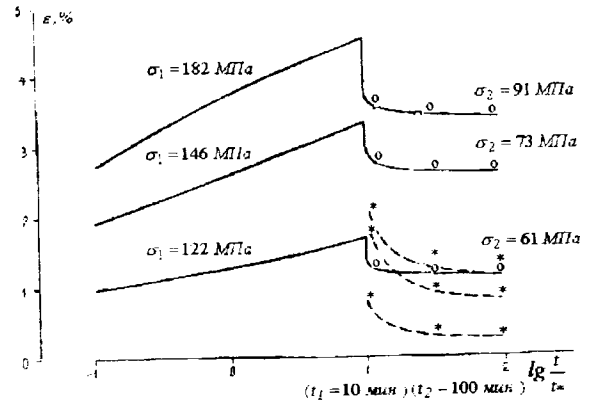


Рис.2.

Как видно из приведенного примера, расчетное прогнозирование деформационно-восстановительного процесса достаточно хорошо согласуется с экспериментом, что обосновывает вывод о целесообразности ее применения при прогнозировании сложных процессов ползучести, когда $\sigma \neq \text{const}$.

Аналогично расчету процесса нелинейно-наследственной ползучести по уравнению (4) осуществляли расчет процесса нелинейно-наследственной релаксации по уравнению геометрического варианта, в котором учитывается активирующий характер деформирования материала:

$$\sigma_t = E_0 \varepsilon_t - (E_0 - E_\infty) \int_{-\infty}^{\lg t} \varepsilon_{t-s} \varphi'_{es} d \lg s, \quad (7)$$

где $\varphi'_{es} = \frac{\partial \varphi_{es}}{\partial \lg(t/t^*)}$ – нормированное логарифмическое деформационно-временное ядро релаксации, которому соответствует релаксирующий модуль E_{et} по аналогии с (1) и (2) [4...7]:

$$E_{et} = E_0 - (E_0 - E_\infty) \varphi_{et}, \quad (8)$$

$$\varphi_{et} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg(W_{et}), \quad (9)$$

$$W_{et} = \frac{1}{b_{ne}} \lg \frac{t}{\tau_e} = \frac{1}{b_{ne}} \left(\lg \frac{t}{t^*} + \lg \frac{t^*}{\tau_e} \right), \quad (10)$$

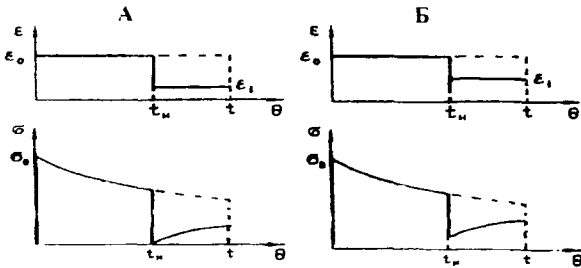


Рис. 3.

В качестве примера расчета сложного процесса релаксации по (7), когда $\epsilon \neq \text{const}$, рассматривается процесс обратной релаксации при условиях:

а) релаксация с полной разгрузкой (рис.3-А)

$$\epsilon_t = \begin{cases} \epsilon_0, & t \in (0; t_n] \\ \epsilon_1, & t \in (t_n; t] \end{cases}, \quad \sigma(t_n) = 0, \quad (11)$$

б) релаксация с частичной разгрузкой (рис.3-Б)

$$\epsilon_t = \begin{cases} \epsilon_0, & t \in (0; t_n] \\ \epsilon_1, & t \in (t_n; t] \end{cases}, \quad \sigma(t_n) \neq 0. \quad (12)$$

Пример процесса прямой ($t < t_n$) и обратной ($t > t_n$) релаксации с полной и с половинной разгрузкой для синтетической нити лавсан 114 текс при $T = 40^\circ \text{C}$ приведен на рис.4, где $\epsilon_0 = 3\%$; $\epsilon_1 = 0,7\%$ (полная разгрузка); $\epsilon_0 = 3\%$; $\epsilon_1 = 1,5\%$ (частичная разгрузка); $t_n = 10$ мин; $t = 30$ мин; $t = 100$ мин; эксперимент: - - - - полная разгрузка; — — — — частичная разгрузка; расчетные точки: * — полная разгрузка; o — частичная разгрузка.

Как видно из описанного примера, расчеты обратной релаксации с применением нормированной функции арктангенс логарифма приведенного времени достаточно хорошо согласуются с экспериментом.

где τ_e — время релаксации; b_{ne} — структурно-чувствительный коэффициент, характеризующий распределение частиц по их временам релаксации.

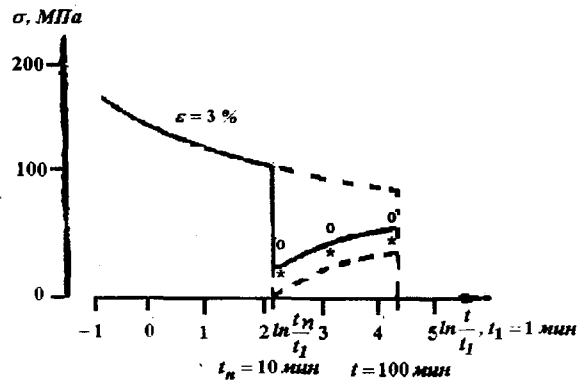


Рис. 4.

Таким образом, рассмотренные примеры иллюстрируют применимость интегральных уравнений нелинейно-наследственной вязкоупругости (4) и (7) к прогнозированию сложных режимов, когда $\epsilon \neq \text{const}$ и $\sigma \neq \text{const}$. Уравнение (4) — это расчет по временам запаздывания, зависящим от напряжения, который в силу этого назван силовым, а уравнение (7) — это расчет по временам релаксации, зависящим от деформации, поэтому он и назван геометрическим. Несмотря на различающиеся подходы к изучению физико-механических свойств полимеров, в основе обоих вариантов (4), (7) лежат в равной степени физически обоснованные математические модели.

Между указанными уравнениями имеется аналитическая взаимосвязь [5] и [6]. Вследствие этого в первом рассмотренном примере можно было убедиться также и в действенности уравнения (7), а во втором примере — в действенности уравнения (4). Контроль взаимосвязей ядер этих уравнений [5], [6] полезен при одновременном использовании рассмотренных силового и геометрического вариантов. Использование в этих обоих вариантах нормированного арктангенса (2) позволяет при расчетном прогнозировании сложных процессов обойтись без учета остаточного компонента деформации, что заметно облегчает расчет по сравнению с использованием дру-

гих нормированных функций [8]. Из этого сравнения также видно, что от выбора ядер уравнений (4) и (7) может зависеть и физическая интерпретация наблюдаемых процессов деформирования.

ВЫВОДЫ

На примере восстановительно-деформационных процессов и обратной релаксации у синтетической нити из ПЭТ рассмотрено применение силового и геометрического деформационного вариантов определяющего уравнения нелинейно-наследственной вязкоупругости для расчетного прогнозирования сложных процессов. Сопоставление расчетных значений с измеренными позволяет рекомендовать для применения разработанные методики расчетного прогнозирования, где в качестве нормированной функции релаксации или ползучести используется элементарная функция – нормированный арк-

тангенс логарифма приведенного времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алфрей Т.* Механические свойства высокополимеров. – М., ИЛ, 1952.
2. *Сталевич А.М.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1980, № 3. С.106...107.
3. *Сталевич А.М.* // Проблемы прочности. – 1981, № 12. С. 95...98.
4. *Макаров А.Г., Сталевич А.М.* // Вестник СПГУТД. – 1999, № 3. С.34...40.
5. *Макаров А.Г., Сталевич А.М.* // Вестник СПГУТД. – 2000, № 4. С. 92...99.
6. *Макаров А.Г.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 2. С.12...16.
7. *Сталевич А.М., Макаров А.Г.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, №3. С. 8...13.
8. *Сталевич А.М., Демидов А.В.* // Физико-химия полимеров. Синтез, свойства и применение. – Тверь, 2000. Вып. 6. С. 82...91.

Рекомендована кафедрой сопротивления материалов. Поступила 10.01.02.