

УДК 677.076.4

**ВЫБОР СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
И АНАЛИЗ СВОДНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЫБОРКИ
ДЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА САМОРЕГУЛИРУЕМЫХ
НЕТКАНЫХ ТЕПЛОИЗОЛЯЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ***

**SELECTION OF STATISTICAL MODELS
AND ANALYSIS OF SUMMARY CHARACTERISTICS
FOR QUALITY INDICATORS OF SELF-REGULATING
NONWOVEN THERMAL INSULATION MATERIALS**

E. B. МЕЗЕНЦЕВА, В.Ю. МИШАКОВ

E.V. MEZENTSEVA, V.YU. MISHAKOV

**(Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство),
ООО "Термопол")**

**(Russian State University named after A.N. Kosygin (Technology. Design. Art),
Thermopol, LLC)**

E-mail: yelena_ev@mail.ru; viktormishakov@rambler.ru

Представлен анализ результатов испытаний показателей качества теплоизоляционных нетканых материалов, полученных из смеси полиэфирных и полиакрилатных волокон по физико-химической технологии на соответствие нормальному, логарифмически нормальному закону, распределению Гумбеля и Вейбулла. Проверка соответствия установленным законам осуществлялась с помощью величины асимметрии и эксцесса, вероятностных бумаг и критериев: Колмогорова, Шапиро-Уилка, Андерсона-Дарлингга.

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-38-90010.

* Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number № 19-38-90010.

The analysis of the test results of the quality indicators of thermal insulation nonwoven materials obtained from a mixture of polyester and polyacrylate fibers by physical-chemical technology for compliance with the normal, log-normal, Gumbel and Weibull distributions is presented. Verification of compliance with the established distributions was carried out using the magnitude of the asymmetry and excess, probabilistic papers, and tests: Kolmogorov, Shapiro-Wilk, Anderson-Darling.

Ключевые слова: нетканые материалы, утеплитель, контроль качества, статистическая модель, критерий Колмогорова, критерий Шапиро-Уилка, критерий Андерсона-Дарлинга, полиакрилатные волокна, сводные характеристики, доверительный интервал.

Keywords: nonwoven materials, insulation, quality control, statistical model, Kolmogorov test, Shapiro-Wilk test, Anderson-Darling test, polyacrylate fibers, summary characteristics, confidence interval.

Целью настоящего исследования является выбор статистических моделей для показателей качества теплоизоляционных нетканых материалов.

Объектом исследования является нетканый теплоизоляционный материал, разработанный и произведенный на площадке индустриального партнера ООО "Термопол", состоящий из 45% полиэфирных волокон, 35% полиакрилатных волокон и 20% легкоплавких волокон [1], [2].

Предметом исследования является проверка гипотезы о соответствии эмпирического распределения различным статистическим моделям исходя из физической обусловленности изучаемых показателей качества.

Для правильной интерпретации результатов испытаний при осуществлении контроля показателей качества на производстве необходимо знать законы распределе-

ния, а также сводные характеристики выборки, заменяющие совокупность первичных результатов отдельных измерений: среднее арифметическое значение, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации [3], [4].

Статистическая модель – закон распределения изучаемого показателя – устанавливается путем последовательного выполнения следующих основных этапов:

- получение выборочного эмпирического распределения и нахождение его основных статистик;
- априорный выбор теоретического закона в качестве статистической модели изучаемого показателя;
- предварительная оценка эмпирического распределения;
- статистическая оценка соответствия эмпирического распределения априорно выбранному теоретическому закону [5].

Т а б л и ц а 1

Номер испытания	Показатели качества				
	поверхностная плотность, г/м ²	суммарное тепловое сопротивление до мокрой обработки, м ² ·°С/Вт	гигроскопичность, %	неровнота по массе, %	разрывное удлинение по длине, %
1	151,00	0,549	16,00	3,90	5,80
2	155,00	0,580	18,00	4,00	5,00
3	150,00	0,550	17,00	4,20	6,00
4	143,00	0,490	16,28	4,60	6,35
5	151,00	0,545	16,41	4,50	6,00
6	150,00	0,550	17,30	3,20	6,65
7	143,00	0,495	17,68	3,00	4,35
8	156,00	0,498	15,39	3,00	6,00
9	150,00	0,500	16,00	4,40	5,60
10	157,00	0,561	17,01	4,40	4,30

Получение выборочного эмпирического распределения – это проведение испытаний изучаемого показателя качества, система-

тизация и обработка полученных результатов [5]. Результаты испытаний для объекта исследования представлены в табл. 1.

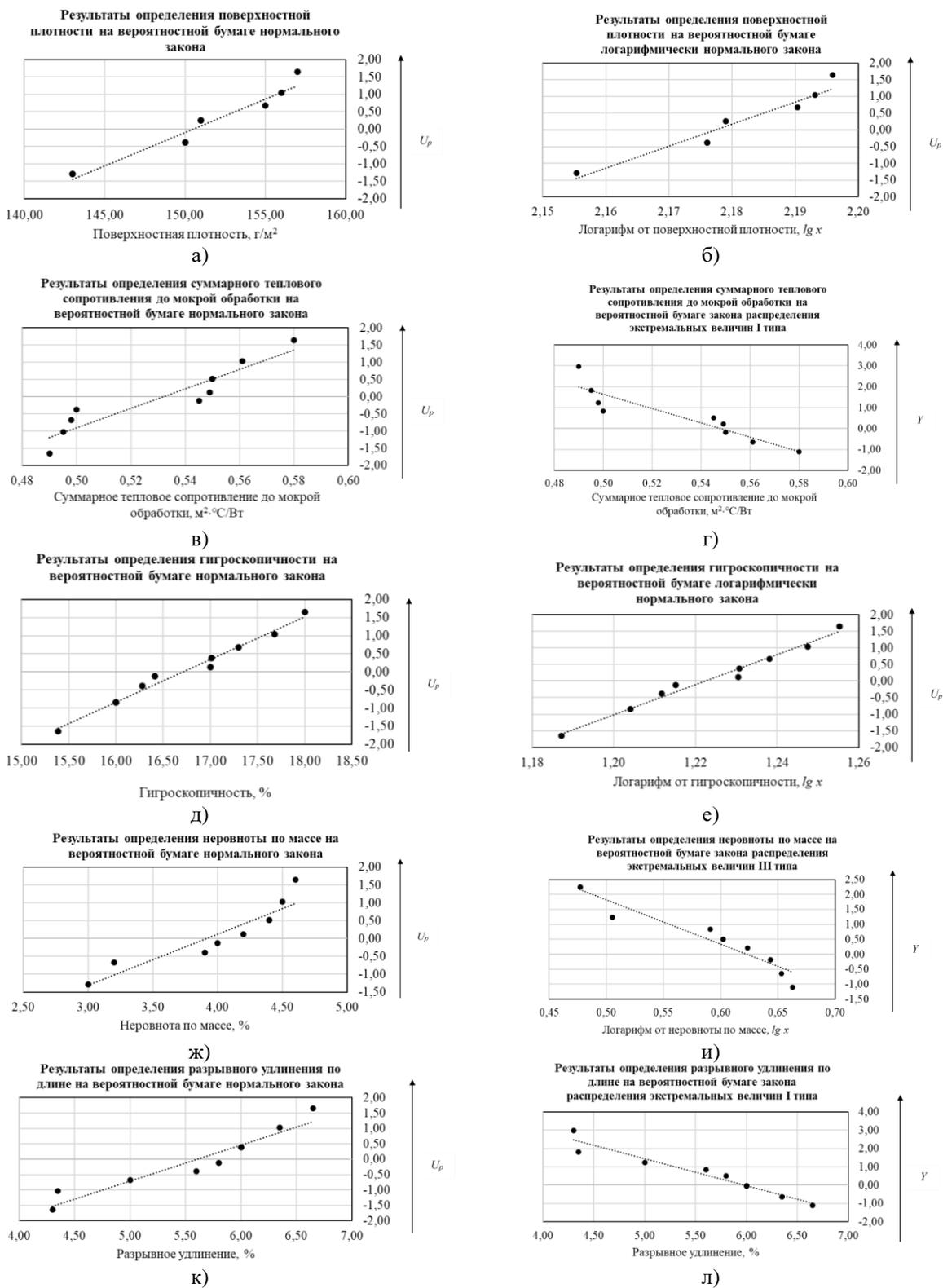


Рис. 1

Общая методика исследования сводилась к тому, что по существующим стандартным методикам были получены эмпирические распределения, затем осуществлялась проверка соответствия теоретическим законам – статистическим моделям исследуемых показателей качества.

Априорный выбор теоретического закона в качестве статистической модели изучаемого показателя был основан на исследовании физических процессов, которые происходят в материале при испытании с учетом применяемой аппаратуры, и их соответствии вероятностно-статистической модели теоретического закона [5].

Предварительная оценка эмпирического распределения была проведена по величине коэффициента вариации, асимметрии и эксцесса, а также с помощью метода вероятностных бумаг.

Установлено, что для всех исследуемых показателей качества справедливо неравенство $|as| \leq 3|\sigma_{as}|$ и $|ex| \leq 3|\sigma_{ex}|$ (табл. 2), в качестве теоретического использовался нормальный закон, как наиболее распространенный.

Для наглядной оценки соответствия эмпирического распределения выбранному теоретическому закону применялся метод вероятностных бумаг, основанный на построении интегральной функции исследуемого распределения на специальной вероятностной бумаге соответствующего закона (рис. 1).

Визуальный анализ вероятностных бумаг нормального закона распределения (рис. 1-а, в, д, ж, к) показывает, что точки группируются относительно выравнивающих прямых достаточно хорошо, поэтому для интерпретации результатов испытаний исследуемых показателей качества возможно использование нормального закона распределения.

Статистическая оценка соответствия эмпирического распределения априорно выбранному теоретическому закону проводилась с использованием критериев: Колмогорова λ [4], Андерсона-Дарлинга Ω^2 [6], Шапиро-Уилка W [7].

В ходе проверки с помощью критериев Колмогорова и Шапиро-Уилка установлено, что для всех исследуемых показателей качества выполняются условия: по критерию Колмогорова: $P(\lambda) > 0,050 = q$; по критерию Шапиро-Уилка: $W > W_{0,05}$, следовательно, согласие между экспериментальными данными и выравнивающими прямыми не случайно, гипотеза о соответствии эмпирического распределения нормальному закону не отвергается.

Вследствие того, что нормальный закон не позволяет оценивать сущность физического явления, была рассмотрена возможность применения других распределений для выявления наиболее подходящего при их сравнении.

Для поверхностной плотности произведена проверка соответствия результатов испытаний логарифмически нормальному распределению [8] вследствие того, что значение поверхностной плотности можно рассматривать в виде суммы независимых равномерно малых величин единичных волокон в структуре теплоизоляционных нетканых материалов.

Визуальная оценка вероятностной бумаги логарифмически нормального закона для поверхностной плотности (рис. 1-б) показывает, что точки группируются относительно выравнивающей прямой достаточно хорошо, поэтому для интерпретации результатов возможно использование логарифмически нормального закона распределения.

По критерию Колмогорова и Андерсона-Дарлинга нулевая гипотеза H_0 о соответствии значений поверхностной плотности логарифмически нормальному распределению не отвергается.

В качестве альтернативы для показателя качества суммарное тепловое сопротивление до мокрой обработки была проведена проверка соответствия результатов испытаний асимптотическому распределению экстремальных величин I типа (теория "слабейшего звена", распределение Гумбеля) [9] вследствие того, что показатель качества – суммарное тепловое сопротивление

связан с экстремальными значениями толщины теплоизоляционных нетканых материалов [10].

В данном случае отмечено, что экспериментальные точки хуже ложатся на прямую в сравнении с нормальным законом распределения (рис. 1-в, г).

По критерию Колмогорова согласие между экспериментальными данными и выравнивающей прямой не случайно, гипотеза о соответствии эмпирического распределения закону распределения экстремальных величин I типа не отвергается, но по критерию Андерсона-Дарлинга гипотеза отвергается.

В качестве альтернативы для показателя качества гигроскопичность была проведена проверка соответствия результатов испытаний логарифмически нормальному распределению вследствие того, что гигроскопичность теплоизоляционных нетканых материалов складывается из физических свойств отдельных компонентов.

Отмечено, что точки группируются относительно выравнивающей прямой достаточно хорошо (рис. 1-е), по критерию Колмогорова и Андерсона-Дарлинга гипотеза о соответствии эмпирического распределения логарифмически нормальному закону не отвергается.

В качестве альтернативы для показателя качества неровнота по массе была проведена проверка соответствия результатов испытаний асимптотическому распределению экстремальных величин III типа (распределение Вейбулла) [11] вследствие того, для неровноты по массе теплоизоляционных нетканых материалов применима теория "слабейшего звена", так как количество участков с максимальной и минимальной поверхностной плотностью определяют конечный результат.

Отмечено, что экспериментальные точки хуже ложатся на прямую вероятностной бумаги распределения Вейбулла в сравнении с нормальным законом распределения (рис. 1-ж, и).

По критерию Колмогорова согласие между экспериментальными данными и выравнивающей прямой не случайно, гипотеза о соответствии эмпирического распределения закону распределения экстремальных величин III типа не отвергается, но по критерию Андерсона – Дарлинга гипотеза отвергается.

В качестве альтернативы для показателя качества разрывное удлинение по длине была проведена проверка соответствия результатов испытаний распределению экстремальных величин I типа вследствие того, что для разрывного удлинения теплоизоляционных нетканых материалов применима теория "слабейшего звена", так как именно слабые участки в структуре в первую очередь подвержены различного рода деформациям и разрушению.

Отмечено, что экспериментальные точки ложатся на прямую примерно одинаково в сравнении с нормальным законом распределения (рис. 1-к, л).

По критерию Колмогорова согласие между экспериментальными данными и выравнивающей прямой не случайно, гипотеза о соответствии эмпирического распределения закону распределения экстремальных величин I типа не отвергается, но по критерию Андерсона-Дарлинга гипотеза отвергается.

В табл. 2 приведены обобщенные результаты оценки соответствия исследуемых показателей качества законам распределения.

Установлено, что для всех исследуемых показателей качества приемлемым является использование статистической модели нормального закона, что подтверждается предварительной оценкой эмпирических распределений, величиной асимметрии и эксцесса и их ошибок, визуальной оценкой расположения экспериментальных точек относительно выравнивающих прямых на вероятностной бумаге, а также критериями.

Т а б л и ц а 2

Сводные данные	Показатели качества					
	поверхностная плотность, г/м ²	суммарное тепловое сопротивление до мокрой обработки, м ² ·°С/Вт	гигроскопичность, %	неровнота по массе, %	разрывное удлинение по длине, %	
Асимметрия, a_s	-0,34	-0,11	0,04	-0,47	-0,52	
Ошибка асимметрии σ_{as}	0,61	0,61	0,61	0,61	0,61	
Экссес e_x	-1,18	-1,79	-1,42	-1,63	-1,29	
Ошибка эксцесса σ_{ex}	0,92	0,92	0,92	0,92	0,92	
Критерий Колмогорова λ	норм. распр.	0,35	0,65	0,33	0,47	0,47
	лог. норм. распр.	0,35	–	0,96	–	–
	распр. Гумбеля	–	0,45	–	–	0,33
	распр. Вейбулла	–	–	–	0,48	–
Вероятность $P(\lambda)$ при $q = 0,05$	норм. распр.	1,00	0,86	1,00	0,96	0,96
	лог. норм. распр.	1,00	–	0,27	–	–
	распр. Гумбеля	–	0,96	–	–	1,00
	распр. Вейбулла	–	–	–	0,96	–
Критерий Шапиро-Уилка (расч.) W	норм. распр.	0,89	0,86	0,97	0,85	0,85
Крит. Шапиро-Уилка (табличное) при $q = 0,05$		0,84	0,84	0,84	0,84	0,84
Критерий Андерсона-Дарлинга (расч.) Ω_n^2	лог. норм. распр.	0,54	–	0,20	–	–
	распр. Гумбеля	–	29,69	–	–	33,18
	распр. Вейбулла	–	–	–	3,86	–
Критерий Андерсона-Дарлинга (табл.) при $\alpha = 0,10$		1,93	1,93	1,93	1,93	1,93

Доверительные интервалы для сводных характеристик выборки определялись по соответствующим формулам для нормаль-

ного распределения с вероятностью $\gamma_0 = 0,95$ [10] и представлены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Сводные характеристики выборки	Доверительные интервалы		
	среднее \bar{x}	среднее квадратическое отклонение σ_x	коэффициент вариации C_v , %
Поверхностная плотность, г/м ²	147,17 < 150,60 < 154,03	3,29 < 4,79 < 8,76	2,32 < 3,18 < 5,25
Суммарное тепловое сопротивление до мокрой обработки, м ² ·°С/Вт	0,51 < 0,53 < 0,56	0,02 < 0,03 < 0,06	4,47 < 6,13 < 10,11
Гигроскопичность, %	16,12 < 16,71 < 17,30	0,57 < 0,83 < 1,51	3,61 < 4,95 < 8,17
Неровнота по массе, %	3,47 < 3,92 < 4,37	0,43 < 0,63 < 1,15	11,71 < 16,04 < 26,46
Разрывное удлинение по длине, %	5,03 < 5,61 < 6,18	0,55 < 0,80 < 1,47	10,45 < 14,32 < 23,63

Проведенное исследование позволило обосновать выбор нормального закона распределения для исследуемых показателей качества теплоизоляционных нетканых материалов и установить доверительные интервалы для сводных характеристик выборки.

ВЫВОДЫ

1. Установлено, что для интерпретации результатов испытаний по показателям качества: поверхностная плотность, суммарное тепловое сопротивление до мокрой об-

работки, гигроскопичность, неровнота по массе, разрывное удлинение по длине для нетканых теплоизоляционных материалов целесообразно использование нормального закона распределения в качестве статистической модели.

2. Установлено, что наименьшая изменчивость вариационного ряда наблюдается у показателей качества – поверхностная плотность и гигроскопичность; средняя изменчивость у суммарного теплового сопротивления до мокрой обработки; значительная изменчивость у неровноты по массе и разрывного удлинения по длине.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мезенцева Е.В., Мишаков В.Ю. Исследования структурных характеристик нетканого объемного термоскрепленного материала, сформированного путем диспергирования волокон в потоке воздуха, содержащего полиакрилатные волокна // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 2019, №3. С.29...33.

2. Мезенцева Е.В., Мишаков В.Ю. Исследование структуры и свойств нетканых объемных материалов в зависимости от содержания полиэфирных волокон // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2019, №5. С. 54...60.

3. Соловьев А.Н., Кирюхин С.М. Оценка качества и стандартизация текстильных материалов. – М.: Легкая индустрия, 1974.

4. Хакимуллин Ю.Н., Лисаневич М.С., Галимзянова Р.Ю., Шакиров Б.Л. Прогнозирование долговечности ламинированного нетканого материала, стерилизованного ионизирующим излучением // Вестник Технологического университета. – 2015. Т.18, № 17. С. 120...122.

5. Соловьев А.Н., Кирюхин С.М. Оценка и прогнозирование качества текстильных материалов. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.

6. Anderson T., & Darling D. A Test of Goodness of Fit // Journal Of The American Statistical Association. – 49(268), 1954. P. 765-769. doi: 10.1080/01621459.1954.10501232.

7. Shapiro S.S., Wilki M.B. An analysis of variance test for normality // Biometrika. – 1965, 52, № 3. P.591...611.

8. Limpert E., Stahel W., & Abbt M. Log-normal Distributions across the Sciences: Keys and Clues // Bioscience/ – 51(5),2001. P. 341...352.

9. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений / Пер. с англ. В. Ю. Татарского; под ред. Д. М. Чибисова; с предисл. Б. В. Гнеденко. – М.: Мир, 1965.

10. Кирюхин С.М., Шустов Ю.С. Текстильное материаловедение. – М.: Колосс, 2011.

11. Вейбул В. Усталостные испытания и анализ их результатов / Пер. с англ. Т.А. Бекш и Е.С. Муслина; под. ред. С.В. Сернсена. – М.: Машиностроение, 1964.

REFERENCES

1. Mezentseva E.V., Mishakov V.Yu. Issledovaniya strukturnykh kharakteristik netkanogo ob"emnogo termoskrepennogo materiala, sformirovannogo putem dispergirovaniya volokon v potoke vozdukha, soderzhashchego poliakrilatnye volokna // Izv. vuzov. Tekhnologiya legkoy promyshlennosti. – 2019, №3. S.29...33.

2. Mezentseva E.V., Mishakov V.Yu. Issledovanie struktury i svoystv netkanykh ob"emnykh materialov v zavisimosti ot soderzhaniya poliefirnykh volokon // Izv. vuzov. Tekhnologiya tekstil'noy promyshlennosti. – 2019, №5. S. 54...60.

3. Solov'ev A.N., Kiryukhin S.M. Otsenka kachestva i standartizatsiya tekstil'nykh materialov. – М.: Legkaya industriya, 1974.

4. Khakimullin Yu.N., Lisanevich M.S., Galimzyanova R.Yu., Shakirov B.L. Prognozirovaniye dolgovечnosti laminirovannogo netkanogo materiala, sterilizovannogo ioniziruyushchim izlucheniem // Vestnik Tekhnologicheskogo universiteta. – 2015. T.18, №17. S. 120...122.

5. Solov'ev A.N., Kiryukhin S.M. Otsenka i prognozirovaniye kachestva tekstil'nykh materialov. – М.: Legkaya i pishchevaya promyshlennost', 1984.

6. Anderson T., & Darling D. A Test of Goodness of Fit // Journal Of The American Statistical Association. – 49(268), 1954. P. 765-769. doi: 10.1080/01621459.1954.10501232.

7. Shapiro S.S., Wilki M.B. An analysis of variance test for normality // Biometrika. – 1965, 52, № 3. P.591...611.

8. Limpert E., Stahel W., & Abbt M. Log-normal Distributions across the Sciences: Keys and Clues // Bioscience/ – 51(5),2001. P. 341...352.

9. Gumbel' E. Statistika ekstremal'nykh znacheniy / Per. s angl. V. Yu. Tatarskogo; pod red. D. M. Chibisova; s predisl. B. V. Gnedenko. – М.: Mir, 1965.

10. Kiryukhin S.M., Shustov Yu.S. Tekstil'noe materialovedeniye. – М.: Koloss, 2011.

11. Veybul V. Ustalostnye ispytaniya i analiz ikh rezul'tatov / Per. s angl. Т.А. Beksh i E.S. Muslina; pod. red. S.V. Sernsena. – М.: Mashinostroeniye, 1964.

Рекомендована кафедрой коммерции и сервиса РГУ имени А.Н. Косыгина. Поступила 18.03.20.