

КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВАЛКОВОЕ УСТРОЙСТВО – ТЕКСТИЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

Е.Н. КАЛИНИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

Задачей полного анализа исследуемой механической цепи является определение всех кинематических величин, характеризующих абсолютное и относительное перемещения полюсов в принятой системе отсчета и воспринимаемых элементами цепи усилий. При этом важно найти как размер, так и знак искомых величин. Последнее равнозначно установлению характера движения полюсов и характера воспринимаемых усилий. Определив кинематические и силовые характеристики цепи, можно выявить передаточные функции как каждого из элементов, так и всей цепи, являющиеся основой для анализа динамических процессов, протекающих в системе, а также для поиска оптимальных соотношений между конструктивными и технологическими параметрами системы.

Решение задачи основывается на использовании уравнений Кирхгофа для сил, кинематических переменных двухполюсников и уравнений двухполюсников в прямой или обратной форме.

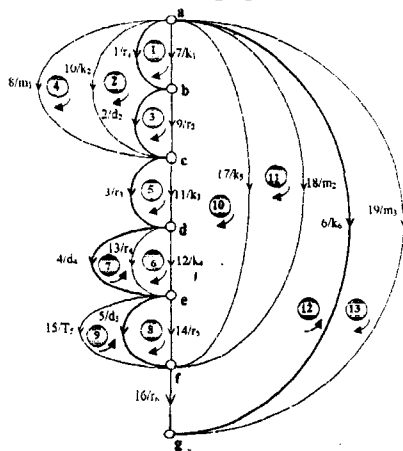


Рис. 1

Из закона Кирхгофа [1] уравнения основных контуров для опорного дерева T (рис.1), образованного из непланарного линейного графа [2], представлены в табл.1.

Таблица 1

№ контура	Контурные уравнения
1	$k_7 - k_1 = 0;$
2	$k_1 + k_9 - k_2 = 0;$
3	$k_1 + k_{10} - k_2 = 0;$
4	$k_8 - k_2 = 0;$
5	$k_{11} - k_3 = 0;$
6	$k_{12} - k_4 = 0;$
7	$k_{13} - k_4 = 0;$
8	$k_{14} - k_5 = 0;$
9	$k_{15} - k_5 = 0;$
10	$k_{17} - k_2 - k_3 - k_4 - k_5 = 0;$
11	$k_{18} - k_2 - k_3 - k_4 - k_5 = 0;$
12	$k_2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_{16} - k_6 = 0;$
13	$k_{19} - k_6 = 0.$

Для записи уравнений основных контуров в матричной форме используем кинематические переменные k_r двухполюсников цепи, записанные в форме матрицы-столбца k_e при упорядоченном расположении кинематических переменных: сначала хорд, а затем ветвей опорного дерева T :

$$k_e = (\bar{k}_7 \ \bar{k}_8 \ \bar{k}_9 \ \bar{k}_{10} \ \bar{k}_{11} \ \bar{k}_{12} \ \bar{k}_{13} \ \bar{k}_{14} \ \bar{k}_{15} \ \bar{k}_{16} \ \bar{k}_{17} \ \bar{k}_{18} \ \bar{k}_{19} \ \bar{k}_1 \ \bar{k}_2 \ \bar{k}_3 \ \bar{k}_4 \ \bar{k}_5 \ \bar{k}_6)^T.$$

Для уравнений, записанных в порядке следования порождающих их хорд, имеем

$$\begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 \bar{k}_7 \\
 \bar{k}_8 \\
 \bar{k}_9 \\
 \bar{k}_{10} \\
 \bar{k}_{11} \\
 \bar{k}_{12} \\
 \bar{k}_{13} \\
 \bar{k}_{14} \\
 \bar{k}_{15} \\
 \bar{k}_{16} \\
 \bar{k}_{17} \\
 \bar{k}_{18} \\
 \bar{k}_{19} \\
 \bar{k}_1 \\
 \bar{k}_2 \\
 \bar{k}_3 \\
 \bar{k}_4 \\
 \bar{k}_5 \\
 \bar{k}_6
 \end{pmatrix} = 0. \quad (1)$$

Система уравнений (1), в которой матрица V_f [2] имеет порядок ($m \times n = 13 \times 19$), линейно не зависима тогда и только тогда, когда матрица V_f содержит неособенную подматрицу порядка m (где m – число уравнений). То есть независимость уравнений системы определена наличием единичной матрицы E , определяющей ранг матрицы V_f (равный $e-v+1=13$ – числу независимых контурных уравнений).

Если V_f – матрица основных контуров, то уравнение (1) имеет вид

$$V_f k_e = 0. \quad (2)$$

В разделенной матричной форме (2) выглядит как

$$(E \mid V_{f12}) \begin{pmatrix} k_{ec} \\ k_{eb} \end{pmatrix} = 0, \quad (3)$$

где k_{ec} и k_{eb} – матрицы-столбцы кинематических переменных хорд и ветвей соответственно.

Из (3) следует, что

$$E k_{ec} + V_{f12} k_{eb} = 0; k_{ec} = -V_{f12} k_{eb}. \quad (4)$$

Таким образом, кинематические переменные хорд выражаются в виде явных функций от кинематических переменных ветвей опорного дерева графа цепи, а опорное дерево графа должно содержать источники кинематических величин.

В соответствии с законом Кирхгофа для сил [1] узловые уравнения для узлов 2...7 цепи [2] представлены в табл.2.

Таблица 2

№ узла	Узловое уравнение
2	$-F_1 - F_7 + F_9 + F_{10} = 0;$
3	$-F_2 - F_8 - F_9 - F_{10} + F_3 + F_{11} = 0;$
4	$-F_3 - F_{11} + F_4 + F_{12} + F_{13} = 0;$
5	$-F_4 - F_{12} - F_{13} + F_5 + F_{14} + F_{15} = 0;$
6	$-F_5 - F_{14} - F_{15} - F_{17} - F_{18} + F_{16} = 0;$
7	$-F_6 - F_{16} - F_{19} = 0.$

Система уравнений, полученная из графа цепи в соответствии с матрицей Q_f [2] основных сечений, и матрицы-столбца F_c силовых переменных двухполюсников цепи, записанных в упорядоченной последовательности индексов хорд и ветвей

$$F_e = (\bar{F}_7 \ \bar{F}_8 \ \bar{F}_9 \ \bar{F}_{10} \ \bar{F}_{11} \ \bar{F}_{12} \ \bar{F}_{13} \ \bar{F}_{14} \ \bar{F}_{15} \ \bar{F}_{16} \ \bar{F}_{17} \ \bar{F}_{18} \ \bar{F}_{19} \ \bar{F}_1 \ \bar{F}_2 \ \bar{F}_3 \ \bar{F}_4 \ \bar{F}_5 \ \bar{F}_6)^T.$$

имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{F}_7 \\ \bar{F}_8 \\ \bar{F}_9 \\ \bar{F}_{10} \\ \bar{F}_{11} \\ \bar{F}_{12} \\ \bar{F}_{13} \\ \bar{F}_{14} \\ \bar{F}_{15} \\ \bar{F}_{16} \\ \bar{F}_{17} \\ \bar{F}_{18} \\ \bar{F}_{19} \\ \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \\ \bar{F}_3 \\ \bar{F}_4 \\ \bar{F}_5 \\ \bar{F}_6 \end{pmatrix} = 0. \quad (5)$$

Уравнение (5) в разделенной матричной форме запишется как

$$\left(Q_{f_{11}} \ \middle| \ E \right) \begin{pmatrix} F_c \\ F_b \end{pmatrix} = 0, \quad (6)$$

где F_c и F_b – матрицы-столбцы силовых переменных хорд и ветвей соответственно.

Согласно (6) силовые переменные ветвей графа цепи, выраженные в виде явных функций от силовых переменных хорд,

$$Q_{f_{11}} F_c | E F_b = 0, \quad F_b = -Q_{f_{11}} F_c. \quad (7)$$

Следовательно, силовые переменные двухполюсников цепи могут быть заданы произвольно, так как они выражаются хордами графа цепи. А независимость уравнений (6) следует из наличия единичной матрицы E , соответствующей вектору ветвей.

В соответствии со свойствами идеализированных двухполюсников [3] вектор k_e их кинематических переменных и матрица-столбец k'_n узловых кинематических переменных, записанных с тем же порядком следования индексов элементов и узлов, что и в матрице инцидентий A_a [2], имеют вид

$$k_e = A_a^T k'_n, \quad (8)$$

где $\bar{k}_e = (\bar{k}_7 \bar{k}_8 \bar{k}_9 \bar{k}_{10} \bar{k}_{11} \bar{k}_{12} \bar{k}_{13} \bar{k}_{14} \bar{k}_{15} \bar{k}_{16} \bar{k}_{17} \bar{k}_{18} \bar{k}_{19} \bar{k}_1 \bar{k}_2 \bar{k}_3 \bar{k}_4 \bar{k}_5 \bar{k}_6)$ – матрица-столбец кинематических переменных двухполюсников цепи; $\bar{k}_n = (\bar{k}_a \bar{k}_b \bar{k}_c \bar{k}_d \bar{k}_e \bar{k}_f \bar{k}_g)$ – матрица-столбец узловых кинематических переменных; A_a^T – транспонированная матрица инцидентий графа цепи.

Поскольку узел a принят в качестве опорного ($\bar{k}_a = 0$), связь между кинематическими переменными цепи выражается через транспонированную упрощенную матрицу инцидентий A_a^T , где отсутствует столбец матрицы A_a^T , соответствующий опорному узлу a , а уравнение (8) выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \bar{k}_7 \\ \bar{k}_8 \\ \bar{k}_9 \\ \bar{k}_{10} \\ \bar{k}_{11} \\ \bar{k}_{12} \\ \bar{k}_{13} \\ \bar{k}_{14} \\ \bar{k}_{15} \\ \bar{k}_{16} \\ \bar{k}_{17} \\ \bar{k}_{18} \\ \bar{k}_{19} \\ \hline \bar{k}_1 \\ \bar{k}_2 \\ \bar{k}_3 \\ \bar{k}_4 \\ \bar{k}_5 \\ \bar{k}_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ \hline -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{k}_b \\ \bar{k}_c \\ \bar{k}_d \\ \bar{k}_e \\ \bar{k}_f \\ \bar{k}_g \end{pmatrix} \quad (9)$$

Уравнение (9) всегда разрешимо в силу свойств матрицы инцидентий A_a . Для этого в A^T необходимо выделить неособенную квадратную подматрицу A_{21}^T порядка $\nu-1=7-1=6$, отвечающую опорному дереву T графа цепи.

Из (9) применительно к исследуемой динамической системе следует, что $k_n = (A_{21}^T)^{-1} k_{cb}$, то есть узловые кинематические переменные определяются из матричного уравнения

$$\begin{pmatrix} \bar{k}_b \\ \bar{k}_c \\ \bar{k}_d \\ \bar{k}_e \\ \bar{k}_f \\ \bar{k}_g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{k}_1 \\ \bar{k}_2 \\ \bar{k}_3 \\ \bar{k}_4 \\ \bar{k}_5 \\ \bar{k}_6 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

ВЫВОДЫ

Установлена взаимосвязь между кинематическими и силовыми переменными элементов динамической системы в форме независимых матричных уравнений, дающих возможность определения передаточных функций как каждого пассивного двухполюсника, так и системы в целом с целью полного анализа и решения задач оптимизации ее динамических характеристик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сешу С., Балабанян Н. Анализ линейных цепей / Пер. с англ. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.
2. Калинин Е.Н. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 6.
3. Кёниг Г., Блекуэлл В. Теория электромеханических систем / Пер. с англ. – М.-Л.: Энергия, 1965.

Рекомендована кафедрой теплотехники. Поступила 22.11.00.