№ 2 (260) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 2001

УДК 677.08.021.16/22

КИНЕМАТИКА ДЕФОРМИРУЕМОЙ ВОЛОКНИСТОЙ СРЕДЫ ПРИ ОБРАБОТКЕ КОЛКОВЫМИ РАБОЧИМИ ОРГАНАМИ*

Ф. Р. КАХРАМАНОВ, В.И. РОНЬЖИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

Рассмотрим технологический процесс обработки волокнистых комплексов в виде пучков 1 цилиндрическими колками, одни из которых 2 закреплены на подвижном цилиндрическом барабане 3 (рис.1), а другие 4 – на неподвижной концентрической поверхности, с помощью ортогональных поверхностей семейств окружностей (рис.2). Пучок 1, состоящий из связанных между собой волокон, на колке 2 подводится к неподвижным колкам 4 [1].

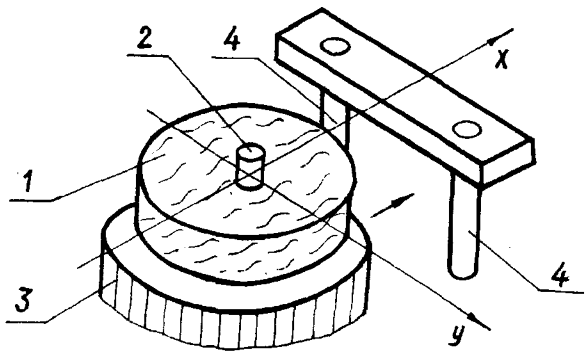

Рис. 1

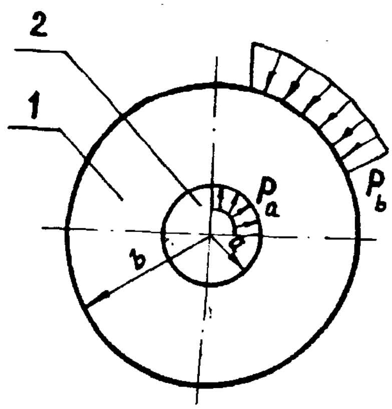

Рис. 2

В связи с сопротивлением поверхности пучка воздушному потоку и неподвижным колкам на момент касания их поверхности возникают напряжения на наружных поверхностях колка 2 и пучка 1 (рис.2) [2].

Проанализируем плоскую асимметричную задачу для области, ограниченной двумя концентрическими кругами, под воздействием равномерно распределенной радиальной нагрузки P_b и P_a. Ее решение приводится в полярных координатах в соответствии с теорией Ламе в двухсвязной области, поскольку нагрузка на внутреннем контуре окружности радиуса a самоуравновешена и компоненты напряжений зависят только от двух переменных x и y.

В данном случае в уравнениях равновесия исчезнут частные производные по z и уравнения примут вид

*Работа выполнена под руководством проф., докт. техн. наук. В.Д. Фролова.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}=0,$$
$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}=0, \qquad (1)$$
$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}=0,$$

а уравнения Бельтрами-Митчелла запишутся так:

$$\Delta\sigma_x+\frac{3}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2}+2\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\nu}{1-\nu}\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)=0,$$
$$\Delta\sigma_y+\frac{3}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma}{\partial y^2}+2\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\nu}{1-\nu}\left(\frac{\partial X}{\partial x}+\frac{\partial Y}{\partial y}+\frac{\partial Z}{\partial z}\right)=0,$$
$$\Delta\tau_{xy}+\frac{3}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma}{\partial x\partial y}+\frac{\partial X}{\partial y}+\frac{\partial Y}{\partial y}=0, \qquad (2)$$
$$\Delta\tau_{yz}+\frac{3}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma}{\partial y\partial z}+\frac{\partial Y}{\partial z}+\frac{\partial Z}{\partial y}=0.$$

Выражения для однородных тел выглядят следующим образом:

$$\Delta_1\sigma_x+\frac{3}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma}{\partial x^2}=0;$$
$$\Delta_1\tau_{xy}+\frac{3}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma}{\partial x\partial y}=0;$$
$$\Delta_1\sigma_y+\frac{3}{1+\nu}\frac{\partial^2\sigma}{\partial y^2}=0; \qquad (3)$$
$$\Delta_1\tau_{yz}=0,$$

где $3\sigma=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z$ и Δ_1 – двумерная операция Лапласа;

$$\Delta_1=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Из (1...3) видно, что напряжения не зависят от физических констант и одинаковы для плоской деформации и плоского напряженного состояния. Согласно граничным условиям

$$\sigma_r=-P_a,\quad r=a;$$
$$\sigma_r=-P_b\quad r=b; \qquad (4)$$
$$\tau_{r\varphi}=0,\ r=a,\quad r=b.$$

Тогда распределение напряжений по теории Ламе

$$\sigma_r=\frac{a^2b^2}{b^2-a^2}\frac{P_b-P_a}{r^2}+$$
$$+\frac{P_a a^2-P_b b^2}{b^2-a^2},$$
$$\sigma_\varphi=\frac{a^2b^2}{b^2-a^2}\frac{P_b-P_a}{r^2}+ \qquad (5)$$
$$+\frac{P_a a^2-P_b b^2}{b^2-a^2},$$
$$\tau_{r\varphi}=0.$$

Из (5) следует

$$\sigma_r + \sigma_\varphi = 2\frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} = \text{const.} \quad (6)$$

При $P_b = 0$

$$\sigma_r = \frac{a^2 P_a}{b^2 - a^2}\left(1 - \frac{b^2}{r^2}\right),$$
$$\sigma_\varphi = \frac{a^2 P_b}{b^2 - a^2}\left(1 + \frac{b^2}{r^2}\right). \quad (7)$$

Из (7) при $r < b$ имеет место
при $\sigma_r < 0$ – сжатие,
при $\sigma_\varphi > 0$ – растяжение.

Максимальное значение σ_φ будет при $r = a$, то есть

$$(\sigma_\varphi)_{max} = \frac{a^2 + b^2}{b^2 - a^2} P_a. \quad (8)$$

Таким образом, напряжение σ_r при $r = a$ всегда больше P_a и приближается к нему с увеличением b.

Из (5), переходя к пределу $b \to \infty$, получим решение для неограниченной области с круговым отверстием. При решении частной задачи при граничных условиях вида

$$\sigma_r = -P_a,\ r = a;$$
$$\sigma_r = 0,\ r \to \infty; \quad (9)$$
$$\tau_{r\varphi} = 0,\ r = 0,\ r \to \infty$$

напряжения будут равны

$$\sigma_r = -P_a\left(\frac{a}{r}\right)^2; \quad \sigma_\varphi = P_a\left(\frac{a}{r}\right)^2;$$
$$\tau_{r\varphi} = 0, \quad (10)$$

где имеет место сжатие для σ_r и растяжение для σ_φ.

Рассматривая напряжения на бесконечности согласно граничным условиям вида

$$\sigma_r = 0,\ r = 0;$$
$$\sigma_r = P,\ r \to \infty;$$
$$\tau_{r\varphi} = 0,\ r = 0,\ r \to \infty,$$

отметим, что эти условия отвечают бесконечной области с ненагруженным круговым отверстием $r = a$ при всестороннем растяжении P на бесконечность.

В этом случае напряжения определяются как

$$\sigma_r = P\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right),$$
$$\sigma_\varphi = P\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right), \quad (11)$$
$$\tau_{r\varphi} = 0.$$

Максимальное напряжение на контуре кругового отверстия при $r = a$ составит $(\sigma_\varphi)_{max}$.

Следовательно, для этого частного случая круговое отверстие создает возмущение поля напряжений, отвечающих всестороннему растяжению и значительному по ходу обработки волокнистого продукта с концентрацией напряжений, равной $(\sigma_\varphi)_{max} / P = 2$.

По напряжениям, полученным из уравнений (5), определяются перемещения волокнистого материала в пределах допустимой деформации, ограниченной технологическими и конструктивными факторами.

С целью нахождения перемещения волокнистого пучка требуется выполнить условие однозначности деформации при обходе вокруг отверстия $r = a$ на основе двухсвязной области.

Теоретические и расчетные предпосылки при нахождении перемещений базируются на предположениях о малости перемещений по сравнению с характерным размером тела, малости угла поворота φ и деформаций по сравнению с единицей – это делает все геометрические соотношения линейными.

Обозначим проекции вектора перемещения на оси декартовой системы координат x, y соответственно u и v. В силу предположения о сплошности пучка из волокон в любом положении до разрыва будем считать функции u, v однозначными и непрерывными функциями координат x, y точек начального положения пучка.

Частное решение задачи при радиальном перемещении в бесконечной области с круговым отверстием r = a, нагруженным согласно граничным условиям (9), имеет перемещение (изменение размеров в длину по оси x):

$$u_r = -\frac{1+\nu}{E} P_a \frac{a^2}{r}, \qquad (12)$$

где E – модуль продольной упругости; ν – коэффициент Пуассона.

В этом частном случае перемещение u_r оказывается одинаковым как для плоской деформации, так и для плоского напряженного состояния. При этом перемещение стремится к нулю на бесконечности как 1/r, то есть более медленнее, чем рост напряжений, вычисленных по уравнениям (10).

ВЫВОДЫ

На основе проведенных исследований решена плоская асимметричная задача деформации волокнистого комплекса в виде пучка цилиндрическими колками для области, ограниченной двумя концентрическими поверхностями. По полученным уравнениям распределения напряжений на наружной поверхности колка определено перемещение волокнистого материала в пределах допустимой деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фролова И.В., Андреев А.Ю., Кахраманов Ф.Р.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 2. С. 72 ... 76.

2. Свидетельство на полезную модель № 13214 РФ. Устройство для очистки засоренных отходов / Фролова И.В., Кахраманов Ф.Р., Андреев А.Ю. – Опубл. 2000. Бюл. № 9.

Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 22.01.01.