УДК [677.021.17:533.6]: 519.711

ВЫДЕЛЕНИЕ СОРНЫХ ЧАСТИЦ ИЗ ПЛОТНЫХ ВОЗДУШНО-ВОЛОКНИСТЫХ ПОТОКОВ

Э.Ф. БАЛАЕВ, В.А. ЛАРИОНОВ, С.А. ШМЕЛЕВ, Ф.Н. ЯСИНСКИЙ

(Ивановская государственная текстильная академия)

В новых текстильных технологиях, таких как безверетенное прядение, бесчелночное ткачество, получение нетканых материалов, очистка волокнистых сред от сорных включений, пневмотранспорт и другие, приходится иметь дело с плотными воздушно-волокнистыми потоками.

Плотные – это такие потоки, в которых масса волокон сопоставима или превосходит массу транспортирующего их воздуха. Очевидно, что в этом случае нужно учитывать, как действие воздуха на летящие волокна и клочки, так и обратное влияние движущейся волокнистой массы на аэродинамику.

В настоящей статье исследуются вопросы выделения сорных частиц из плотных потоков. Воздух и волокнистая масса рассматриваются нами как две взаимно проникающие среды.

Процессы описываются следующими уравнениями:

для воздуха

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}+\sum_j u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j}=-\frac{1}{\varrho}\frac{\partial P}{\partial x_i}+$$

$$+\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j}\left(D\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)+\frac{1}{\varrho}F_i.$$

$$\sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}=0;$$

для волокнистой массы

$$\frac{\partial v_i}{\partial t}+\sum_j v_j\frac{\partial v_i}{\partial x_j}=\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\tilde{D}\frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right)-\frac{1}{R}F_i, \quad (3)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t}+\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j}(Rv_j)=0. \quad (4)$$

Здесь t – время; x_t – декартовы координаты; u_i, v_i – составляющие скоростей воздуха и волокна соответственно; ϱ, R –их плотности; P – давление; $D, \tilde{D}$ – кинематические турбулентные вязкости для воздуха и волокнистой массы; F_t – сила взаимодействия воздуха и волокнистой массы в единице объема:

$$F_i=cS\varrho\sqrt{\sum_j (u_i-v_i)^2}(v_i-u_i); \quad (5)$$

c – аэродинамический коэффициент; S – средняя поверхность волокнистой массы в единице объема.

Для вычисления кинематической турбулентной вязкости D использовали выражение

$$D=kLwe^{-\beta R}, \quad (6)$$

где k –постоянная Т. Кармана; L – кратчайшее расстояние до ближайшей твердой поверхности; β – константа, зависящая от вида волокна; w – скорость деформации.

Согласно [1] в двумерном случае скорость деформации имела вид

$$w=\left(\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right)^2+\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)^2\right)^{1/2}. \quad (7)$$

Появление в (6) множителя $e^{-\beta R}$ связано с тем, что волокна в турбулентном воздушном потоке гасят турбулентность и это действие возрастает с увеличением их количества. Кинематическую вязкость $\tilde{D}$ для волокна принимали постоянной.

В пространство, где изучалось движение воздушно-волокнистой смеси, вводилась сетка и исходные дифференциальные уравнения заменялись конечно-разностными. В целях избежания сгущения сетки около твердых границ, где присутствуют тонкие пограничные слои, эффективным оказалось применение следующего приема, существенно ускоряющего вычисление. Условие прилипания воздуха к стенке и обращения в ноль его скоростей в соответствии с [2] заменялось условием скольжения с трением воздуха по стенке со скоростью

$$u_\tau=D\left(\alpha+\frac{1}{k}\ln\left(h\left|\frac{\partial P}{\partial \tau}\right|/\alpha kD\right)\right), \quad (8)$$

где $\frac{\partial P}{\partial \tau}$ – градиент давления в направлении, касательном к стенке; h –шаг к сетке около стенки по нормали к ней; α=11,5 – известная турбулентная константа.

С целью вычисления давления P воздуха использовали два способа:

– модель слабой сжимаемости. В этом случае выражение (2) заменялось уравнением

$$\frac{\partial P}{\partial t}=-c^2\sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}, \quad (9)$$

где c^2 – положительная константа. В дальнейшем это уравнение интегрировалось с помощью явной схемы;

– определение давления посредством сведения (1) и (2) к уравнению Пуассона:

$$\sum_i \frac{\partial^2 P}{\partial x_i^2} = q, \qquad (10)$$

которое решали методом верхней релаксации [3].

Все искомые поля скоростей u_i, v_i, давление P, плотности волокнистой массы R вычисляли методом установления и именно поэтому в уравнениях сохранено время. Вычисление осуществляли до выхода всех полей на стационарное состояние.

Для увеличения устойчивости вычислений и их ускорения использовали метод регуляризации [4], согласно которому производные по времени заменяли выражениями

$$\frac{\partial}{\partial t}u_i \to \frac{\partial}{\partial t}(u_i + \gamma \sum_j \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}), \qquad (11)$$

где γ – параметр регуляризации.

Аналогичная замена делается для $\frac{\partial v_i}{\partial t}$. Вычислительный процесс продолжался до исчезновения всех производных по времени:

$$\left|\frac{\partial u_i}{\partial t}\right| \le \varepsilon; \left|\frac{\partial v_i}{\partial t}\right| \le \varepsilon, \qquad (12)$$

где ε – малая положительная величина.

После введения сетки и замены дифференциальных уравнений конечно-разностными применяли расщепление и локально-одномерный метод [5] по каждой из координат и для каждой среды (воздух и волокно).

В результате вычисления сводились к решению систем с трехдиагональной матрицей, то есть к выражениям вида

$$a^k_{m,n,s}U^{k+1}_{m-1,n,s} + b^k_{m,n,s}U^{k+1}_{m,n,s} +$$
$$+ c^k_{m,n,s}U^{k+1}_{m+1,n,s} = d^k_{m,n,s}. \qquad (13)$$

Здесь U – это u_i или v_i; a, b, c – некоторые выражения; верхний индекс обозначает номер момента времени; нижние индексы соответствуют номерам узлов координатной сетки. Уравнения (13) решали методами скалярной прогонки по каждой из координатной осей [5]:

$$U^{k+1}_{m-1,n,s} = L^k_{m,n,s}U^{k+1}_{m,n,s} + M^k_{m,n,s}, \qquad (14)$$

где $L^k_{m,n,s}$, $M^k_{m,n,s}$ – прогоночные коэффициенты.

Описанная методика применялась для решения широкого круга задач, связанных с исследованием движения воздушно-волокнистых потоков, и оказалась весьма удобной в практике инженерных расчетов. Одним из таких приложений было моделирование движения воздушно-волокнистой смеси в центробежном сепараторе.

Рассмотрим отрыв сорной частицы от клочка или волокнистого слоя.

Аэродинамический отрыв произойдет для сорной частицы, находящейся на поверхности волокнистого слоя или клочка, при условии выполнения следующего неравенства:

$$F_c = \frac{mF_a^M - MF_a^m}{m + M} \ge F_{kr} = \psi\varrho_b. \qquad (15)$$

Здесь m, M – массы сорной частицы и волокнистого фрагмента соответственно; F_a^m, F_a^M – аэродинамические силы, приложенные к частице и фрагменту; F_{kr} – усилие, при котором частица отрывается от фрагмента; ψ – коэффициент, зависящий от видов волокна и сорных частиц; ϱ_b – плотность волокнистой массы.

Если сорная частица находится в толще волокнистого слоя или клочка, то при выполнении условия (15) начинается ее движение в клочке.

Аэродинамические силы, действующие на сорную частицу и клочок, вычисляются посредством интегрирования уравнений

Навье-Стокса, в которые дополнительно присоединено усилие, учитывающее действие на воздушный поток волокнистой массы и частицы. В вычислительном отношении это означает, что после каждого шага по времени скорости в узлах сетки остаются неизменными, если эти узлы находятся вне волокнистого фрагмента, умножаются на множитель меньше единицы, если соответствующий узел находится в волокнистой массе и скорость обращается в нуль, если узел пришелся на твердую частицу.

Поля скорости находятся методом установления и по ним определяются указанные выше аэродинамические силы, действующие на сорную частицу и клочок.

При ударе клочка, содержащего на поверхности сорную частицу, последняя отделится, если будет выполняться условие

$$V_0\sqrt{c_1 m} \geq F_{kr}\varrho_b, \qquad (16)$$

где V_0 – скорость удара; c_1 – жесткость волокнистой массы.

Частица, находящаяся в толще клочка, будет выбита из него, если дополнительно к (16) выполнить неравенство

$$mV_0^2 / \psi\varrho_b \geq d, \qquad (17)$$

где d – линейный размер волокнистого фрагмента.

ВЫВОДЫ

1. Разработаны математические модели, описывающие движение волокна и сорных частиц в плотных воздушных потоках, под которыми понимаются потоки, где масса волокна соизмерима с массой транспортирующего его воздуха, и определены условия отрыва сорных частиц от волокнистой массы и их выделения в воздушный поток.

2. Смоделировано влияние турбулентности на процессы сепарации с помощью аппарата теории случайных функций. Входящие в модели константы корректируются посредством сравнения численных экспериментов с результатами натурных испытаний, для чего использовано два центробежных аэродинамических сепаратора конструкции В.А.Ларионова.

При недостатке вычислительной мощности одного компьютера вычисления выполнялись при помощи компьютерной сети; при этом использовали технологию распараллеливания вычислительных процессов [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Госмен А.Д. и др.* Численные методы исследования течений вязкой жидкости. – М.: Мир, 1980.
2. *Абрамович Г.Н., Крашенинников С.Ю., Секундов А.Н.* Особенности турбулентных течений при наличии объемных сил и неавтомодельности // В сб. Турбулентные течения. – М.: Наука, 1974.
3. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. – М.: Наука, 1978.
4. *Булеев Н.И.* Пространственная модель турбулентного обмена. – М.: Наука, 1989.
5. *Ясинский Ф.Н., Чернышева Л.П.* Многопроцессорные вычислительные системы. – Иваново,: ИГЭУ, 1998.

Рекомендована кафедрой прикладной математики и информационных технологий. Поступила 13.10.00.