УДК 677.057

О РАСЧЕТЕ ПАРАМЕТРОВ ПРОВИСАНИЯ ТКАНИ С УЧЕТОМ НЕСИММЕТРИЧНОСТИ ТОЧЕК ЕЕ ПОДВЕСА

А.С. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, А.И. ЧАНЫШЕВ, В.А. ВЕРЕТЕНО

(Новосибирский технологический институт Московского государственного университета дизайна и технологии)

При проектировании технологического оборудования для обработки длинномерных легкодеформируемых материалов необходимо знать параметры провисания (заправочную длину, натяжение) материала между опорными точками, расположенными в разных горизонтальных плоскостях [1].

Решение задачи для симметричной линии провисания рассмотрено в [2]. В настоящей статье исследуется математическая модель и методика расчета оптимальной заправочной длины материала и его натяжения с учетом несимметричности точек подвеса относительно оси y (рис. 1).

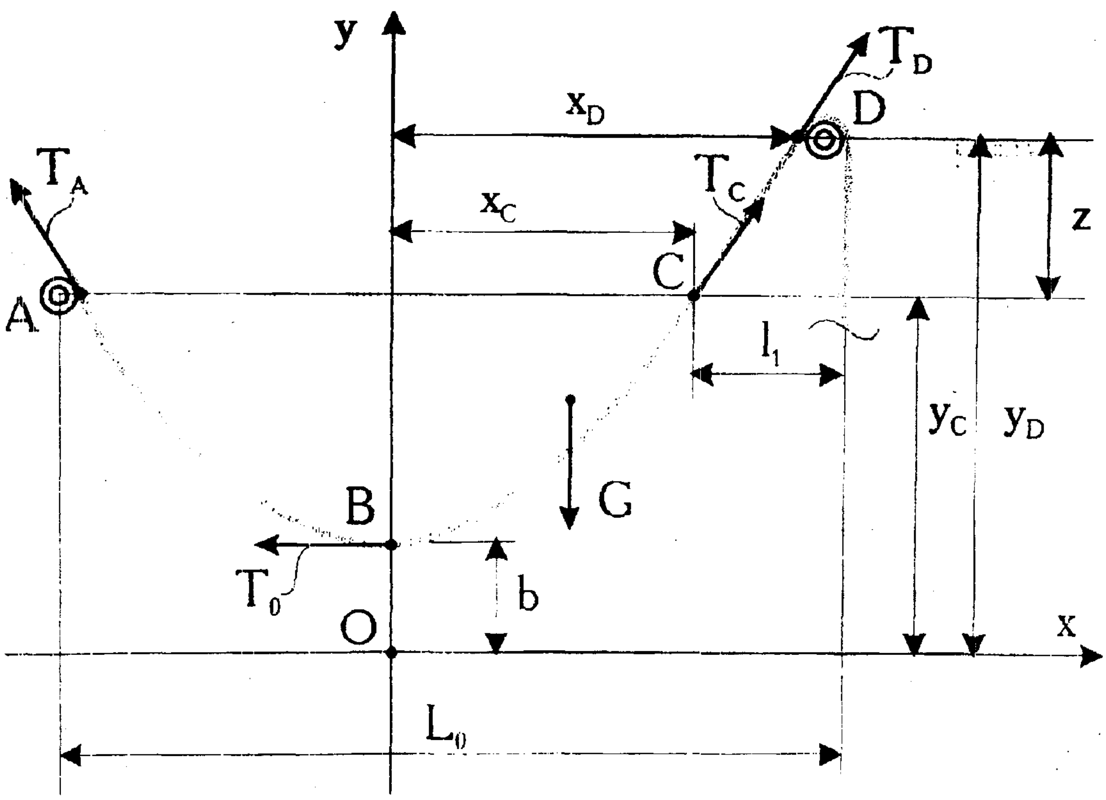

Рис. 1

Уравнение линии провисания и силовые соотношения согласно рис. 1 имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} & y = \frac{1}{k}ch(kx) + b - \frac{1}{k}, \quad k = \frac{\gamma}{T_0}, \\ & T = T_0 ch(kx), \quad G = T_0 sh(kx), \\ & y' = sh(kx) = \frac{G}{T}, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

где T_0 – натяжение материала в низшей точке, Н; γ – линейный удельный вес, Н/м; k, b – постоянные интегрирования.

Изучим функциональную связь параметров цепной линии при заданных и несимметрично расположенных координатах точек подвеса $A(x_A;y_A)$ и $D(x_D;y_D)$.

Согласно (1)

$$y_A = \frac{1}{k}ch(kx_A) + b - \frac{1}{k},$$
$$y_D = \frac{1}{k}ch(kx_D) + b - \frac{1}{k}.$$

Отклонение (Z)(·)D от симметричности равно

$$Z = y_C - y_D = \frac{1}{k}[ch(kx_D) - ch(kx_C)]$$

или

$$Z = \frac{2}{k}sh[k\frac{(x_D + x_C)}{2}]sh[k\frac{(x_D - x_C)}{2}]. \quad (2)$$

На интервале аргумента $x \in [-x_A;x_D]$

$$G = T_0[sh(kx_D) + sh(kx_A)] = \gamma L,$$

где L – длина линии провисания ткани.

Поскольку $|x_A| = x_C$,

$$L = \frac{1}{k}[sh(kx_D) + sh(kx_A)] =$$

$$= \frac{2}{k}sh[k\frac{(x_D + x_C)}{2}]ch[k\frac{(x_D - x_C)}{2}]. \quad (3)$$

С учетом $x_D + |x_A| = L_0$, а $x_D - x_C = l_1$

$$L = \frac{2}{k}sh(\frac{kL_0}{2})ch[\frac{kl_1}{2}). \quad (4)$$

Согласно (2)

$$\frac{kZ}{2} = sh(\frac{kL_0}{2})sh(\frac{kl_1}{2}). \quad (5)$$

Отсюда

$$sh(\frac{kl_1}{2}) = \frac{kZ}{2sh(\frac{kL_0}{2})}. \quad (6)$$

Принимая во внимание (1) и (3),

$$T_D = T_0 ch(kx_D) = T_0 ch[k(\frac{(x_D + x_C)}{2} +$$

$$+ \frac{(x_D - x_C)}{2})] = T_0 ch[k(\frac{L_0 + l_1}{2})].$$

Преобразуем полученное выражение к виду

$$T_D = T_0[ch(\frac{kL_0}{2})ch(\frac{l_1}{2}) +$$

$$+ sh(\frac{kL_0}{2})sh(\frac{kl_1}{2})]. \quad (7)$$

Подставив соотношение (5) в (7) с учетом (1), получим

$$T_D = T_0 ch(\frac{kL_0}{2})ch(\frac{kl_1}{2}) + \frac{\gamma Z}{2}. \quad (8)$$

Согласно (6) после несложных преобразований и, принимая, что

$$\operatorname{ch}(\frac{kl_1}{2})\sqrt{\operatorname{sh}^2(\frac{kl_1}{2})+1}=$$

$$=\frac{\sqrt{k^2Z^2+4\operatorname{sh}^2(kL_0/2)}}{2\operatorname{sh}(kL_0/2)}, \tag{9}$$

выражение (8) с учетом (1) запишется в виде

$$T_D=\frac{\gamma}{2k}\operatorname{cth}(\frac{kL_0}{2})\cdot$$

$$\cdot\sqrt{k^2Z^2+4\operatorname{sh}^2(\frac{kL_0}{2})}+\frac{\gamma Z}{2}. \tag{10}$$

Натяжение в (·) подвеса A(T_A) определим по аналогии с предыдущими допущениями:

$$T_A=T_C=\frac{\gamma}{2k}\operatorname{cth}(\frac{kL_0}{2})\cdot$$

$$\cdot\sqrt{k^2Z^2+4\operatorname{sh}^2(\frac{kL_0}{2})}-\frac{\gamma Z}{2}. \tag{11}$$

При проектировании параметров проводки материала по технологическому тракту в ряде случаев необходимо обеспечить минимум их натяжения (деформации), например, перед измерением длины, при настилании полотен для раскроя и т.д.

Рассмотрим решение задачи согласно этому требованию.

Преобразуем выражение (11) к виду

$$T_A=\frac{\gamma}{k}\operatorname{ch}(\frac{kL_0}{2})\cdot$$

$$\cdot\sqrt{1+\frac{k^2Z^2}{4\operatorname{sh}^2(kL_0/2)}}-\frac{\gamma Z}{2}. \tag{12}$$

Раскладывая в биномиальный ряд гиперболические функции $\operatorname{ch}(kL_0/2)$, $\operatorname{sh}(kL_0/2)$ и используя соответственно первые два и один член их разложения, получаем

$$T_A\approx\frac{\gamma}{k}\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{kL_0}{2}\right)^2\right]\sqrt{1+\left(\frac{Z}{L_0}\right)^2}-\frac{\gamma Z}{2}.$$

После несложных дополнительных преобразований это выражение запишется так:

$$T_A\approx\gamma\sqrt{1+(\frac{Z}{L_0})^2}(\frac{1}{k}+\frac{kL_0^2}{8})-\frac{\gamma Z}{2}. \tag{13}$$

Продифференцируем (13) по параметру k и определим минимальное натяжение *материала при его провисании на техноло*гическом тракте:

$$T'_{A|k}=0;\quad \frac{\partial T_A}{\partial k}=$$

$$=\gamma\sqrt{1+(\frac{Z}{L_0})^2}(-\frac{1}{k^2}+\frac{L_0^2}{8})=0.$$

Отсюда

$$-\frac{1}{k^2}+\frac{L_0^2}{8}=0;\quad k_{\text{опт}}=\frac{2\sqrt{2}}{L_0};$$

$$(T_0)_{\min}=\frac{\gamma L_0}{2\sqrt{2}}. \tag{14}$$

Подставив в (13) и (8) соотношение (14) и проведя необходимые преобразования, будем иметь

$$T_A = T_C = \frac{\gamma L_0}{\sqrt{2}} + \frac{\gamma Z}{2\sqrt{2}L_0}(Z - \sqrt{2}L_0), \quad (15)$$

$$T_D = \frac{\gamma L_0}{\sqrt{2}} + \frac{\gamma Z}{2\sqrt{2}L_0}(Z + \sqrt{2}L_0). \quad (16)$$

Длина провисания материала (заправочный параметр) по условию минимума натяжения материала согласно (4...6) составит

$$L_{опт} = \frac{2}{k}\mathrm{sh}(\frac{kL_0}{2})\sqrt{1 + \frac{k^2 Z^2}{4\mathrm{sh}^2(kL_0/2)}}. \quad (17)$$

Подставляя в (17) и (6) выражение (14) для $k_{опт}$, получаем

$$L_{опт} = \frac{L_0}{\sqrt{2}}\mathrm{sh}(\sqrt{2})\sqrt{1 + \frac{2Z^2}{L_0^2 \mathrm{sh}^2(\sqrt{2})}}, \quad (18)$$

$$l_1 = \frac{L_0}{\sqrt{2}}\mathrm{arcsh}(\frac{\sqrt{2}Z}{L_0 \mathrm{sh}(\sqrt{2})}). \quad (19)$$

При $Z=0$ $L_{опт} = \frac{L_0}{\sqrt{2}}\mathrm{sh}(\sqrt{2})$, $T_A = = T_C = \frac{\gamma L_0}{\sqrt{2}}$, $l_1 = 0$.

Таким образом, задавшись конструктивно-компоновочными параметрами L_0 и Z, согласно выражениям (15...17) можно определить оптимальную длину заправки материала между рабочими органами двух последовательно установленных механизмов и его напряженно-деформированное состояние в опорных точках.

ВЫВОДЫ

1. Установлено, что оптимальная заправочная длина материала между двумя точками подвеса не зависит от его физико-механических свойств, но является функцией несимметричности линии провисания.

2. Показано, что при изменении положения одной из точек подвеса материала относительно другой в вертикальной плоскости и соблюдении прочих равных условий сохраняется общий баланс натяжения, однако в каждой опорной точке в соответствии с показателем несимметричности происходит его перераспределение.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Железняков А.С. и др.* // Швейная промышленность. – №5, 1991. С. 19...20.

2. *Краснов А.А., Мигушов И.И.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – №2, 1993. С. 79...82.

3. *Бронштейн И.Н., Семендяев К. А.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1986.

Рекомендована кафедрой машин и аппаратов легкой промышленности. Поступила 02.02.01.
