УДК 681.3:512.64

КОМПЬЮТЕРНОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВАЛКОВОЕ УСТРОЙСТВО – ТЕКСТИЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

Е.Н. КАЛИНИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

Ранее в [1...3] нами рассматривалась механическая цепь, состоящая из двухполюсников и описывающая процесс взаимодействия валкового устройства с текстильным материалом. В настоящей работе предлагается решение задачи, связанной с определением динамических параметров системы, позволяющее на основе компьютерного эксперимента осуществлять поиск рационального соотношения динамических свойств конструкции устройства, а также исследовать устойчивость колебательной системы.

Для реализации полного анализа системы получим совместную систему уравнений, общее число которых, определяемое топологией механической цепи, составляет величину [1,4]:

$$(e\text{-}n)+(v\text{-}1)+(e\text{-}v+1)=2e\text{-}n=34,$$

где e=19 элементов (ребер) динамической системы, из них n=4 источников внешних возмущений, а также v=7 – узлы (вершины).

В соответствии с методом [4] уравнения основных сечений и контуров сгруппированы таким образом, что входные переменные хорд и ветвей образуют самостоятельные матрицы-столбцы, а уравнения основных сечений [1] из-за перемены мест подматриц хорд и ветвей размещены так, что в матрицах-столбцах кинематических $\overline{k}_e$ и силовых $\overline{F}_e$ переменных вначале стоят переменные источников кинематических величин, а затем – переменные источников сил.

Уравнения основных сечений и основных контуров [1] в развернутой форме примут вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & q_{11} & q_{12} \\ 0 & 1 & q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{F}_{b1} \\ \overline{F}_{b2} \\ \overline{F}_{c1} \\ \overline{F}_{c2} \end{pmatrix} =$$

$$= \left(\begin{array}{ccc|ccc|cccccccccccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \left(\begin{array}{c} \overline{F}_2 \\ \overline{F}_4 \\ \overline{F}_5 \\ \hline \overline{F}_1 \\ \overline{F}_3 \\ \overline{F}_6 \\ \hline \overline{F}_7 \\ \overline{F}_8 \\ \overline{F}_9 \\ \overline{F}_{10} \\ \overline{F}_{11} \\ \overline{F}_{12} \\ \overline{F}_{13} \\ \overline{F}_{14} \\ \overline{F}_{16} \\ \overline{F}_{17} \\ \overline{F}_{18} \\ \overline{F}_{19} \\ \hline \overline{F}_{15} \end{array}\right) = 0, \qquad (1)$$

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & 1 & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{k}_{b1} \\ \hdashline \bar{k}_{b2} \\ \hdashline \bar{k}_{c1} \\ \hdashline \bar{k}_{c2} \end{pmatrix} =$$

$$= \left(\begin{array}{ccc:ccc:cccccccccccc:c}
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
\hdashline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right)
\begin{pmatrix} \bar{k}_2 \\ \bar{k}_4 \\ \bar{k}_5 \\ \hdashline \bar{k}_1 \\ \bar{k}_3 \\ \bar{k}_6 \\ \bar{k}_7 \\ \bar{k}_8 \\ \bar{k}_9 \\ \bar{k}_{10} \\ \bar{k}_{11} \\ \bar{k}_{12} \\ \bar{k}_{13} \\ \bar{k}_{14} \\ \bar{k}_{16} \\ \bar{k}_{17} \\ \bar{k}_{18} \\ \bar{k}_{19} \\ \hdashline \bar{k}_{15} \end{pmatrix} = 0, \quad (2)$$

где $\bar{k}_{b1}$ – матрица-столбец задаваемых кинематических, а $\bar{F}_{c2}$ – матрица-столбец задаваемых силовых переменных, представленных в форме преобразований Лапласа.

Уравнения пассивных двухполюсников цепи запишем как

$$\begin{pmatrix} \bar{F}_{b2} \\ \hdashline \bar{F}_{c1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{b2} & 0 \\ 0 & D_{c1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{k}_{b2} \\ \hdashline \bar{k}_{c1} \end{pmatrix}, \qquad (3)$$

где D_{b2}, D_{c1} – подматрицы, выражающие прямые динамические параметры двухполюсников цепи D_i, соответствующие операторным передаточным функциям элементарных двухполюсников.

Из уравнений основных контуров (1) определим $\bar{k}_{ec}$ как функцию переменных $\bar{k}_{eb1}$ и $\bar{k}_{eb2}$:

$$\begin{pmatrix} \bar{k}_{b2} \\ \hdashline \bar{k}_{c1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -b_{11} & -b_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{k}_{b1} \\ \hdashline \bar{k}_{b2} \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Подставив (3) в уравнения (1) и применив уравнения связей кинематических переменных (4), получим уравнения системы

$$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}\overline{F}_{b1}+\left(\begin{array}{c|c}0 & q_{11}\\ \hline 1 & q_{21}\end{array}\right)\cdot$$
$$\cdot\begin{pmatrix}D_{b2} & 0\\ 0 & D_{c1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 1\\ q_{11}^T & q_{21}^T\end{pmatrix}\cdot$$
$$\cdot\begin{pmatrix}\overline{k}_{b1}\\ \overline{k}_{b2}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}q_{12}\\ q_{22}\end{pmatrix}\overline{F}_{c2}=0\ , \qquad (5)$$

где $\begin{pmatrix}0 & 1\\ q_{11}^T & q_{21}^T\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{k}_{b1}\\ \overline{k}_{b2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\overline{k}_{b2}\\ \overline{k}_{c1}\end{pmatrix}$, что следует из первой строки уравнений основных контуров [1] и выражения (4).

Кинематические переменные $\overline{k}_1, \overline{k}_3, \overline{k}_6$ определим, используя общее решение системы [4] и полученные подматрицы цепи D_{b2}, и D_{c1}:

$$\overline{k}_{b2}=\begin{pmatrix}\overline{k}_1\\ \overline{k}_3\\ \overline{k}_6\end{pmatrix}=$$
$$=-D_\Sigma^{-1}\left(q_{21}D_{c1}q_{11}^T\overline{k}_{b1}+q_{22}\overline{F}_{c2}\right), \qquad (6)$$

где

$$D_\Sigma=D_{b2}+q_{21}D_{c1}q_{21}^T=$$
$$=\begin{pmatrix}D_1+D_{12}+D_{13}+D_{17}+D_{18}+D_{19} & D_{17}+D_{18}+D_{19} & -D_{19}\\ D_{17}+D_{18}+D_{19} & D_3+D_{14}+D_{16}+D_{17}+D_{18}+D_{19} & -D_{19}\\ -D_{19} & -D_{19} & D_6+D_{19}\end{pmatrix}. \qquad (7)$$

После соответствующих преобразований уравнений (6) кинематические переменные системы определяются как

$$\overline{k}_{b2}=\begin{pmatrix}\overline{k}_1\\ \overline{k}_3\\ \overline{k}_6\end{pmatrix}=$$
$$=-\begin{pmatrix}D_1+D_{12}+D_{13}+D_{17}+D_{18}+D_{19} & D_{17}+D_{18}+D_{19} & -D_{19}\\ D_{17}+D_{18}+D_{19} & D_3+D_{14}+D_{16}+D_{17}+D_{18}+D_{19} & -D_{19}\\ -D_{19} & -D_{19} & D_6+D_{19}\end{pmatrix}^{-1}\cdot$$
$$\cdot\begin{pmatrix}\overline{k}_4(D_{17}+D_{18}-D_{19})+\overline{k}_5(D_{17}+D_{18}-D_{19})\\ \overline{k}_4(D_{17}+D_{18}-D_{19})+\overline{k}_5(D_{17}+D_{18}-D_{19})\\ D_{19}\overline{k}_4+D_{19}\overline{k}_5+\overline{F}_{15}\end{pmatrix}. \qquad (8)$$

Остальные кинематические переменные находятся из подматриц k_{c1} и k_{c2}, выражаемых из уравнений контуров [1] в векторной форме:

$$\overline{k}_{c1}=[\overline{k}_7\overline{k}_8\overline{k}_9\overline{k}_{10}\overline{k}_{11}\overline{k}_{12}\overline{k}_{13}\overline{k}_{14}\overline{k}_{16}\overline{k}_{17}\overline{k}_{18}\overline{k}_{19}]=-b_{11}\overline{k}_{b1}-b_{12}\overline{k}_{b2}=$$
$$=[\overline{k}_2-\overline{k}_2+\overline{k}_4\overline{k}_2+\overline{k}_4\overline{k}_4\overline{k}_5\overline{k}_1\overline{k}_1\overline{k}_3\overline{k}_3\overline{k}_4+\overline{k}_5+\overline{k}_1+\overline{k}_3\overline{k}_4+\overline{k}_5+\overline{k}_1+\overline{k}_3-$$
$$-\overline{k}_4-\overline{k}_5-\overline{k}_1-\overline{k}_3+\overline{k}_6], \qquad (9)$$

$$\overline{k}_{c2}=\overline{k}_{15}=-b_{21}\overline{k}_{b1}-b_{22}\overline{k}_{b2}=-\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{k}_2\\ \overline{k}_4\\ \overline{k}_5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}0 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{k}_1\\ \overline{k}_3\\ \overline{k}_6\end{pmatrix}=\overline{k}_6\ . \qquad (10)$$

Силовые переменные, входящие в $\overline{F}_{b2}$ и $\overline{F}_{c1}$, представленные в форме векторов, определяются из уравнений двухполюсников (3):

$$\overline{F}_{b2}=\begin{pmatrix}\overline{F}_1\\ \overline{F}_3\\ \overline{F}_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}D_1 & 0 & 0\\ 0 & D_3 & 0\\ 0 & 0 & D_6\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{k}_1\\ \overline{k}_3\\ \overline{k}_6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}D_1\overline{k}_1\\ D_3\overline{k}_3\\ D_6\overline{k}_6\end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$\overline{F}_{c1}=\begin{bmatrix}\overline{F}_7 & \overline{F}_8 & \overline{F}_9 & \overline{F}_{10} & \overline{F}_{11} & \overline{F}_{12} & \overline{F}_{13} & \overline{F}_{14} & \overline{F}_{16} & \overline{F}_{17} & \overline{F}_{18} & \overline{F}_{19}\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}D_7\overline{k}_7 & D_8\overline{k}_8 & D_9\overline{k}_9 & D_{10}\overline{k}_{10} & D_{11}\overline{k}_{11} & D_{12}\overline{k}_{12} & D_{13}\overline{k}_{13} & D_{14}\overline{k}_{14} & D_{16}\overline{k}_{16} & D_{17}\overline{k}_{17} & D_{18}\overline{k}_{18} & D_{19}\overline{k}_{19}\end{bmatrix}. \tag{12}$$

Силовые переменные, входящие в подматрицу $\overline{F}_{b1}$, определяются из системы (5) в виде

$$\overline{F}_{b1}=\begin{pmatrix}\overline{F}_2\\ \overline{F}_4\\ \overline{F}_5\end{pmatrix}=-q_{11}D_{c1}\overline{k}_{c1}-q_{12}\overline{F}_{c2}=$$
$$=\begin{pmatrix}-D_7\overline{k}_7+D_8\overline{k}_8-D_9\overline{k}_9\\ -D_8\overline{k}_8-D_9\overline{k}_9-D_{10}\overline{k}_{10}-D_{17}\overline{k}_{17}-D_{18}\overline{k}_{18}-D_{19}\overline{k}_{19}\\ -D_{11}\overline{k}_{11}-D_{17}\overline{k}_{17}-D_{18}\overline{k}_{18}-D_{19}\overline{k}_{19}\end{pmatrix}. \tag{13}$$

Кинематические переменные узлов цепи определяются из уравнений связи [1]:

$$\begin{pmatrix}\overline{k}_b\\ \overline{k}_c\\ \overline{k}_d\\ \overline{k}_e\\ \overline{k}_f\\ \overline{k}_g\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\overline{k}_1\\ -\overline{k}_2\\ \overline{k}_2-\overline{k}_3\\ \overline{k}_3-\overline{k}_4\\ \overline{k}_4-\overline{k}_5\\ -\overline{k}_6\end{pmatrix}. \tag{14}$$

Все аналитические преобразования выполнены с использованием пакета расширения Symbolic Math Toolbox [5].

ВЫВОДЫ

Установлена взаимосвязь в форме матричных уравнений между элементами динамической цепи валковое устройство – текстильный материал, обладающей пятью степенями свободы, позволяющая вести количественный и качественный анализ динамических свойств системы при решении исследовательских и конструкторских задач, например, в процессе создания новой техники.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Калинин Е.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2001, № 1. С.102...106.
2. *Калинин Е.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 5.
3. *Калинин Е.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 6. С.91...93.
4. *Кёниг Г., Блекуэлл В.* Теория электромеханических систем / Пер. с англ. – М.-Л.: Энергия, 1965.
5. *Мартынов Н.Н., Иванов П.П.* Matlab 5.x. Вычисления, визуализация, программирование. – М.: КУДИЦ-ОБРАЗ, 2000.

Рекомендована кафедрой теплотехники. Поступила 25.12.00.