

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА УПЛОТНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ПРЯЖИ В ВЬЮРКОВОМ МЕХАНИЗМЕ

О.В. РАДЧЕНКО, В.Д. ФРОЛОВ, В.В. ВЕСЕЛОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Влияние выравнивающих и разглаживающих подвижных конических вьюрковых поверхностей через колеблющиеся промежуточные звенья правильной геометрической формы является наиболее эффективным воздействием на волокнистые шероховатые полуфабрикаты пряжедения, в том числе и на нить.

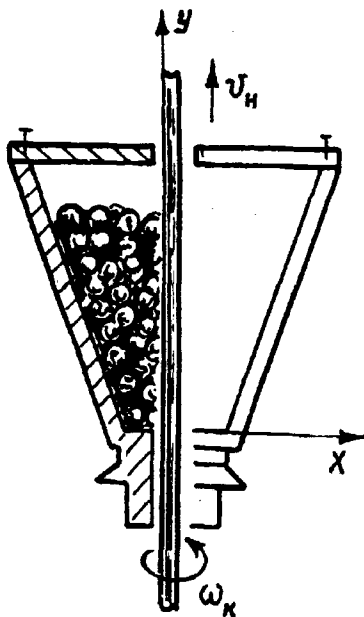


Рис. 1

Поведение нити (рис.1) в коническом подвижном вьюрковом механизме с промежуточными подвижными звеньями в виде шариков можно изобразить в виде дискретной динамической модели поперечных колебаний стержней постоянного сечения, представляющих цепочку одинаковых масс и пружин [1].

Поведение каждой дискретной части масс из модели описывается уравнением

$$\frac{d^2 y_i}{dt^2} + \frac{4EJ}{\rho k^4} [(x_i - x_{i-1}) - (x_{i+1} - x_i)] - \frac{EJ}{\rho k^4} [(x_i - x_{i-2}) - (x_{i+2} - x_i)] = 0, \quad (1)$$

где ρ и k – соответственно линейная плотность и длина отдельных дискретных участков, на которые разбивается нить.

Учитывая, что

$$\rho k = m,$$

где m – масса дискретного участка нити длиной k , запишем уравнение (1) в виде

$$m \frac{d^2 y_i}{dt^2} + \frac{4EJ}{k^3} [(x_i - x_{i-1}) - (x_{i+1} - x_i)] - \frac{EJ}{k^3} [(x_i - x_{i-2}) - (x_{i+2} - x_i)] = 0. \quad (2)$$

В соответствии с закреплением ведущей и ведомой ветвей нити в технологическом процессе граничные условия будут различными, следовательно, и законы движения двух крайних масс в пределах конуса строго определенные, то есть с увеличением числа дискретных масс модели ее собственные частоты приближаются к собственным частотам нити как распределенной системы.

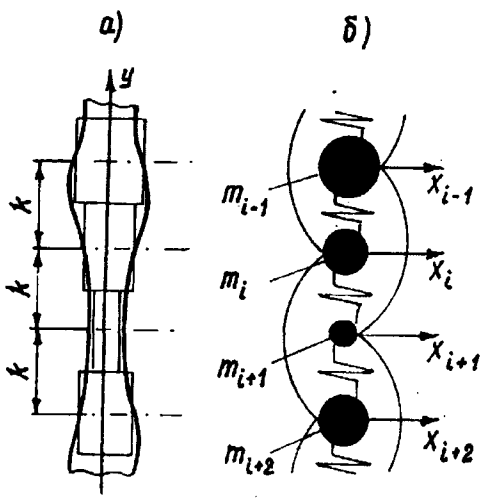


Рис. 2

При построении модели учитываем, что поперечное сечение нити по длине изменяется по произвольному закону (рис.2-а) и имеет ряд особенностей:

- вся нить разбивается по длине на n одинаковых участков. Считаем, что на каждом из участков длиной l/n нить имеет постоянное сечение, равное сечению в середине каждого участка, а его жесткость принимаем равной EJ_i ;

- полагаем, что масса m_i каждого участка с постоянным поперечным сечением сосредоточена в середине этого участка;

- для построения уравнения (2) принимаем характеристику упругой восстанавливающей силы, действующей между двумя соседними массами дискретной модели, равной полусумме жесткостей рассматриваемых участков;

- характеристика остаточной упругой связи, действующей между i -й и $i+2$ -й массами дискретной модели, принимается равной жесткости $i+1$ -го участка нити.

С учетом нити с произвольным поперечным сечением (рис. 2-а) дискретная динамическая модель (рис. 2-б), описывающая поведение каждой массы, будет иметь вид:

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} - \frac{4E}{k^3} \left(\frac{J_{i-1} + J_i}{2} \right) (x_i - x_{i-1}) - \frac{4E}{k^3} \left(\frac{J_i + J_{i+1}}{2} \right) (x_{i+1} - x_i) - \frac{EJ_{i-1}}{k^3} (x_i - x_{i-2}) + \frac{EJ_{i+1}}{k^3} (x_{i+2} - x_i) = 0. \quad (3)$$

Если нить высшего сорта с высокой равномерностью по сечению, то допустим, что

$$J_{i-2} = J_{i-1} = J_i = J_{i+1} = J_{i+2}$$

и в расчетах используем уравнение (2).

В зависимости от закрепления концов нити в технологическом процессе ее обработки граничные условия определяются соответствующими законами движения двух первых и двух последних масс дискретной модели волокнистой нити.

При установке устройства (рис. 1) на технологическом оборудовании, как правило, верхний конец нити имеет шарнирное закрепление, то есть верхний конец массы нити дискретной модели m_0 закреплен, следовательно,

$$x_0 = 0. \quad (4)$$

Тогда поведение массы m_1 можно описать дифференциальным уравнением

$$m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + \frac{2EJ_1}{k^3 x_1} - \frac{4E}{k^3} \left(\frac{J_1 + J_2}{2} \right) (x_2 - x_1) + \frac{EJ_2}{k^3} (x_3 - x_1) = 0. \quad (5)$$

Дискретная динамическая модель поперечных колебаний обрабатываемой нити (3) позволяет свести анализ к исследова-

нию системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

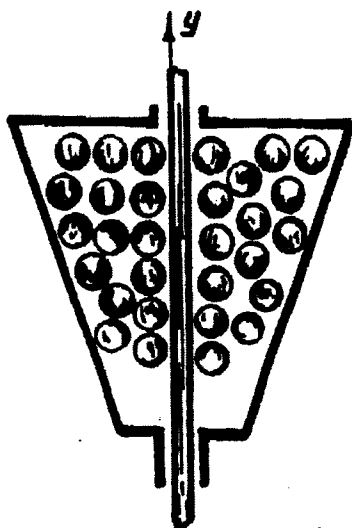


Рис. 3

Исследуя поперечные колебания массы шариков внутри конической пустотелой емкости, вращающейся с определенным числом оборотов, будем рассматривать их как поперечное колебание закрепленного конического стержня. За счет вращения

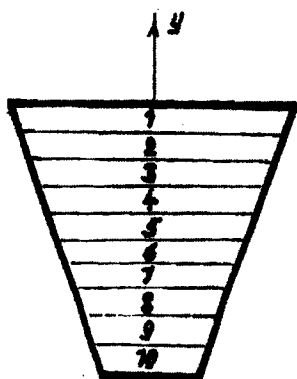


Рис. 4

конической емкости под действием центробежных сил и ее конусности происходит перераспределение шариков, вызывая их подъем к верхней крышке. Под действием вибрации шарики будут падать на дно, снова подниматься, образуя циркуляционный процесс (рис. 3). Для собственных частот такого стержня известны выражения [1], полученные с помощью функций Бесселя:

$$P_i = \frac{\alpha_i r}{h^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (6)$$

где r и h – радиус основания и высота конуса; E – модуль упругости конического стержня, образованного массой шариков, поднявшихся вверх в процессе вращения конической емкости.

Для начальных условий поперечных колебаний "конусного стержня" значения коэффициентов в зависимости от высоты и конусности последнего примем равными

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 2,175; \alpha_2 = 5,275; \\ \alpha_3 &= 9,625; \alpha_4 = 15,165. \end{aligned} \quad (7)$$

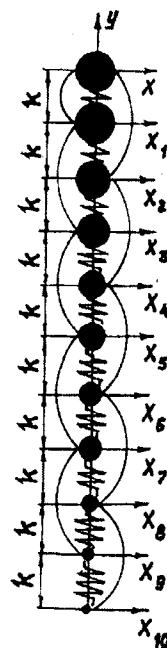


Рис. 5

В качестве дискретной модели рассмотрим десятимассовую цепочку масс (рис.4) и пружин (рис. 5), поведение каждой из которых описывается уравнением (3) с учетом выражения (5) и уравнений, применяющихся в случае свободного конца стержня, а движение двух крайних масс дискретной модели:

$$m_{n-1} \frac{d^2 x_{n-1}}{dt^2} + \frac{4E}{k^3} \left(\frac{J_{n-2} + J_{n-1}}{2} \right) (x_{n-1} - x_{n-2}) - \frac{2EJ_{n-1}}{k^3} (x_n - x_{n-1}) - \frac{EJ_{n-2}}{k^3} (x_{n-1} - x_{n-3}) = 0, \quad (8)$$

$$m_n \frac{d^2 x_n}{dt^2} + \frac{2EJ_n}{k^3} (x_n - x_{n-1}) - \frac{EJ_{n-1}}{k^3} (x_n - x_{n-2}) = 0.$$

Тогда система уравнений, описывающая состояние десятимассовой дискретной модели конуса при условии $E = \rho = k = 1$ и $r = 20$ мм, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} 567x''_1 - 17500x_1 - 166000(x_2 - x_1) + \\ + 33000(x_3 - x_1) = 0, \\ 453x''_2 + 166000(x_2 - x_1) - \\ - 106000(x_3 - x_2) - 51000x_2 + \\ + 20000(x_4 - x_2) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 354x''_3 + 106000(x_3 - x_2) - 62400(x_4 - x_3) - \\ - 33000(x_3 - x_1) + 11200(x_5 - x_3) = 0, \\ 265x''_4 + 62400(x_4 - x_3) - 34350(x_5 - x_4) - \\ - 20000(x_4 - x_2) + 6225(x_6 - x_4) = 0, \\ 190x''_5 + 34350(x_5 - x_4) - 17620(x_6 - x_5) - \\ - 11200(x_5 - x_3) + 2085(x_7 - x_5) = 0, \quad (9) \\ 127x''_6 + 17620(x_6 - x_5) - 7060(x_7 - x_6) - \\ - 6225(x_6 - x_4) + 945(x_8 - x_6) = 0, \\ 77x''_7 + 7060(x_7 - x_6) - 2380(x_8 - x_7) - \\ - 2585(x_7 - x_5) + 245(x_9 - x_8) = 0, \\ 39x''_8 + 2380(x_8 - x_7) - 553,5(x_9 - x_8) - \\ - 945(x_8 - x_6) + 32,5(x_{10} - x_8) = 0, \\ 14x''_9 + 553,5(x_9 - x_8) - 63,5(x_{10} - x_9) - \\ - 245(x_9 - x_7) = 0, \end{aligned}$$

$$1,57x''_{10} + 63,5(x_{10} - x_9) - 31,7(x_{10} - x_8) = 0.$$

После деления каждого из слагаемых системы дифференциальных уравнений (9) на коэффициенты α согласно выражению (7) при определении соответствующих вторых производных получим квадратную (10x10) пятидиагональную матрицу:

276,00	-148,00	29,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
-185,50	223,50	-117,00	22,10	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
46,60	-147,50	175,50	-88,00	15,80	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	38,50	-117,50	132,50	-64,80	11,70	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	29,50	-90,25	100,50	-46,40	6,80	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	22,00	-69,50	69,00	-27,25	-15,45	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	16,80	-45,75	42,90	-15,95	1,59	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	12,00	-30,25	24,85	-7,05	0,40
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	8,65	-19,55	13,60	-2,24
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,10	-20,20	5,10

(10)

которая характеризуется собственными числами и собственными частотами и формой колебаний дискретной модели "конусного стержня" из шариков, выраженной системой уравнений (9).

Полученные с помощью выражения (6) пять первых собственных частот P_i десятимассовой дискретной модели конуса \bar{P}_i согласно порядковому номеру N приведены в табл. 1.

Таблица 1

N	\bar{P}_i	P_i	$\Delta P_i/P_i \cdot 100\%$
1	1,39	1,66	9,6
2	2,94	4,02	4,0
3	7	7,32	8,8
4	10,2	11,54	22,12
5	13,86	16,66	34

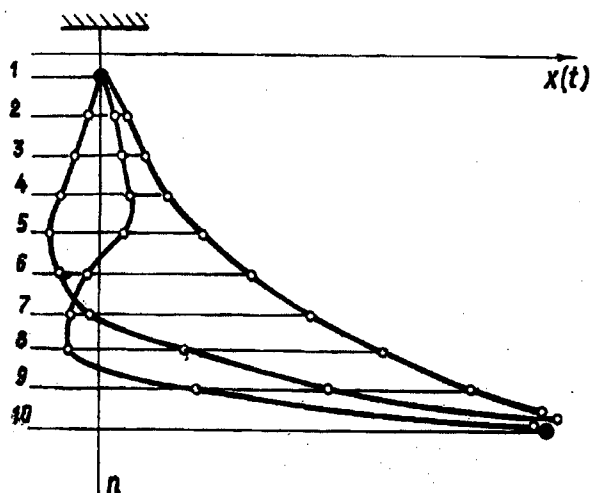


Рис. 6

На рис.6 изображены графики первых трех собственных форм

A_i при $i=1, i=2, i=3$

согласно формуле $x_i = A \sin P_i t$, используемой для расчета десятимассовой модели "конусного стержня" из шариков.

Таким образом, расчет собственных частот и форм поперечных колебаний "конусного стержня" из шариков позволяет

находить наилучшую конфигурацию конической поверхности для улучшения равномерности при обработке смазанной нити и уменьшения его коэффициента трения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1963.

Рекомендована кафедрой технологии швейных изделий. Поступила 13.12.00.