

МОДЕЛЬ ПЕТЛИ ДАЛИДОВИЧА В СВЕТЕ СОВРЕМЕННЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ (к 100-летию со дня рождения проф. А.С.Далидовича)

А.В.ТРУЕВЦЕВ

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

На самом деле, конечно, формула тем лучше, чем больше теоретических представлений вложено в нее, чем в меньшей степени она является эмпирической.

Я.Б.Зельдович [1, с.45].

Проектирование параметров трикотажа – одна из основных инженерных задач технологии. Исторически сложилось несколько научных школ, работающих в этом направлении: классическая английская (Университет, г. Лидс), американская (специализирующаяся в основном на техническом трикотаже в рамках исследовательских программ ВВС США и НАСА), и российская (с центром в МГТА). Все остальные трикотажные научные центры – ирландский (Дублин), южно-африканский (Порт-Элизабет), немецкие (Штутгарт, Хемниц, Дрезден), австралийский (Кенсингтон), индийский (Нью-Дели), японские (Киото, Осака) и восточно-европейские тяготеют к одной из трех перечисленных. Это связано, как правило, с историческими традициями. Так, петербургский центр, созданный в 30-е гг. XX в. А.С.Далидовичем при участии Л.С.Мартынова, развивает подходы московской школы.

Различные методы определения взаимосвязи параметров структуры трикотажа можно разделить на две группы: эмпирические и теоретические. Эмпирический, или расчетно-экспериментальный, подход к проектированию трикотажа был сформулирован Д.Манденом [2] и И.И.Шаловым [3].

Теоретические методы обычно менее точны, чем экспериментальные, но более

универсальны. При теоретических разработках моделей петли используются: 1) геометрические методы, в которых форма петли описывается совокупностью отрезков, дуг окружностей или эллипсов; 2) силовые методы, исходящие из положений нелинейной теории изгиба тонких упругих стержней, причем в этом случае петля может рассматриваться как находящаяся в равновесном состоянии, так и под действием растягивающих усилий; 3) энергетические методы, позволяющие вычислить форму петли за счет применения принципа Гамильтона.

Геометрические модели, рассматриваемые ниже, представляют собой описание формы петли как совокупности проекций на плоскость отрезков прямых, дуг окружностей и участков эллипсов. Нить в этих моделях идеализирована: толщина и деформационные свойства ее приняты одинаковыми на всех участках петли, а форма поперечного сечения нити принята за круг.

Толщина нити охарактеризована средним диаметром d , определяемым по формуле

$$d = \frac{\lambda\sqrt{T}}{31,6}, \quad (1)$$

где λ — коэффициент, учитывающий вид перерабатываемой нити.

Отношение ℓ/d – геометрический модуль петли σ_r . Он связан с линейным модулем петли как $\sigma = \lambda\sigma_r$.

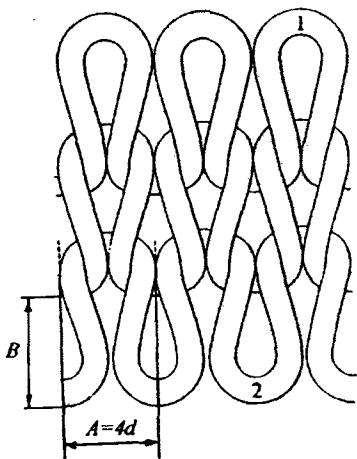


Рис. 1

Основы геометрического метода заложил Э.Томкинс [4], предложивший для кулирной глади (рис.1) соотношение $A = 4d$ и $C = B/A = 0,8$. Он же отметил, что даже специалисту не под силу отличить в отделанном полотне игольную дугу 1 от платинной дуги 2, постулировав тем самым симметричность формы петли (рис.1).

Наиболее полно геометрический метод разработан проф. А.С.Далидовичем. Его работы по теории переплетений [5...7] демонстрируют глубокое проникновение в сущность геометрии структуры трикотажа. В качестве безразмерной характеристики структуры трикотажа, основываясь на геометрическом подобии петель, проф. А.С.Далидович предложил использовать геометрический модуль σ_r петли как отношение длины ℓ нити в петле к толщине нити, допуская, что при $\sigma_r = 15...20$ (при линейном модуле петли $20...25$) в процессе изгиба нитей имеет место линейная упругая деформация (по закону Гука).

Тогда в равновесном состоянии нить, изогнутая в петлю, должна иметь одинаковую кривизну на всех участках при одинаковой площади ее поперечного сечения. При этом нить будет стремиться выпрямить все участки петли и занять наибольшую площадь. Именно максимально возможная площадь, занимаемая петлей, положена А.С.Далидовичем в основу расчета идеальных параметров структуры трикотажа. Принимая форму кулирной петли за плоскую кривую, он выразил взаимосвязь

между длиной ℓ нити в петле, петельным шагом A , высотой B петельного ряда и средним диаметром d нити уравнением вида

$$\ell = xA + yB + zd, \quad (2)$$

где x, y, z – теоретические коэффициенты, постоянные для определенного переплетения.

Позднее И.И.Шалов отмечал, что при всех допущениях и условностях подход А.С.Далидовича является наиболее универсальным, ибо его геометрическая модель позволила вывести "...общее уравнение, выражающее взаимозависимость параметров петли..." [3, с.14]. Добавим, что теорию А.С.Далидовича отличает красота особого рода. Очевидно, именно это обстоятельство позволяет ей до сих пор оставаться актуальной и применимой: как отметил Поль Дирак, "...у теории, обладающей математической красотой, больше шансов быть правильной, чем у уродливой теории, подогнанной под некоторые экспериментальные факты..." [8, с.4].

Правильность модели А.С.Далидовича лишней раз подтверждается тем, что она является частным случаем силовой модели петли для идеально гладкой упругой нити [9].

Близкий к уравнению (2) физический смысл имеет формула для расчета длины нити в петле, выведенная Ф.Пирсом [10]. Анализ максимально плотного трикотажа (модель Д.Чемберлена), в котором игольные и платинные дуги петель соприкасаются между собой, позволяет получать длину нити в петле, выраженную только через средний диаметр нити: $\ell = 16,33 d$. Возможно также определение длины нити в петле через радиус игольной и платинной дуг, а также через угол между вертикалью (модель Г.Лифа и А.Глазкина) или горизонталью (модель В.Корлинского) и отрезком, соединяющим центры этих окружностей и проходящим через точку сопряжения их дуг. Модели Пирса, Чемберлена, Лифа-Глазкина и Корлинского подробно освещены в [11].

Простота и изящество модели кулирной глади А.С.Далидовича – наиболее универ-

сальной из перечисленных – позволили развить ее и разработать методы расчета параметров производной глади, ластика, дуластика и рисунчатых переплетений.

Однако результаты расчетов, проведенных по упомянутым выше двумерным геометрическим моделям, часто отличаются от параметров полотен, приведенных в условно-равновесное состояние. Причина этого кроется, главным образом, в том, что при реальном взаимодействии петель в структуре трикотажа имеет место их изгибание в пространстве относительно друг друга.

Пространственная конфигурация петли может существенно отличаться от проекции, что особенно характерно для плотных полотен. Так, в модели петли проф. А.С.Далидовича теоретически выведенный коэффициент соотношения плотностей для плоской петли кулирной глади составляет $C=\pi/4=0,785$ [5], что достаточно часто наблюдается на практике. Однако при расчете параметров полотна из традиционных видов пряжи обычно рекомендуют брать $C=0,865$ [12], в противном случае длина нити в петле окажется заниженной по сравнению с реальным полотном.

В чем же причина? Ответ ясен: величина $C=\pi/4$ описывает проекцию петли на плоскость полотна, так как модель А.С.Далидовича двумерная. Нить же представляет собой пространственную кривую, длина которой, конечно, больше ее проекции на плоскость полотна. Как видим, поправка на трехмерность реальной петли составляет около 10% ($0,865:0,785=1,1$). На эти 10 % развертка петли на плоскость полотна должна быть больше проекции петли на эту же плоскость.

Эта поправка могла бы быть учтена в методе А.С.Далидовича так:

$$d = \frac{\lambda\sqrt{T}}{31,6},$$

$$A = 4d, \quad (3)$$

$$B = 0,785A, \quad (4)$$

$$B^* = 0,865A, \quad (5)$$

$$\ell = \frac{\pi}{2}A + 2B^* + \pi d, \quad (6)$$

$$\rho_s = \frac{\ell T}{AB}, \quad (7)$$

где B – высота петельного ряда (расстояние между соответствующими точками соседних петель по вертикали на проекции петли на плоскость полотна), мм; B^* – меридиана петельной палочки (расстояние между соответствующими точками соседних петель по вертикали на развертке петли на плоскость полотна, рис.2), мм; ρ_s – поверхностная плотность полотна, $г/м^2$.

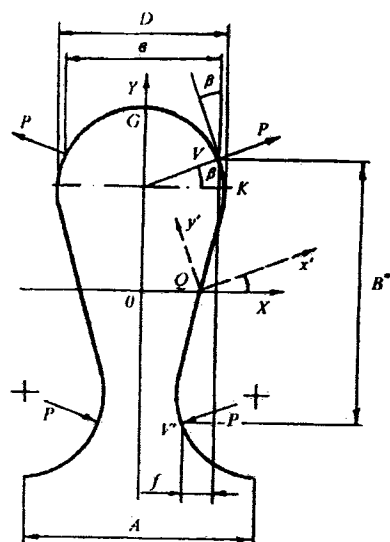


Рис. 2

Для кулирной глади из хлопчатобумажной, шерстяной и полушерстяной пряжи эта поправка позволяет добиться желаемой точности расчетов.

Современные методы прикладной механики нити позволяют теоретически обосновать различие в величинах B и B^* , то есть строго вычислить значение упомянутой поправки [13, 14].

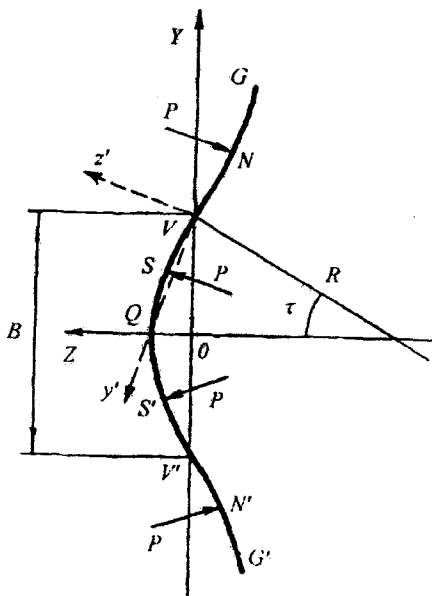


Рис. 3

На рис.3 показано, что в точках N и N' к петельной палочке приложены силы, "утапливающие" ее относительно плоскости полотна OXY, а в точках S и S' – силы, "выталкивающие" ее. Вывод о наличии столь сложной схемы нагружения петельной палочки можно сделать на основании даже визуального изучения зоны переплетения нитей в увеличенной модели петли из любого гибкого материала – шнура, шланга, каната (рис. 4).

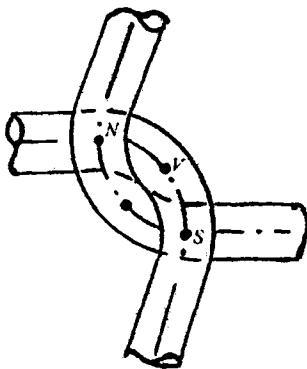


Рис. 4

Несмотря на очевидность этого факта, он был принят во внимание лишь в работе [15]. Приведенные в ней графики изменения распределенной нагрузки q в плоскости XOY (кривая 1) и в плоскости YOZ (кривая 2) как функции текущей координаты s (рис. 5) показывают, что на четверть

петли приходится два пика усилия в плоскости, перпендикулярной плоскости полотна (в точке G $s=0$, в точке Q $s=1$).

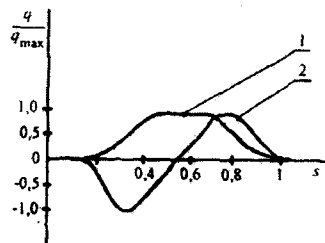


Рис. 5

Легко видеть, что основная часть усилия концентрируется в точках контакта петель и может быть сведена к локализованной силе. Различие знаков при пиках означает, что на протяжении рассматриваемого участка сила меняет свое направление на противоположное. Из рис. 5 также видно, что силы, изгибающие нить относительно плоскости полотна, численно равны силе P, изгибающей нить в плоскости полотна, которая вычисляется по формуле [15]:

$$P = \frac{WN}{\ell^2},$$

где N – жесткость нити при изгибе; ℓ – длина нити в петле; W – коэффициент Поуля, равный 122.

Зона переплетения нитей ограничивается точками S и N (рис. 4). Как показано в [16], длина этого участка осевой линии нити равна

$$L_{SN} = \frac{\pi d_y}{\sqrt{2}},$$

где d_y – условный диаметр нити, мм.

Пара сил, приложенных в точках S и N, создает момент M, изгибающий петельную палочку относительно плоскости полотна XOY. Его величина может быть вычислена при помощи аппарата нелинейной теории упругости [13] при решении задачи в осях координат $y'Vz'$, ориентированных по линии действия силы P [14].

Радиус кривизны петельной палочки

равен

$$R = \frac{H}{M}.$$

Величина радиального угла τ (рис. 3) составит, рад:

$$\tau = \frac{\overset{\cup}{QV}}{R}.$$

Очевидно, что $B^* = \overset{\cup}{VV'}$ (рис.3) и $\overset{\cup}{QV} = B^*/2$, откуда

$$\tau = \frac{B^*}{2R}.$$

Кроме того, $B = 2R \sin \tau$.

Интенсивность прогиба петли относительно плоскости полотна можно оценить соотношением

$$\frac{B^*}{B} = \frac{\tau}{\sin \tau}. \quad (8)$$

Практические расчеты по формуле (8) показывают, что для подавляющего большинства полотен переплетения кулирная гладь $B^*/B \approx 1,1$. Данный факт подтверждает эффективность предложенной выше интерпретации параметров трикотажа по формулам (3...7). Это лишний раз доказывает продуктивность концепции проф. А.С.Далидовича, позволяющей совершенствовать конкретные расчетные методики, не подвергая сомнению фундаментальную идею, положенную им в основу теории вязания.

ВЫВОДЫ

1. Модель петли Далидовича до сих пор остается наиболее удачной и простой из всех геометрических моделей.

2. Концепция проф. А.С.Далидовича позволяет совершенствовать конкретные расчетные методики и развивать теорию вязания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. – М.: Наука, 1972.
2. Munden D.L. // Journal of the Textile Institute. – Vol. 50, № 7, 1959. P.448...471.
3. Шалов И.И. Усадка трикотажа. – М.: Гизлегпром, 1958.
4. Tompkins E. The science of knitting. – London, New York: John Wiley and sons, 1914.
5. Далидович А.С. Теория переплетений и анализ трикотажа. Ч. 1. – М.: Гизлегпром, 1933.
6. Далидович А.С. Теория переплетений и анализ трикотажа. Ч. 2. – М.-Л.: Гизлегпром, 1934.
7. Далидович А.С. Основы теории вязания. – М.: Гизлегпром, 1948.
8. Дирак П.А.М. Воспоминания о необычайной эпохе. – М.: Наука, 1990.
9. Труевцев А.В. Теоретические основы проектирования параметров кулирного трикотажа и разработки технологических режимов его производства с учетом деформационных свойств нитей и полотен: Дис....докт. техн. наук. – СПб., СПГУТД, 1998.
10. Peirce F.T. // Textile Research Journal. – Vol. 17, № 3, 1947. P. 123...147.
11. Шалов И.И., Далидович А.С., Кудрявин Л.А. Технология трикотажного производства. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.
12. Справочник трикотажника Л.Г.Крассий, В.Н.Жерсек, В.И.Гамрецкая, Р.Я.Сахарная. – Киев: Техника, 1975.
13. Попов Е.П. Теория и расчет гибких упругих стержней. – М.: Наука, 1986.
14. Труевцев А.В. Прикладная механика трикотажа. – СПб.: РИЦ СПГУТД, 2001.
15. Postle R., De Jong S. // Journal of the Textile Institute. – Vol. 68, № 10, 1977. P. 307...329.
16. Whitney J.M., Epting J.L. // Textile Research Journal. – Vol. 36, №2, 1966. P. 146...157.

Рекомендована кафедрой технологии и оборудования трикотажного производства. Поступила 13.05.02.