УДК 677.054

# КОЛЕБАНИЯ БОБИНОДЕРЖАТЕЛЯ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

*И.К. ПЧЕЛИН, В.В. КОТИН*

**(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)**

В [1] изучались вынужденные колебания бобинодержателей с линейной и нелинейной характеристиками тела намотки бобины.

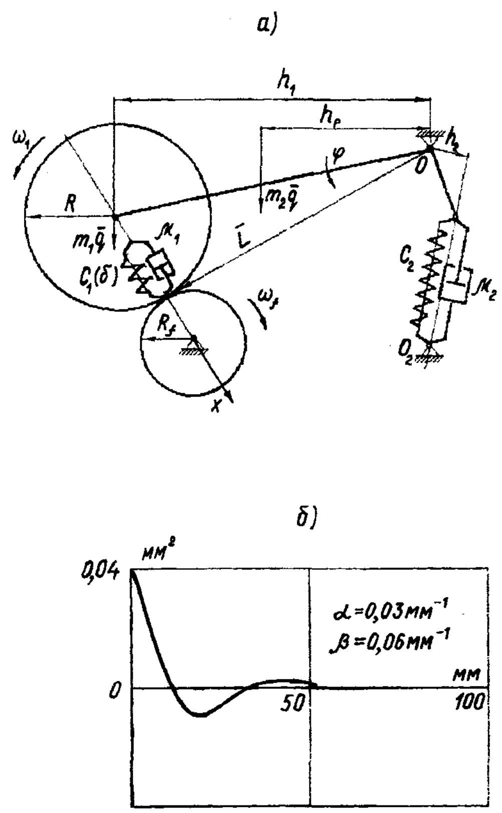


Рис. 1

Рассмотрим колебания системы на основе ее стохастической динамической модели (рис.1-а). Эксцентриситет бобины представим в виде $e_1(s) = e + q(s)$, где $e$ – математическое ожидание случайной функции $e_1(s)$, а $q$ – центрированная стационарная случайная функция окружной координаты $s$ поверхности тела намотки.

В процессе намотки возникают вынужденные колебания, возбуждаемые кинематически вследствие изменения радиальной деформации тела намотки. Радиальная деформация $\delta$ ($\delta > 0$; при отрыве бобины от фрикционного вала $\delta = 0$) выражается в виде:

$$\delta = \delta_{1ст} + L\varphi + (e+q)\sin(\omega_1 t) - e_f \sin(\omega_1 t + \theta),$$

где $\delta_{1ст}$ – статическая деформация тела намотки в положении равновесия при $e_1 = e_f = 0$; $\varphi$ – угол поворота рычага бобинодержателя, отсчитываемый от положения равновесия системы при $e_1 = e_f = 0$ против хода часовой стрелки; $e_f$ – эксцентриситет фрикционного (мотального) вала; $\omega_1$ – угловая скорость бобины; $\omega_f$ – угловая скорость фрикционного вала.

Экспериментальные графики $F=F(\delta)$ характеристик упругости тела намотки, приведенные в [1], позволяют аппроксимировать их в виде

$$F = c\delta + d\delta^3 \text{ при } \delta > 0; \quad F=0 \text{ при } \delta = 0,$$

где $c$ и $d$ – постоянные коэффициенты, определяемые с помощью графиков ($F$ – сила упругости, соответствующая радиальной деформации $\delta$).

При деформациях тела намотки величина демпфирования весьма существенно влияет на кинематическое возбуждение колебаний. По данным, приведенным в [1], демпфирование можно идентифицировать эквивалентным вязким трением. Тогда радиальная сила вязкого трения, приложенная к бобине (проекция силы на ось x (рис. 1)), выразится в виде

$$R_x = -\mu_1 \dot{\delta}$$

или

$$R_x = -\mu_1 (L\dot{\varphi} + \dot{q}\sin\omega_1 t + (e+q)\omega_1 \cos\omega_1 t - e_f \omega_f \cos(\omega_1 t + \theta)).$$

Стохастические дифференциальные уравнения колебаний бобины получаем в виде (при $\delta>0$):

$$J\ddot{\varphi} = (-c\delta - в\delta^3 + R_x)L + (m_1 h_1 + m_2 h_p)g + (c_2(\delta_{2ст} - h_2\varphi) - \mu_2 h_2 \dot{\varphi} h_2,$$

при отрыве бобины от мотального вала ($\delta = 0$):

$$J\ddot{\varphi} = (m_1 h_1 + m_2 h_p)g + (c_2(\delta_{2ст} - h_2\varphi) - \mu_2 h_2 \dot{\varphi} h_2,$$

где J – момент инерции системы относительно оси вращения рычага бобинодержателя; $m_1$ и $m_2$ – массы бобины и рычага; $c_2$ – жесткость нажимной пружины; $\dot{q}$ – производная по времени случайной функции $q=q(s)$.

Остальные обозначения понятны из схемы, приведенной на рис. 1-а.

В процессе намотки нити на бобину изменяются размеры бобины и характеристики тела намотки, поэтому в приведенных дифференциальных уравнениях коэффициенты c, d, $m_1$, $h_1$, $h_p$, $h_2$, L, e и $\mu_1$ переменны. Однако скорость их изменения на несколько порядков меньше виброскорости бобинодержателя, поэтому при изучении колебаний в достаточно малой области изменения размеров бобины коэффициенты можно считать постоянными. Это очевидное допущение не облегчает задачу решения уравнений, так как они существенно нелинейны и содержат случайную функцию и ее производную по времени.

Для исследования колебаний бобинодержателя решение уравнений выполнялось на ЭВМ численными методами при задании различных реализаций случайных функций.

В [2] приведены экспериментальные графики типичной корреляционной функции неровноты пряжи, имеющие форму, показанную на рис. 1-б. Они могут быть аппроксимированы функцией вида

$$k(S) = \sigma^2 e^{-\alpha|S|}\cos\beta S,$$

где $\sigma$ – среднее квадратическое отклонение неровноты; $\alpha$, $\beta$ – коэффициенты корреляционной связи; S – текущий интервал корреляции.

Такой же вид будет иметь корреляционная функция неровноты поверхности тела намотки q(s), числовые значения коэффициентов которой должны определяться экспериментально (график на рис. 1-б построен для числовых значений параметров корреляционной функции, принятых в рассмотренном ниже примере).

Для численного решения на ЭВМ составленных дифференциальных уравнений необходимо предварительно сформировать дискретную реализацию случайного процесса q(s) с заданной корреляционной функцией. Требуемую реализацию можно получить из дискретного гауссовского белого шума единичной интенсивности, используя соответствующий цифровой формирующий фильтр.

Гауссовский шум генерируется с помощью датчика случайных чисел на интервале (0, 1), а реализация требуемого случайного процесса $q_i$ получается с помощью цифрового фильтра авторегрессии – скользящего среднего [3].

Для упрощения вычислений случайную функцию q(s) удобно представить в виде временного ряда q(t) заменой $s = \omega_1 Rt$ и шаг дискретизации $\Delta s$ выбирать в виде $\omega_1 R\Delta t$ (при $\omega_1 = \mathrm{const}$), где R – радиус бобины; $\Delta t$ – шаг интегрирования дифференциальных уравнений. Тогда производная реализации случайной функции по времени легко получается из сформированного ряда численным дифференцированием.

На основе рассмотренной математической модели разработан пакет прикладных программ, позволяющих выполнять все указанные процедуры и моделировать процесс намотки как случайный процесс.

В качестве примера рассмотрим колебания бобинодержателя со следующими числовыми значениями основных параметров системы (значения приняты в соответствии с [1]):

$J=0{,}03$кг·м$^2$; $m_1=0{,}76$кг; $m_2=0{,}865$кг; $R=0{,}07$м; $R_f=0{,}016$м;

$L=0{,}187$м ; $h_1=0{,}193$м; $h_p=0{,}09$м; $h_2=0{,}014$м; $c=15000$Н/м;

$d=10^{11}$Н/м$^3$; $c_2=6100$Н/м; $\mu_1=20$Н·с/м; $\mu_2=2$Н·с/м; $e=0{,}6$мм;

$e_f=0{,}2$мм; $\delta_{1ст}=$ 0,6мм; $\omega_f=36$с$^{-1}$;$\sigma$ = 0,2мм.

Числовые значения параметров корреляционной функции для основного варианта приняты равными: $\alpha = 0{,}03$ мм$^{-1}$; $\beta=0{,}06$ мм$^{-1}$ (график корреляционной функции, приведенный на рис. 1-б, построен для этих значений). $\Delta s = 2{,}34$мм (для шага интегрирования $\Delta t = 0{,}002$с ).

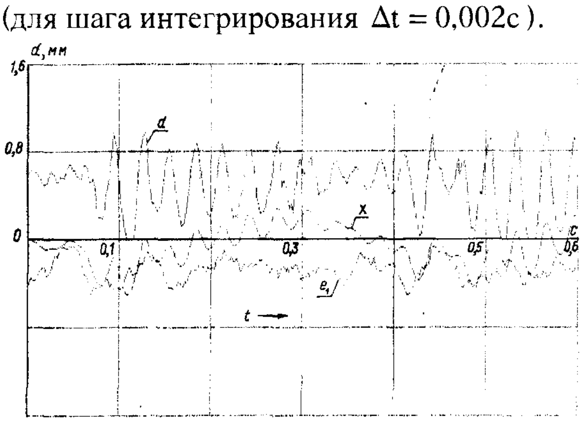


Рис. 2

В процессе моделирования параметры системы варьировались в окрестности принятых значений.

На рис. 2 изображены графики некоторых характеристик колебаний бобинодержателя с приведенными выше значениями параметров. На графиках в функции времени показаны случайные изменения $e_1$ эксцентриситета бобины, динамические деформации d тела намотки и перемещения оси x вращения бобины. Как видно из графика изменений деформаций тела намотки, наибольшие значения деформаций в ~1,5 раза превышают величину статической деформации (0,6 мм), а наименьшие значения становятся равными нулю, то есть появляется отрыв бобины от фрикционного вала. Максимальные значения x составляют 1, 54 мм. Основная частота колебаний равна частоте свободных колебаний исследуемой нелинейной системы в окрестности $\delta_{1ст}$.

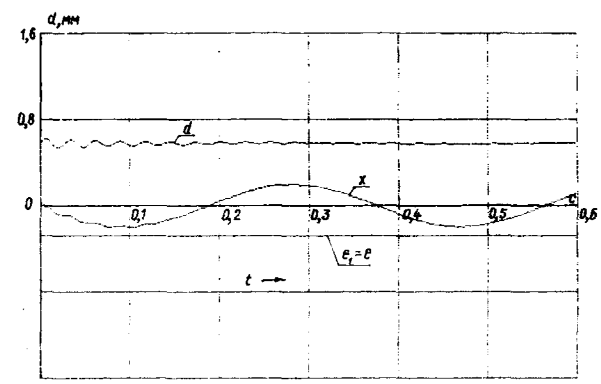


Рис. 3

Наглядная оценка влияния случайных возмущений на характеристики колебаний получается сравнением приведенных графиков с графиками этих же характеристик при отсутствии случайных возмущений (q(s)=0), показанных на рис. 3. В этом случае составляющая свободных колебаний, вызванных начальным переходным процессом, быстро затухает, динамические деформации тела намотки практически постоянны и равны величине начального прижатия бобины к фрикционному валу, а бобина совершает безотрывные колебания с частотой ее вращения и амплитудой, равной эксцентриситету e.

Таким образом, хорошо работающая детерминированная система оказывается неудовлетворительной при действии случайных возмущений даже небольшой интенсивности (как следует из сравнения числовых значений параметров, приведенных выше, среднее квадратическое отклонение эксцентриситета составляет третью часть его математического ожидания).

Устранить отрывы при действии случайных возмущений можно различными способами, простейший из которых – увеличение начального значения величины прижатия. В рассмотренном примере при увеличении $\delta_{1ст}$ до 0,9 мм отрывов не происходит, но увеличиваются размахи колебаний бобины и увеличивается частота колебаний.

В данном примере увеличение частоты не привело к плохим результатам, но в других случаях (при ином частотном составе случайных возмущений) это может даже ухудшить ситуацию – так могут возникнуть резонансные явления.

Наиболее простой статистической оценкой функционирования системы может служить функция распределения динамических деформаций бобины по отношению к статической величине прижатия:

$$f(\delta/\delta_{1ст})=P(X<(\delta/\delta_{1ст}),$$

где P – вероятность соответствующего события; f – символ функции распределения.

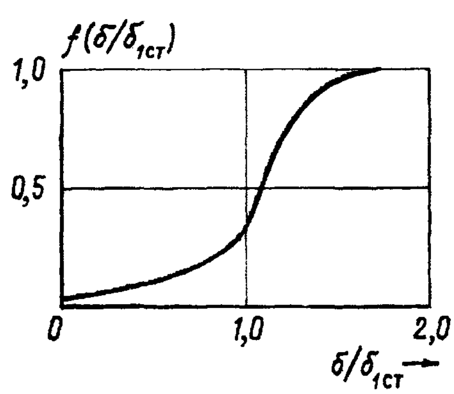


Рис. 4

График функции распределения, построенный на основе результатов расчетов системы с параметрами, приведенными выше для первых трех оборотов бобины, представлен на рис. 4.

Из графика следует, что вероятность отрыва бобины от фрикционного вала равна 0,045, что, несмотря на малую величину, недопустимо, а вероятность работы с величиной прижатия, превышающей $\delta/\delta_{1ст}=1$, равна 0,34 (для линейной системы она равнялась бы 0,5).

## ВЫВОДЫ

1. Расчеты динамики бобинодержателя на основе детерминированной модели не обеспечивают допустимых условий его работы в реальных условиях при действии случайных возмущений.

2. Разработанные динамическая и математическая модели и реализующие их программы для моделирования на ЭВМ позволяют исследовать колебания бобинодержателя при любых его параметрах и характеристиках случайных возмущений и подбирать параметры системы, обеспечивающие ее удовлетворительную работу.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Коритысский Я.И.* Динамика упругих систем текстильных машин. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1982.

2. *Севостьянов А.Г.* Современные методы исследования неровноты продуктов хлопкопрядения. – М.: Легкая индустрия, 1966.

3. Вибрации в технике: Справочник, т.1. – М.: Машиностроение, 1978.



Рекомендована кафедрой теоретической механики. Поступила 05.04.02.