

УДК [677.021:533.6]:519:720

**АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС  
ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА  
КАПИЛЛЯРНОГО ВПИТЫВАНИЯ  
ПО ТОЛЩИНЕ ТЕКСТИЛЬНОГО ПОЛОТНА ПРИ ЕГО ПРОПИТКЕ**

*Е.Е. МЕЗИНА, О.Н. МАХОВ, М.Н. ГЕРАСИМОВ, Ф.Н. ЯСИНСКИЙ*

**(Ивановская государственная текстильная академия)**

В настоящей статье представлен аппаратно-программный комплекс для определения коэффициентов переноса массы в текстильном материале при его пропитке. Данное исследование является продолжением работы [1], где получены коэффициенты переноса для явления капиллярного впитывания по длине текстильного полотна (в этих опытах текстильный материал одним концом помещался в кювету с пропитывающей жидкостью, которая поднималась вверх по материалу).

Однако для технологических процессов текстильного производства характерно погружение материала в пропитывающую жидкость и заполнение капиллярно-пористой структуры с обеих сторон полотна ткани. Поэтому в описываемом исследовании текстильный материал полностью погружали в пропитывающую жидкость,

что в соответствии с методикой замера позволяло определять закономерности продвижения жидкости по толщине текстильного полотна.

В случае пропитки по длине текстильного материала движение влаги в капиллярно-пористом теле описывается дифференциальным уравнением в декартовых координатах с учетом того, что ткань можно представить как бесконечную пластину:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + v \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D(U) \frac{\partial U}{\partial x} + A(U) \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial x} \right). \quad (1)$$

Для ткани, погруженной в пропитывающую жидкость, ее движение в капиллярно-пористом теле описывается в полярных координатах следующим образом:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + v \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D(U) \frac{\partial U}{\partial r} + r A(U) \frac{\partial^2 U}{\partial t \partial r} \right), \quad (2)$$

где  $x$  – координата по сечению материала;  $r$  – текущий радиус заготовки;  $U$  – текущее влагосодержание текстильного материала;  $t$  – время процесса;  $D$  и  $A$  – коэффициенты переноса массы;  $v$  – скорость поднятия жидкости в капилляре.

Начальные и граничные условия для уравнения (2) имеют вид:

$$U_{r=0} = \varphi(r), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial r_{r=0}} &= 0, \\ U_{r=R} &= U_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Поставленная задача моделирования решена методом конечных разностей по неявной конечно-разностной схеме.

Аппроксимация уравнения (2) в полярной системе координат принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{U_i^{k+1} - U_i^k}{\tau} + \nu \frac{1}{r_i} \frac{U_{i+1}^{k+1} - U_{i-1}^{k+1}}{2h} = \frac{1}{r_i} \frac{1}{h^2} ((r_{i+0.5} D_{i+0.5}^k (U_{i+1}^{k+1} - U_i^k) - \\ - r_{i-0.5} D_{i-0.5}^k (U_i^{k+1} - U_{i-1}^{k+1})) + \frac{1}{\tau} ((r_{i+0.5} A_{i+0.5}^k (U_{i+1}^{k+1} - U_{i-1}^{k+1}) - r_{i-0.5} A_{i-0.5}^k (U_i^{k+1} - U_{i-1}^{k+1}) - \\ - r_{i+0.5} A_{i+0.5}^{k-1} (U_{i+1}^k - U_i^k) + r_{i-0.5} A_{i-0.5}^k (U_i^k - U_{i-1}^k))). \end{aligned} \quad (5)$$

Запись  $U_i^k$  означает величину влагосо-  
 держания в узле с номером  $i$  в момент вре-  
 мени  $k$ , а  $N$  – общее число узлов.

Система уравнений (2...4) решается  
 методом прогонки. В предложенной выше  
 математической модели предполагается,  
 что часть капилляров является тупиковы-  
 ми, а другая часть – сквозными. Скорость  
 поднятия жидкости по сквозным капилля-  
 рам определяется по формуле (6), а по ту-  
 пиковым – по формулам (7) и (8):

$$\nu = \frac{\partial \ell}{\partial t} = \frac{r_{\text{кап}}^2}{8\eta \ell} (p - \rho g \ell \sin \alpha), \quad (6)$$

$$\nu = \frac{\partial \ell}{\partial t} = \frac{r_{\text{кап}}^2 \Delta p}{8\eta \ell}, \quad (7)$$

$$\Delta p = p_k + p_0 - p_0 \frac{\ell_0}{\ell_0 - \ell} \rho g \ell, \quad (8)$$

где  $\ell_0$  – длина капилляра;  $p_0$  – атмосфер-  
 ное давление;  $\ell$  – длина заполненного  
 жидкостью участка капилляра;  $\rho$  – плот-  
 ность жидкости;  $g$  – ускорение силы тяже-  
 сти;  $\eta$  – кинематическая вязкость жидкости;  
 $\alpha$  – угол наклона капилляра к горизонту;  
 $r_{\text{кап}}$  – радиус капилляра.

Для нахождения значений коэффици-  
 ентов переноса массы  $D$  и  $A$  применен  
 один из методов безусловной оптимизации  
 – метод наискорейшего спуска. Как пока-  
 зывают натурные эксперименты, зависи-  
 мости  $D(U)$  и  $A(U)$  достаточно сложны.  
 Поэтому их удобно представить в виде  
 сложных сеточных функций. То есть будут  
 выделены некоторые значения влагосо-  
 держания  $U_1, U_2, \dots, U_N$  и будут определе-  
 ны соответствующие им значения коэффи-

циентов переноса  $D_1, D_2, \dots, D_N$  и  $A_1,$   
 $A_2, \dots, A_N$ . В этом случае задача сводится к  
 отысканию указанных табличных значе-  
 ний.

Введем меру близости  $Q$  полученного  
 численного решения уравнения влагопере-  
 носа  $U(t^k, x_i)$  действительному значению  
 процесса в экспериментальной физической  
 установке  $\bar{U}(t^k, x_i)$ :

$$Q = \sum_{k=0}^M \sum_{i=0}^N (U(t^k, x_i) - \bar{U}(t^k, x_i))^2. \quad (9)$$

Эта мера  $Q$  используется в качестве це-  
 левой функции и задача сводится к оты-  
 сканию таких значений коэффициентов  
 переноса массы  $A$  и  $D$ , при которых обес-  
 печивается наилучшее приближение чис-  
 ленного решения к результатам натурального  
 эксперимента. Для решения этой задачи и  
 применен метод наискорейшего спуска.  
 Поиск прекратится, когда начнет выпол-  
 няться условие

$$\sum_i^N \left( \frac{\partial Q}{\partial D_i} \right)^2 < \varepsilon, \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial Q}{\partial A_i} \right)^2 < \varepsilon, \quad (10)$$

где  $\varepsilon$  – заданная малая величина.

Вначале производится оптимизация по  
 коэффициенту  $D$ , затем – при найденном  
 оптимальном  $D$  находим оптимальное зна-  
 чение коэффициента  $A$ .

Адекватность математической модели  
 оценивалась при помощи эксперименталь-  
 ной установки, приведенной на рис.1, где

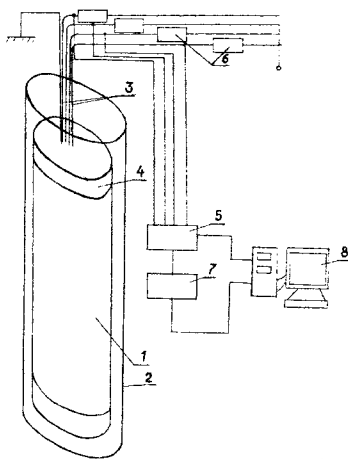


Рис.1

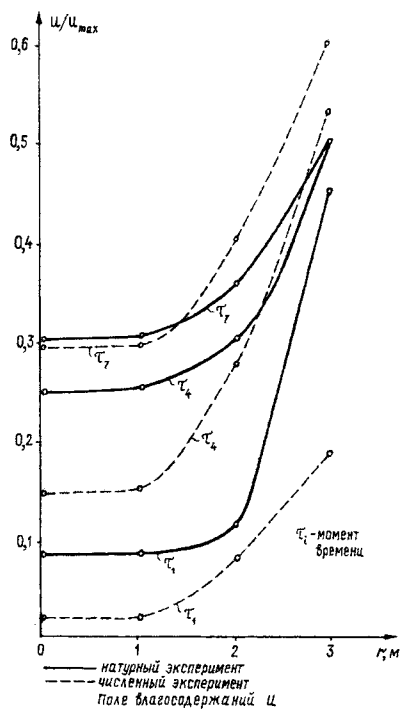


Рис. 2

заготовка из текстильного полотна 1, свернутая в трубочку, опускается в емкость с пропитывающей жидкостью 2. К каждому слою текстильного материала подключены датчики влагосодержаний 3. Каждый датчик через резистор 6 соединен с коммутатором 5. Сигнал от коммутатора поступает в АЦП 7. Коммутатор и АЦП подключены к персональному компьютеру 8. По мере продвижения пропитывающей жидкости по толщине материала значение сопротивления датчиков меняется. Сигнал сначала поступает на коммутатор, затем на АЦП и записывается в память компьютера, где производится математический анализ по описанной выше методике.

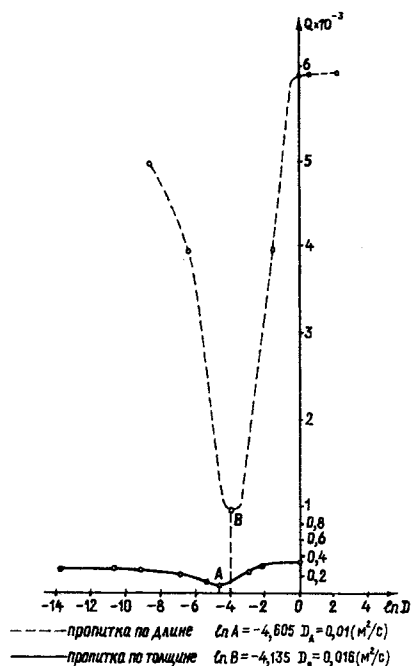


Рис. 3

Результаты натуральных и численных экспериментов приведены на рис.2 (поле влагосодержаний по толщине текстильного полотна) и 3 (зависимость значения целевой функции  $Q$  от логарифма коэффициента переноса массы  $D$ ).

## ВЫВОДЫ

В результате проведенных экспериментов установлено, что коэффициенты переноса массы, полученные при пропитке по длине текстильного материала, отличаются от коэффициентов переноса, полученных при пропитке по толщине текстильного материала. Это обстоятельство должно учитываться в дальнейших исследованиях при описании пропитки текстильных полотен.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мезина Е.Е. и др. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, №5. С.109...113.

Рекомендована кафедрой теплотехники. Поступила 05.06.02.