УДК 677.11.620

К ВОПРОСУ О СИЛАХ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ПРЯДЬ В ПРОЦЕССЕ ТРЕПАНИЯ

В.А. ДЬЯЧКОВ

(Костромской государственный технологический университет)

При выводе зависимостей для сил, действующих на прядь при трепании, например, в [1], был принят ряд допущений. В частности, бильная планка барабана рассматривалась как радиально расположенная; при этом в окончательном виде в выражениях, полученных для сил, естественная ось n совпадала с осью била барабана, а ось τ располагалась перпендикулярно радиусу барабана, проведенному к вершине кромки. В выражениях предполагалось плотное прилегание пряди к кромке бильной планки по дуге φ, определенной из геометрических построений взаимодействия пряди с бильными планками трепальных барабанов.

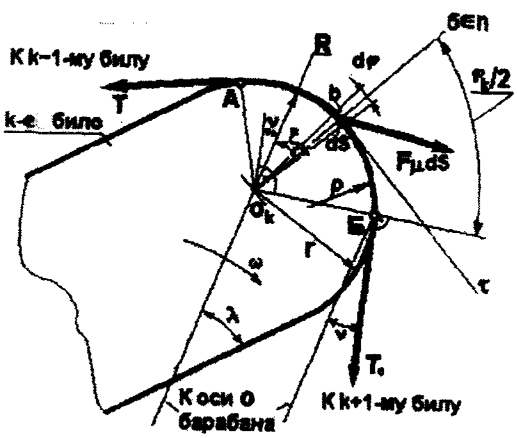

Рис. 1

Как показали расчеты в [2], полученные зависимости силы натяжения пряди и давления на кромку, являются справедливыми, если центробежные силы инерции существенно меньше, чем силы натяжения пряди. В противном случае формирование сил, действующих на прядь, и характер взаимодействия пряди с кромкой бильной планки будет существенно зависеть от ускорений, влиянию которых ранее не придавали должного значения.

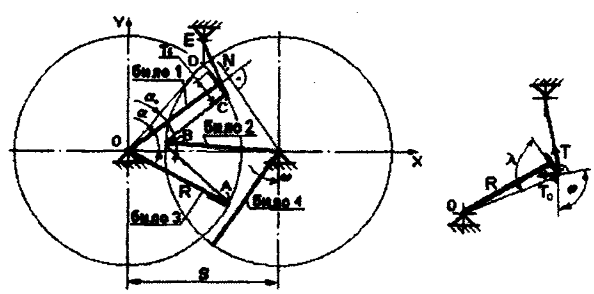

Рис. 2

Рассмотрим взаимодействие пряди с кромкой бильной планки трепального барабана. Прядь будем представлять как абсолютно гибкую континуальную ленту L шириной (размером вдоль бильной планки) один метр, массой m=Lq (q – линейная плотность слоя), плотно прижатую на дуге АБ к бильной планке.

Проведем через точки O и O_k (рис.1 и 2) радиус барабана R, биссектрису б угла охвата φ_k и через ξ_k обозначим угол между этими прямыми. Примем за k номер воздействующих одновременно на прядь бил. Порядок обозначения бил примем от зажима пряди. Зажим пряди (точка E, рис.2) имеет обозначение k=0. Для k-го била из [2]

$$\varphi_k = \pi - \arccos[(b^2 + c^2 - a^2) / 2bc],$$

где a, b, c – стороны треугольника, образованного по координатам бил – X_{k-1}, Y_{k-1}; X_k, Y_k; X_{k+1}, Y_{k+1}, взаимодействующих с прядью:

$$a = \sqrt{(X_{k-1} - X_{k+1})^2 + (Y_{k-1} - Y_{k+1})^2};$$

$$b = \sqrt{(X_{k-1} - X_k)^2 + (Y_{k-1} - Y_k)^2};$$

$$c = \sqrt{(X_k - X_{k+1})^2 + (Y_k - Y_{k+1})^2},$$

где Y_k, X_k – текущие координаты кромок бил: $Y_k = R\sin(\alpha_0 - \alpha - (\pi/Z)(k-1))$; для нечетных бил – $X_k = R\cos(\alpha_0 - \alpha - (\pi/Z)(k-1))$; для четных бил – $X_k = S - R\cos(\alpha_0 - \alpha - (\pi/Z)(k-1))$. Здесь Z – число бил на барабане; α_0 – угловая координата зажима пряди. При ED<<R $\alpha_0 \cong \arccos\frac{S}{2R}$; α – угловая текущая координата первого от зажима била.

Обозначим через v угол между перпендикуляром, восстановленным из точки O_k к оси O_kБ, и радиусом барабана, проведенным через O_k. Этот угол по построению является углом наклона пряди, набегающей на кромку k-го била, к радиусу OO_k. Из треугольника, вершинами которого являются кромки k-го и k-1-го била и ось вращения k-го била с координатами $Y_0 = 0$, $X_0 = S$, если k четное или $X_0 = 0$, если нечетное: $\cos v = \frac{R^2 + b^2 - d^2}{2bR}$. Здесь сторона $d = \sqrt{(X_{k+1} - X_0)^2 + (Y_{k+1} - Y_0)^2}$.

Для случая, когда k = m, и, если принять, что прядь будет захлестываться за бильную планку, $v = -\lambda$, где λ – угол наклона бильной планки к радиусу (рис.2).

Тогда угол

$$\xi_k = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_k}{2} - v.$$

После преобразований:

$$\xi_k = \frac{1}{2}\arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) - \arccos\left(\frac{R^2 + b^2 - d^2}{2bR}\right).$$

Движение пряди на кромке била есть совокупность двух движений: переносного (вместе с кромкой) и относительного, в котором прядь совершает контурное движение по шероховатой поверхности радиуса r и с коэффициентом трения k.

Центр вращения в переносном движении есть ось вращения трепального барабана O; в относительном – центр кривизны кромки била – O_k.

Разложив скорость элемента пряди dS (рис.1) на две – переносную V_e и относительную V, затем продифференцировав по времени и разложив ускорения по естественным осям τ, n, b (отметим, что ось n есть биссектриса угла охвата), получим выражение для ускорения элемента пряди dS:

$$W = (\frac{dV}{dt} + W_\tau^{'e})\tau + (\frac{V^2}{\varrho} + W_n^{'e} - W^\kappa)n + W_n^{'e}b,$$

где $W_\tau^{'e}$, $W_n^{'e}$, $W_b^{'e}$ – проекции переносного ускорения W_n^e элемента пряди dS на естественные оси. При равномерном вращательном движении $W_n^{'e} = W_n^e\cos\xi_k$, $W_\tau^{'e} = W_n^e\sin\xi_k$, $W_\tau^e = 0$; W^κ – Кориолисово ускорение.

Поскольку r<<R, примем для промежутка времени, необходимого и достаточного для перемещения пряди по дуге $r\varphi_k$ из точки Б в точку А,

$$V = \mathrm{const}; \quad \frac{dV}{dt} = \mathrm{const}; \quad \xi_k \notin f(t) = \mathrm{const};$$

$\varphi_k \notin f(t)$.

Примем также аэродинамические силы, действующие на элемент пряди, расположенный на кромке, бесконечно малыми по величине.

Обозначив через ϱ радиус кривизны пряди на кромке, запишем векторное уравнение движения пряди:

$$\frac{d\vec{T}}{dS} = \mu(\vec{W} - \vec{F}),$$

где μ – масса единицы длины пряди $\mu = \frac{dm}{ds}$; $\vec{T}$ – сила натяжения пряди; $\vec{F}$ – силы стационарного силового поля, отнесенные к массе единицы длины пряди.

В проекциях на естественные оси τ и n [3] с учетом направления силы трения $\kappa N'$ и реакции N' получим уравнения:

$$\frac{1}{\mu}\frac{dT}{dS} = \frac{dV}{dt} - W_n^e \sin\xi_k + \kappa N', \quad (1)$$

$$\frac{1}{\mu}\frac{T}{\varrho} = \frac{V^2}{\varrho} + W_n^e \cos\xi_k - W^\kappa + N'. \quad (2)$$

Выразив из (2) N', подставив в (1), имея в виду, что $dS = \rho d\varphi$, и обозначив

$$Q = \frac{dV}{dt} - \frac{\kappa V^2}{\varrho} - W_n^e \sin\xi - \kappa W_n^e \cos\xi + \kappa W^\kappa,$$

получим линейное уравнение первого порядка

$$\frac{dT}{d\varphi} = \kappa T + \mu\varrho Q.$$

Умножим правую и левую части полученного выражения на $e^{-\kappa\varphi}$, зная, что $-\kappa e^{-\kappa\varphi} = \frac{de^{-\kappa\varphi}}{d\varphi}$, а $\frac{dT}{d\varphi}e^{-\kappa\varphi} + \kappa T\frac{de^{-\kappa\varphi}}{d\varphi} = \frac{dTe^{-\kappa\varphi}}{d\varphi}$, и получим

$$Te^{-\kappa\varphi} = \int \mu\varrho Q e^{-\kappa\varphi} d\varphi.$$

После интегрирования

$$Te^{-\kappa\varphi} + \frac{\mu\varrho Q}{\kappa}e^{-\kappa\varphi} = C.$$

Константу C определим из условия при $\varphi=0$, $T = T_0$:

$$C = T_0 + \frac{\mu\varrho Q}{\kappa}.$$

После преобразований получим выражение для силы натяжения пряди в ее сбегающей с кромки била ветви:

$$T = T_0 e^{\kappa\varphi} + \frac{\mu\varrho Q}{\kappa}(e^{\kappa\varphi} - 1)$$

или

$$T = \mu V^2 + (T_0 - \mu V^2)e^{\kappa\varphi} + \frac{\mu r Q_1}{\kappa}(e^{\kappa\varphi} - 1), \quad (3)$$

где $Q_1 = \frac{dV}{dt} - W_n^e \sin\xi_k - \kappa W_n^e \cos\xi_k + \kappa W^\kappa$.

Подставив значение T в (2), найдем нормальную реакцию поверхности кромки бильной планки, отнесенную к единице массы пряди:

$$N'=\frac{T_0 e^{\kappa\varphi}}{\mu\varrho}+\left[\frac{Q}{\kappa}(e^{\kappa\varphi}-1)-\frac{V^2}{\varrho}-W_n^e\cos\xi_k+W^\kappa\right]$$

или

$$N'=\frac{T_0-\mu V^2}{\mu\varrho}e^{\kappa\varphi}+\frac{Q_2}{\kappa}(e^{\kappa\varphi}-1),$$

где $Q_2=\frac{dV}{dt}-W_n^e\sin\xi_k$.

Нормальную реакцию кромки бильной планки N определим по формуле

$$N=N'\mu\rho\varphi_k. \qquad (4)$$

Выражения (3) и (4) описывают значения сил для случая, когда биссектриса угла охвата бильной планки расположена под углом ξ_κ к радиусу, проведенному к кромке, и прядь плотно прижата к планке, то есть при $\rho = r$.

Зависимости (3) и (4) будут справедливы при $N>0$, а именно при

$$V<\sqrt{\frac{T_0}{\mu}+\frac{\varrho Q_2}{\kappa}(e^{\kappa\varphi}-1)}. \qquad (5)$$

Иначе реакция кромки $N'=0$. При этом исчезает сила трения и уравнения (3), (4) становятся нерешаемыми.

ВЫВОДЫ

Получены выражения, описывающие значения сил натяжения пряди, взаимодействующей с кромкой бильной планки трепального барабана и нормальной реакции кромки для случая, когда биссектриса угла охвата бильной планки прядью расположена под произвольным углом ξ к радиусу барабана, проведенному через центр кривизны кромки.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Суслов Н.Н., Савиновский В.И.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1975, № 1. С. 32...36.

2. *Дьячков В.А.* Проектирование трепальных машин: Монография. – Кострома: КГТУ, 2000.

3. *Стражинский В.М.* Теоретическая механика. – М.: Наука, 1980.

Рекомендована кафедрой технологии производства льняного волокна. Поступила 12.04.02.