УДК 677.021

КОНФИГУРАЦИЯ ВОЛОКНА

А.Ф. КАПИТАНОВ, Е.В. ПАВЛЮЧЕНКО

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Волокна – твердые тела с длиной, многократно превосходящей размеры их поперечников, обладающие гибкостью в продольном направлении. В силу этих свойств конфигурации волокон в холсте, ленте, ровнице и мычке нелинейны – волокна мигрируют в пределах объема, занимаемого продуктом в пространстве. Нелинейность конфигураций волокон ограниченной длины (например, 25...150 мм) обусловливает существование полуфабрикатов как цельных образований с определенными геометрическими и механическими свойствами.

В процессах обработки в прядении конфигурации волокон подвержены изменениям: волокна распрямляются, хотя и не достигают полного распрямления [1]. Изменения конфигурации волокон в продуктах сопровождаются изменением пространственных координат ее участков.

Такие изменения происходят под действием приложенных к волокнам сил и возникающих деформаций. Часть такой деформации сохраняется в волокне и свидетельствует о наличии в нем потенциальной энергии, способной проявляться в определенных условиях.

Связанный с этим явлением переход кератина шерсти из α-модификации в β-модификацию оказывает существенное влияние на свойства волокон и ход технологического процесса. Возврат к α-модификации требует использования глажения, эмульсирования, длительного технологического вылеживания, а также увлажнения среды помещений шерстопрядильных фабрик.

Кроме того, наличие потенциальной энергии в волокне, извлеченном из продукта, несет информацию о силовом воздействии на предшествующих стадиях обработки. Это предоставляет принципиальную возможность оценивать действующие на волокна силы через форму волокон.

В связи с этим целью нашего исследования являлось обоснование применения известных закономерностей статистической физики к описанию конфигурации волокон и их потенциальной энергии.

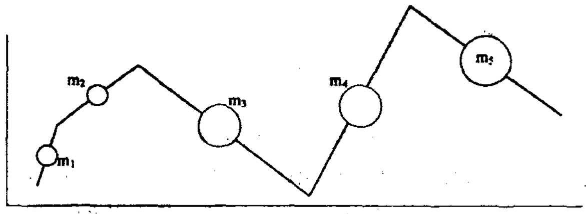

Рис.1

Рассмотрим волокно как совокупность элементарных отрезков, которые своими концами связаны между собой (рис. 1). Совокупность таких отрезков образует единое целое – конфигурацию волокна. Допустим, что сочленение двух соседних элементарных отрезков допускает их перемещение относительно друг друга. Эти перемещения отражают известные из теории и практики прядения изменения конфигурации волокна в процессе обработки. Кроме того, вся конфигурация может перемещаться поступательно или вращаться.

Выберем внешнюю систему координат. Положение какого-либо элементарного отрезка в пространстве определяется координатами его концов. Пусть каждый элементарный отрезок обладает некоторым средним положением[1], около которого он совершает свои перемещения в процессе механической обработки в прядении.

[1] Центр конфигурации надо определять по положению центров элементарных отрезков, принимая "массу" этих центров равной длине элементарных отрезков. Можно принять «массу» среднего по длине отрезка за 1, а все остальные "массы" вычислять в зависимости от этой массы: 1,10 m; 1,73 m; 0,03 m и т.д.

Рассмотрев все равновесные положения в совокупности, будем иметь равновесную геометрическую конфигурацию волокна.

Если конфигурация имеет К элементарных отрезков, то положение центров этих отрезков относительно внешней системы координат O_{xyz} определяется К радиусами-векторами r_α (α=1,2,...,К) или 3К координатами x_α, y_α, z_α (рис. 2).

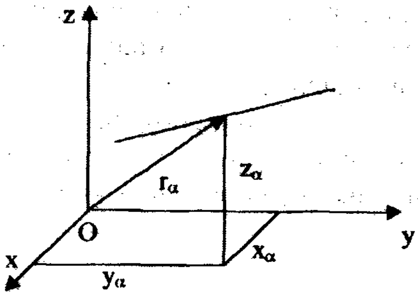

Рис. 2

К векторов r_α или 3К координат x_α, y_α, z_α характеризуют не только положение элементарных отрезков относительно друг друга в каждый момент времени, но также и поступательное, и вращательное движение волокна относительно системы координат.

Введем параметры, которые будут характеризовать расположение элементарных отрезков только относительно друг друга.

Для этого исключим поступательное движение и вращение волокна как целого, которые имеют место в процессах обработки на машинах прядильного производства.

Чтобы исключить поступательное движение волокна, поместим начало новой системы координат в центр масс волокна. Будем считать таким центром точку О, которая соответствует центру масс плоской фигуры, ограниченной центрами элементарных отрезков. Рассматривая две проекции конфигурации, имеем две проекции центра конфигурации волокна. Поворот осей новой системы координат по отношению к исходной будет определяться углами Эйлера θ, φ, χ (рис. 3).

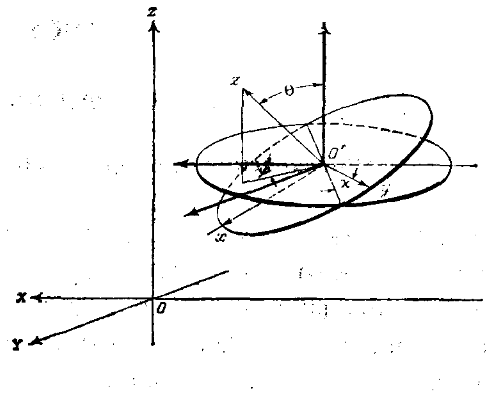

Рис. 3

Для исключения вращения жестко свяжем введенную систему координат O'_{xyz} с равновесной конфигурацией волокна и потребуем, чтобы при наибольших смещениях элементарных отрезков из положения равновесия волокно не вращалось, то есть, чтобы момент количества движения относительно системы координат O'_{xyz} = 0. При этом условии система координат O'_{xyz} будет вращаться вместе с волокном (ее равновесной конфигурацией) и это вращение будет определяться углами Эйлера θ, φ и χ в каждый момент времени.

Пусть $r_{\alpha w}$, $x_{\alpha w}$, $y_{\alpha w}$, $z_{\alpha w}$ – векторы и координаты элементарных отрезков для равновесной конфигурации, а r_α, x_α, y_α, z_α – для произвольной конфигурации.

Тогда

$$r_\alpha = r_{\alpha w} + \Delta r_\alpha , \qquad (1)$$

где Δr_α – вектор смещения элементарного отрезка с номером α от его равновесного положения (рис. 4).

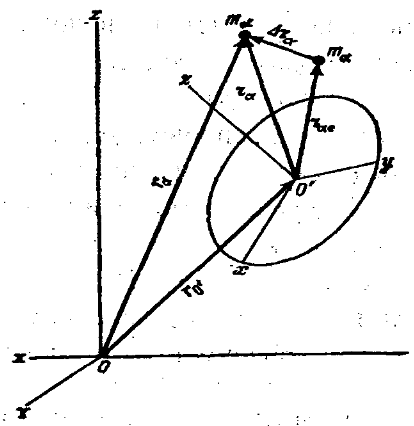

Рис. 4

Координаты элементарных отрезков новой системы координат x_α, y_α, z_α и исходной связаны соотношением

$$\begin{aligned} x_\alpha &= x_{O'} + a_{11}(\Theta, \varphi, \chi)x_\alpha + a_{12}(\Theta, \varphi, \chi)y_\alpha + a_{13}(\Theta, \varphi, \chi)z_\alpha, \\ y_\alpha &= y_{O'} + a_{21}(\Theta, \varphi, \chi)x_\alpha + a_{22}(\Theta, \varphi, \chi)y_\alpha + a_{23}(\Theta, \varphi, \chi)z_\alpha, \\ z_\alpha &= z_{O'} + a_{31}(\Theta, \varphi, \chi)x_\alpha + a_{32}(\Theta, \varphi, \chi)y_\alpha + a_{33}(\Theta, \varphi, \chi)z_\alpha, \end{aligned} \qquad (2)$$

где $x_{O'}$, $y_{O'}$, $z_{O'}$ – координаты нового начала (центра конфигурации) в исходной системе O_{xyz}; a_{ij} – коэффициенты преобразования координат, зависящие от углов Эйлера.

ЗК координат x_α, y_α, z_α в новой системе O'_{xyz} не являются независимыми, так как на систему осей O'_{xyz} наложены определенные условия.

Во-первых, ее начало помещено в центр масс волокна. Следовательно, радиус-вектор центра масс в этой системе равен 0:

$$r_{O'} = \frac{\sum m_\alpha r_\alpha}{\sum m_\alpha} = 0, \qquad (3)$$

поэтому

$$\sum_\alpha m_\alpha r_\alpha = 0. \qquad (4)$$

Это уравнение справедливо для любой конфигурации, в том числе и равновесной, то есть:

$$\sum_\alpha m_\alpha r_{\alpha w} = 0. \qquad (5)$$

Из (4) и (5) получим эквивалентное условие, накладываемое на смещение элементарного отрезка из положения равновесия:

$$\sum_\alpha m_\alpha \Delta r_\alpha = 0. \qquad (6)$$

Во-вторых, на систему осей O'_{xyz} наложено второе условие, согласно которому эта система тесно связана с равновесной конфигурацией и вращается вместе с ней.

Для малых смещений Δr_α это условие соответствует тому, что момент количества движения волокна в равновесной конфигурации относительно осей O'_{xyz} должен быть равен 0, то есть:

$$\sum_\alpha m_\alpha (r_{\alpha e} v_\alpha) = 0, \qquad (7)$$

где v_α – скорость смещения элементарного отрезка с номером α от равновесной конфигурации.

Для малых промежутков времени Δt и малых смещений Δr_α будем иметь

$$v_\alpha \Delta t \approx \Delta r_\alpha. \qquad (8)$$

Умножим левую часть (7) на Δt:

$$\sum_\alpha m_\alpha (r_{\alpha w} \Delta r_\alpha) = 0. \qquad (9)$$

Если введем сюда Δr_α в виде

$$\Delta r_\alpha = r_\alpha - r_{\alpha w} \qquad (10)$$

и учтем, что

$$r_{\alpha e} r_{\alpha w} = 0, \qquad (11)$$

то вместо (9) имеем

$$\sum_\alpha m_\alpha (r_{\alpha w} r_\alpha) = 0. \qquad (12)$$

Условия (7) и (9) обоснованы для небольших смещений элементарных отрезков из положения равновесия. Для произвольных смещений эти условия рассматриваются как определенная система координат, относительно которой волокно не вращается.

Скалярные формы условий (4) и (12) будут

$$\sum m_\alpha x_\alpha = 0,$$

$$\sum m_\alpha y_\alpha = 0,$$
$$\sum m_\alpha z_\alpha = 0,$$
$$\sum m_\alpha (y_{\alpha w} z_\alpha - z_{\alpha w} y_\alpha) = 0, \quad (13)$$
$$\sum m_\alpha (z_{\alpha w} x_\alpha - x_{\alpha w} z_\alpha) = 0,$$
$$\sum m_\alpha (x_{\alpha w} y_\alpha - y_{\alpha w} x_\alpha) = 0.$$

Таким образом, среди 3К координат x_α, y_α, z_α независимых 3К-6=n. Введем n=3К-6 линейно независимых функций:

$$F_i(x_1, y_1, z_1,\ldots, x_k, y_k, z_k)=R_i \quad i=1,2,\ldots, n. \quad (14)$$

Присоединим к этим 3К-6 уравнениям шесть уравнений относительно 3К координат x_α, y_α, z_α. Разрешая ее, получаем

$$x_\alpha=x_\alpha(R_1, \ldots, R_n),$$
$$y_\alpha=y_\alpha(R_1, \ldots, R_n), \quad (15)$$
$$z_\alpha=z_\alpha(R_1, \ldots, R_n).$$

Таким образом, геометрическая конфигурация волокна, то есть фигура, образованная центрами элементарных отрезков, определяется в рассмотренном общем случае $n = 3K - 6$ независимыми переменными $R_1, \ldots, R_n$.

ВЫВОДЫ

Конфигурация волокна в пространстве описывается координатами составляющих ее элементарных отрезков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зотиков В.Е.* Распрямленность волокон хлопка и их расположение в ленте, ровнице и пряже // Бюллетень ИВНИТИ. – 1932, №8...9.

Рекомендована кафедрой технологии шерсти. Поступила 05.06.02.