УДК 677.017.33:677.022.484.4

ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ КРУТКИ ПРИ ПНЕВМОМЕХАНИЧЕСКОМ ПРЯДЕНИИ

Н. Г. ТОМИН, И. Ю. ЛАРИН, Е. А. ПОСЫЛИНА

(Ивановская государственная текстильная академия)

В [1] показано, что при пневмомеханическом способе прядения в случае постоянной жесткости на кручение вырабатываемой пряжи в точке съема ее крутка на участке от точки съема до поверхности пряжеобразующей воронки изменяется по экспоненциальному закону. В [2] рассматривается математическая модель процесса изменения крутки пряжи в случае ее переменной жесткости при кручении. В настоящей статье эта математическая модель уточняется и упрощается.

Пусть τ – момент времени прохождения через точку съема на сборном желобе сечения A вырабатываемой пряжи, движущегося вместе с ней с постоянной скоростью V вывода к точке ее выхода из прядильной камеры, располагающейся на поверхности пряжеобразующей воронки; $\tau \in R$, $V > 0$.

Через α (τ) обозначим жесткость при кручении в сечении A вырабатываемой пряжи в момент τ; эта жесткость положительна и не меняется на всем пути сечения A от точки съема до поверхности воронки.

Пусть $k(s,\tau)$ – крутка вырабатываемой пряжи в сечении A в момент времени $t = \tau+(L-s)/V$, в который длина участка вырабатываемой пряжи от сечения A до точки входа ее в воронку равна s. Здесь $0 \le s \le$

$\leq$L, где L – длина дуги баллонирующего участка пряжи от точки съема на сборном желобе прядильной камеры до точки входа на поверхность воронки. Очевидно, что s = 0 соответствует точке входа в воронку, а s = L – точке съема на сборном желобе.

Будем считать, что при переходе сечения A пряжи из положения s в положение s + Δs приращение крутки в этом сечении с точностью до бесконечно малых высшего порядка малости по сравнению с Δs пропорционально самой крутке k(s, τ) и приращению Δs с коэффициентом пропорциональности – α (τ):

$$k(s+\Delta s,\tau)-k(s,\tau)\approx-\alpha(\tau)k(s,\tau)\Delta s\,. \quad (1)$$

Из (1) следует основное дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial k}{\partial s}(s,\tau)=-\alpha(\tau)k(s,\tau)\ \left(0\leq s\leq L,\ \ \tau\in R\right). \quad (2)$$

Решая дифференциальное уравнение (2), получаем

$$k(s,\tau)=k(0,\tau)e^{-\alpha(\tau)s}\ \ \left(0\leq s\leq L,\ \ \tau\in R\right). \quad (3)$$

Для вычисления крутки в сечении A при любом $s\in[0,L]$ по формуле (3) нужно знать крутку k(0, τ) в этом сечении в момент его входа в воронку. Так как угловая скорость вращения прядильного ротора постоянна, то, следуя [2], будем считать, что угол поворота любого сечения пряжи в момент его входа в воронку относительно этого же сечения в момент прохождения пункта съема не зависит от выбора сечения и является постоянной величиной:

$$\int_0^L k(s,\tau)ds=\int_0^L k(s,0)ds\ \ \text{при всех}\ \ \tau\in R\,. \quad (4)$$

Из (4) и (3) следует

$$k(0,\tau)=k(0,0)\frac{g(\alpha(\tau)L)}{g(\alpha(0)L)}, \qquad (5)$$

где

$$g(x)=\frac{x}{1-e^{-x}}\quad (x>0). \qquad (6)$$

Из (3) и (5) получаем основную формулу для вычисления крутки пряжи:

$$k(s,\tau)=k(0,0)\frac{g(\alpha(\tau)L)}{g(\alpha(0)L)}e^{-\alpha(\tau)s}\qquad \left(0\leq s\leq L,\ \ \tau\in R\right). \qquad (7)$$

Для ее использования надо знать крутку k (0,0) пряжи в точке входа в воронку в момент времени L/V (так как именно это сечение пряжи прошло через пункт съема в момент τ = 0).

В стационарном случае $\alpha(\tau)\equiv\alpha$ не зависит от времени, поэтому из (7) $k(s,\tau)=k(0{,}0)e^{-\alpha s}\equiv k(s)$ не зависит от τ.

Таким образом, крутка выпускаемой пряжи в стационарном случае зависит только от s и изменяется по экспоненциальному закону

$$k(s)=k_0e^{-\alpha s},\quad (0\leq s\leq L), \qquad (8)$$

где $k_0=k(0)$ есть наибольшее значение крутки, достигающееся в точке s = 0 входа в воронку. Формула (8) получена ранее в [1].

Рассмотрим в качестве примера простой нестационарный случай, близкий к исследуемому в [2]. Пусть α_0 – жесткость пряжи в стационарном режиме. Предположим, что стационарный режим нарушается тем, что на сборный желоб прядильной камеры периодически поступает по одному волокну большей жесткости, причем выполняются следующие условия:

1) длина каждого из таких волокон постоянна и равна ℓ;

2) расстояние по окружности сборного желоба между задним концом любого волокна большей жесткости и передним концом следующего за ним такого же волокна постоянно и равно d;

3) жесткость при кручении любого сечения вырабатываемой пряжи, содержащего волокно большей жесткости, в момент прохождения этим сечением точки схода на сборном желобе постоянна и равна $\alpha_1 > \alpha_0$.

Пусть нулевой момент времени соответствует окончанию прохождения пункта съема на сборном желобе каким-нибудь из этих волокон большей жесткости. Тогда $\alpha(\tau)$ является ступенчатой (d+ℓ)/V-периодической функцией, причем

$$\alpha(\tau) = \begin{cases} \alpha_0 & \text{при } 0 \le \tau < d/V, \\ \alpha_1 & \text{при } d/V \le \tau < (d+\ell)/V. \end{cases} \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (7) с учетом (d+ℓ)/V-периодичности функции α(τ), получаем, что крутка k(s,τ) при любом фиксированном $s \in [0, L]$ также является (d+ℓ)/V-периодической функцией от τ, причем при $0 \le \tau <$(d+ℓ)/V она равна

$$k(s,\tau) = \begin{cases} k_0 e^{-\alpha_0 s} & \text{при } 0 \le s \le L \text{ и } 0 \le \tau < d/V, \\ k_1 e^{-\alpha_1 s} & \text{при } 0 \le s \le L \text{ и } d/V \le \tau < (d+\ell)/V. \end{cases} \qquad (10)$$

Здесь k_0 есть наибольшее значение крутки в случае стационарного режима при $\alpha \equiv \alpha_0$,

$$k_1 = k_0 \frac{g(\alpha_1 L)}{g(\alpha_0 L)} \qquad (11)$$

– наибольшее значение крутки по s при любом $\tau \in [d/V, (d+\ell)/V)$, то есть на участках, содержащих волокна повышенной жесткости. Заметим, что согласно (6) функция $g(x)$ положительна и строго возрастает на $(0, +\infty)$, поэтому из (11) следует $k_1 > k_0$.

При s = 0 согласно (10) получаем крутку пряжи в точке входа на поверхность воронки:

$$k(0,\tau) = \begin{cases} k_0 & \text{при } 0 \le \tau < d/V, \\ k_1 & \text{при } d/V \le \tau < (d+\ell)/V. \end{cases} \qquad (12)$$

ВЫВОДЫ

1. Получены формулы для вычисления крутки в любом сечении пряжи на участке баллонирования в зависимости от переменной жесткости на кручение в пункте съема на сборном желобе.

2. Формулы конкретизируют случай нарушения стационарного режима из-за периодического поступления в мычку волокон большей жесткости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Райкова Е. Ю.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1999, №2. С. 34...36.

2. *Ларин И. Ю. и др.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2001, №4. С.18...22.

Рекомендована кафедрой прядения. Поступила 16.10.02.