УДК 677.021

ПРОЦЕСС УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦЫ ВОЛОКНА С РАБОЧИМ ОРГАНОМ

А. Р. КОРАБЕЛЬНИКОВ, Д. А. ЛЕБЕДЕВ, Р. В. КОРАБЕЛЬНИКОВ

(Костромской государственный технологический университет)

Известно, что необходимым условием эффективной очистки волокна от сорных примесей является ударное взаимодействие очищаемого материала с рабочими органами очистительной машины. Ранее процесс ударного взаимодействия исследовался в [1, 2].

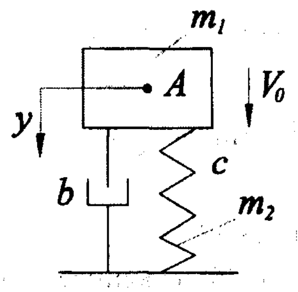

Рис. 1

Рассмотрим процесс взаимодействия частицы волокна при ударе ее о неподвижную поверхность с учетом массы упругого элемента в динамической модели. Динамическая модель процесса взаимодействия частицы волокна с неподвижной поверхностью представлена на рис. 1, где m_1 – часть массы волокна (пучка), сосредоточенная в т. А; m_2 – масса упругого элемента; $m_1 + m_2 = m$ – масса частицы; с – жесткость (динамическая) частицы волокна; b – коэффициент демпфирования.

При составлении математической модели процесса сделаем следующие допущения.

1. Поскольку нагружение при ударе о колосник (нарастание нагрузки) происходит в течение короткого промежутка времени (около четверти периода собственных колебаний частицы), демпфирующими свойствами пренебрегаем.

2. Жесткость пучка волокон принимаем постоянной (линейной).

3. Силой тяжести и сопротивления воздуха пренебрегаем.

4. Массу частицы, приходящуюся на упругий элемент, будем считать равномерно распределенной вдоль пружины.

Для составления математической модели процесса взаимодействия сначала найдем выражение для кинетической энергии системы массы волокна – массы упругого элемента.

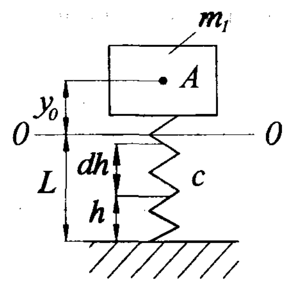

Рис. 2

С этой целью рассмотрим следующую расчетную схему (рис.2). Пусть масса m_1 взаимодействует с опорой через упругий элемент с, имеющий определенную массу. Пусть упругий элемент условно растянут на величину y_0 относительно положения равновесия.

Кинетическая энергия системы

$$T = T_1 + T_2, \qquad (1)$$

где T_1 – кинетическая энергия массы m_1 при переходе через среднее положение; T_2 – кинетическая энергия всего упругого элемента (для m_2).

Кинетическая энергия массы m_1:

$$T_1 = \frac{m_1 V^2}{2} = \frac{m_1 y_0^2 \omega^2}{2}, \qquad (2)$$

где ω – круговая частота системы.

Для определения кинетической энергии упругого элемента воспользуемся методом Релея [3]. Выделим участок упругого элемента длиной dh (рис.2). Его масса будет равна μdh (μ – масса единицы длины упругого элемента, например, 1 см). Если в среднем положении длина упругого элемента равна L, а расстояние до выделенного элемента h, то максимальное перемещение элемента составит $\frac{h}{L} y_0$.

Кинетическая энергия выделенного упругого элемента с массой μdh при переходе через среднее положение

$$dT_2 = \frac{1}{2} \mu dh \left(\frac{h}{L} y_0 \omega\right)^2,$$

а кинетическая энергия всей массы упругого элемента

$$T_2 = \frac{1}{2} \frac{\mu\omega^2}{L^2} y_0^2 \int_0^L h^2 dh = \frac{\mu\omega^2 y_0^2}{2L^2} \frac{1}{3} L^3 = \frac{1}{2} \omega^2 y_0^2 \frac{m_2}{3}, \qquad (3)$$

где $m_2 = \mu L$.

Полная кинетическая энергия системы при максимальном отклонении от положения равновесия y_0 равняется

$$T = T_1 + T_2 = \frac{m_1 y_0^2 \omega^2}{2} + \frac{1}{2} \omega^2 y_0^2 \frac{m_2}{3} = \frac{1}{2} y_0^2 \omega^2 \left(m_1 + \frac{m_2}{3}\right). \qquad (4)$$

Для любого положения массы можно записать:

– для кинетической энергии

$$T = \frac{1}{2} y^2 \omega^2 \left(m_1 + \frac{m_2}{3}\right), \qquad (5)$$

– для потенциальной энергии

$$\Pi = \frac{1}{2} c y^2. \qquad (6)$$

В целях составления дифференциального уравнения движения системы воспользуемся уравнением Лагранжа 2-го рода [4]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} = 0. \qquad (7)$$

Примем $y\omega = \dot{y}$.

Выражение (5) перепишем в виде

$$T = \frac{1}{2} (\dot{y})^2 \left(m_1 + \frac{m_2}{3}\right). \qquad (8)$$

Тогда, продифференцировав (8) и (6) в соответствии с (7), получим

$$\left(m_1 + \frac{m_2}{3}\right) \ddot{y} + c y = 0. \qquad (9)$$

Обозначим

$$p = \sqrt{\frac{c}{m_1 + \frac{m_2}{3}}}, \qquad (10)$$

где p – частота собственных колебаний системы.

Найдем период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 + \frac{m_2}{3}}{c}}. \quad (11)$$

Если считать, что рост ударной нагрузки происходит за время от t=0 до $t = \frac{T}{4}$, то время нарастания нагрузки составит

$$t_н = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1 + \frac{m_2}{3}}{c}}. \quad (12)$$

Решением дифференциального уравнения (9) будет

$$y = A\sin pt + B\cos pt. \quad (13)$$

Уравнение (13) есть общее решение дифференциального уравнения (9) и значения A и B могут быть разными в зависимости от начальных условий. Так, если рассматривать вопрос удара массы m_1 через упругий элемент c и считать, что предварительной деформации упругого элемента не было, а скорость массы составляла V_0, то начальные условия запишутся так:

$$\text{при } t=0 \qquad y=0, \qquad \frac{dy}{dt} = V_0.$$

В соответствии с этим из (13) получим

$$B=0, \qquad A = \frac{V_0}{p}.$$

Тогда

$$y = \frac{V_0}{p}\sin pt. \quad (14)$$

Максимальная деформация упругого элемента

$$y_{max} = \frac{V_0}{p} = V_0\sqrt{\frac{m_1 + \frac{m_2}{3}}{c}}. \quad (15)$$

Время удара равняется:

$$t_у = t_н + t_{отр}, \quad (16)$$

где $t_н$ – время нарастания нагрузки; $t_{отр}$ – время отхода назад.

Как показано выше,

$$t_н = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m_1 + \frac{m_2}{3}}{c}},$$

а величина $t_{отр}$ будет зависеть от многих параметров (от коэффициента восстановления скорости, от состояния волокна, его влажности и др.). Следовательно, время $t_{отр}$ лучше определять экспериментально, поскольку оно, как правило, отличается от $t_н$.

Отметим, что для исследования динамики процесса взаимодействия в нашем случае достаточным является определение $t_н$ и максимальной силы удара.

Для определения силы взаимодействия при ударе частицы о поверхность дважды продифференцируем выражение (14):

$$\ddot{y} = -V_0 p \sin pt. \quad (17)$$

Максимальная сила составит

$$P^{и}_{max} = (m_1 + \frac{m_2}{3})V_0\sqrt{\frac{c}{m_1 + \frac{m_2}{3}}}. \quad (18)$$

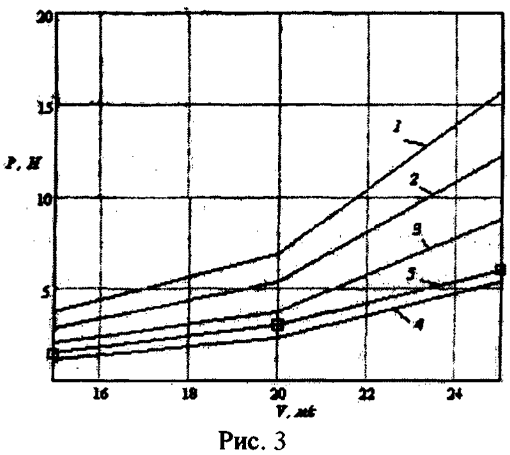

Рис. 3

На рис.3, где 1 – масса упругого элемента $m_2=0$ (то есть вся масса частицы сосредоточена в т. А); 2 – масса $m_2 = \frac{m}{3}$; 3 – масса $m_2 = \frac{2}{3}m$; 4 – вся частица рассматривается как упругий элемент; 5 – кривая экспериментальных данных, изображена зависимость расчетной силы удара от V_0 при различных соотношениях m_1 и m_2 в общей массе пучка m (масса пучка 40 мг). Там же показаны экспериментальные значения усилий при ударе. Исследования проводили на стенде и по методике из [5].

Анализ полученных результатов показал, что наиболее близкими по значению усилия удара частицы волокна о колосник к экспериментальным данным является случай, когда рассматривается удар частицы волокна как упругого элемента, обладающего массой. Этот результат можно считать достаточно важным в развитии теории ударного взаимодействия пучков волокон с рабочими органами.

Следовательно, для практических расчетов максимальной силы удара можно пользоваться формулой (18), которая примет вид:

$$P^{и}_{max} = \frac{m}{3} V_0 \sqrt{\frac{3c}{m}}. \tag{19}$$

ВЫВОДЫ

1. При исследовании ударного взаимодействия пучка волокон с рабочим органом установлено, что массу пучка следует рассматривать как упругий элемент, обладающий массой. Экспериментальные и теоретические значения при таком подходе показали наилучшее совпадение.

2. Разработана методика, позволяющая расчетным путем определить основные параметры удара пучка волокон о рабочий орган(время нарастания нагрузки, период колебаний, максимальную силу удара).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бурнашев Р.З. и др.* Информационное сообщение № 315. – Ташкент: ФАН, 1983.
2. *Махкамов Р. Г.* Повышение технологической надежности хлопкоочистительных машин, работающих в ударном режиме. – Ташкент: ФАН, 1989.
3. *Тимошенко С. П. и др.* Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985.
4. *Комаров М. С.* Динамика механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1969.
5. *Лебедев Д.А.* // Вестник КГТУ, № 5, 2002.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 11.10.02.