УДК 677.08.021.16/22

ДЕФОРМАЦИЯ ВОЛОКНА ПРИ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ РАССОРТИРОВКЕ ВОЛОКНО-ВОЗДУШНОЙ СМЕСИ

Ф. Р. КАХРАМАНОВ, В. Д. ФРОЛОВ, Е. Н. НИКИФОРОВА, Р. М. ПАРИНОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Технологические условия рассортировки волокон хлопка, шерсти, котонизированного льна по длинам предусматривают достаточно полную разрыхленность сырья и возможность управления аэромеханическим процессом [1]. Скоростной поток воздуха, действующий на распрямленное одиночное волокно, влияет на его ориентацию, а эффективность управления связана с диаметром, длиной и извитостью волокна [2].

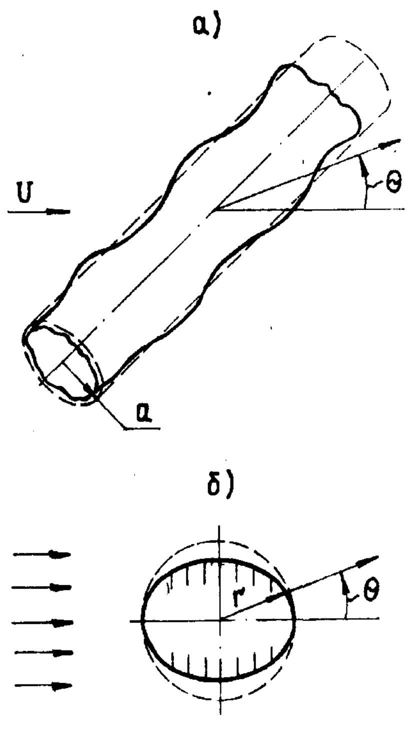

Рис. 1

Рассмотрим волокно как бесконечно длинное тело вращения цилиндрической формы (рис.1-а,б), определяемой уравнением

$$r = a\,(1 - \varepsilon \sin^2 \theta), \qquad (1)$$

где r – радиус волокна; a – радиус цилиндра; ε – параметр завихренности; θ – угол, характеризующий отрыв потока.

Уравнение (1) можно рассматривать как первое приближение для эллипса или, в зависимости от условий технологического процесса, как описание поверхности более сложной кривой.

Малые возмущения в набегающем потоке представляют собой параллельное течение с малой постоянной завихренностью (рис. 1-б), где скорость определяется формулой

$$\psi_{\infty y} = U\left(1 + \varepsilon \frac{y}{a}\right) = U\left(1 + \varepsilon \frac{r}{a} \sin\theta\right). \qquad (2)$$

Функция тока равна

$$\psi_{\infty} = U\left(y + \frac{1}{2}\varepsilon \frac{y^2}{a}\right) =$$

$$= U\left[r\sin\theta + \frac{1}{4}\varepsilon \frac{r^2}{a}(1 - \cos 2\theta)\right], \qquad (3)$$

а завихренность

$$\omega_\infty = -\nabla^2\psi = -\varepsilon\frac{U}{a}. \qquad (4)$$

Уравнение и граничные условия с полным учетом основных факторов технологического процесса:

$$\psi_{rr} + \frac{\psi_r}{r} + \frac{\psi_{\theta\theta}}{r^2} = \varepsilon\frac{U}{a}, \qquad (5)$$

$$\psi \to U\left[r\sin\theta + \frac{1}{4}\varepsilon\frac{r^2}{a}(1-\cos 2\theta)\right] \quad \text{при } r \to \infty, \qquad (6)$$

$$\psi(a,\theta) = 0. \qquad (7)$$

Если безразмерный параметр завихренности ε мал и волокно не вызывает дополнительной циркуляции, то можно утверждать с достаточной вероятностью, что течение воздушного потока и смеси в нем отвечает параметрам безвихревого движения. Следовательно, решение задачи найдем с учетом возмущения на поверхности и разложением по степеням:

$$\psi(r,\theta,\varepsilon) = \psi_0(r,\theta) + \varepsilon\psi_1(r,\theta) + \ldots, \qquad (8)$$

где ψ_0 – основное решение наложением на равномерный поток течения от диполя, помещенного в центре круга:

$$\psi_0 = U\left(r - \frac{a^2}{r}\right)\sin\theta. \qquad (9)$$

Подставив ряд (9) в уравнение (5), с учетом граничных условий (6) и (7), а также сути технологического процесса получим задачу для решения возмущения первого порядка ψ_1:

$$\psi_{1rr} + \frac{\psi_{1r}}{r} + \frac{\psi_{1\theta\theta}}{r^2} = \frac{U}{a}, \qquad (10)$$

$$\psi_1 \to \frac{1}{4}\frac{U}{a}r^2(1-\cos 2\theta) \quad \text{при } r \to \infty, \qquad (11)$$

$$\psi_1(a,\theta) = 0. \qquad (12)$$

Если набегающий поток равномерный, то завихренность обращается в нуль и ψ удовлетворяет уравнению движения Лапласа

$$\psi_{rr} + \frac{\psi_r}{r} + \frac{\psi_{\theta\theta}}{r^2} = 0 \qquad (13)$$

с граничными условиями:

в набегающем потоке $\psi(r,\theta) \to U_r \sin\theta$ при $r \to \infty$, (14)

на поверхности тела $\psi(a,\theta) = 0$. (15)

Далее приравняем члены с одинаковыми степенями ε и для первых двух членов разложения получим

$$\nabla^2\psi_0 = 0,\ \psi_0 \to U_r\sin\theta \text{ при } r \to \infty, \qquad (16)$$

$$\nabla^2\psi_1 = 0,\ \psi_1 \to 0 \text{ при } r \to \infty. \qquad (17)$$

Условия (16) и (17) определяют уравнение вида

$$\psi_0[a(1-\varepsilon\sin^2\theta),\theta] +$$

$$+\varepsilon\psi_1[a(1-\varepsilon\sin^2\theta),\theta] + \ldots = 0. \qquad (18)$$

В связи с тем, что параметр возмущения ε в первом аргументе функции входит как в явном, так и в неявном виде, приравнять к нулю члены с различными степенями невозможно, следовательно, необходимо провести разложение функции в ряды для получения явной зависимости от ε. Предположим, что функции ψ_0 и ψ_1 являются аналитическими по r. Разложим тогда их в ряды Тейлора вблизи r = a. Оставив только линейные члены уравнения, получим

$$\psi_0(a,\theta) - \varepsilon\, a\sin^2\theta\, \psi_{0r}(a,\theta) + \varepsilon\, \psi_1(a,\theta) + \ldots = 0. \qquad (19)$$

Сравнив коэффициенты при одинаковых степенях ε и использовав уравнения (9) для основного решения ψ_0, запишем соотношения

$$\psi_0(a,\theta) = 0, \qquad (20)$$

$$\psi_1(a,\theta) = a\sin^2\theta\, \psi_{0r}(a,\theta) = 1/2\, U_a(3\sin\theta - \sin3\theta). \qquad (21)$$

Таким образом, решение задачи возмущения (16) и (17) имеет ту же форму, что и основная задача, и ее решение при полном приближении первого порядка будет иметь вид

$$\psi = U\left(r - \frac{a^2}{r}\right)\sin\theta + \frac{1}{2}\varepsilon U\cdot \left(3\frac{a^2}{r}\sin\theta - \frac{a^4}{r^3}\sin3\theta\right) + 0\left(\varepsilon^2\right). \qquad (22)$$

Решение задачи возмущения на поверхности волокна получим после подстановки значения r из уравнения (1) в (22):

$$\psi = U\left[a\left(1-\varepsilon\sin^2\theta\right) - \frac{a^2}{a\left(1-\varepsilon\sin^2\theta\right)}\right]\sin\theta + \frac{1}{2}\varepsilon U\left[3\frac{a^2}{a\left(1-\varepsilon\sin^2\theta\right)}\right]\sin\theta - \frac{a^4}{a^3\left(1-\varepsilon\sin^2\theta\right)^3}\sin3\theta + 0\left(\varepsilon^2\right). \qquad (23)$$

После упрощения (23) значение возмущения на поверхности волокна равно

$$\psi = U\,[a\,(1 - \varepsilon\sin^2\theta)] + 3\sin\theta. \qquad (24)$$

В отдельных случаях при нахождении возмущения на поверхности волокна уместно упростить результат без ущерба для решения задачи в технологическом процессе. Для этого отбросим члены высшего порядка как несущественные путем разложения в ряд Тейлора вблизи основного значения r = a. При этом частное решение задачи возмущения сведется к нахождению скорости воздуха на поверхности волокна из упрощенного выражения путем подстановки r = a в уравнение (22):

$$v_S = U\,(2\sin\theta + \varepsilon\sin3\theta + \ldots\ldots). \qquad (25)$$

При наиболее благоприятных технологических условиях решения, полученные методом возмущения (25), приводят в целом к удовлетворительным результатам. Тем не менее, часто ряды явно не являются сходящимися, особенно при возмущении параметра r, но асимптотический характер рядов означает, что некоторые разложения могут иметь достаточную точность в поле течения возмущенного потока при разумно малых ε. Такая точность имеет место в разложениях Рэлея – Янсена при числах Маха, меньших критического, что говорит о решении задачи регулярных возмущений.

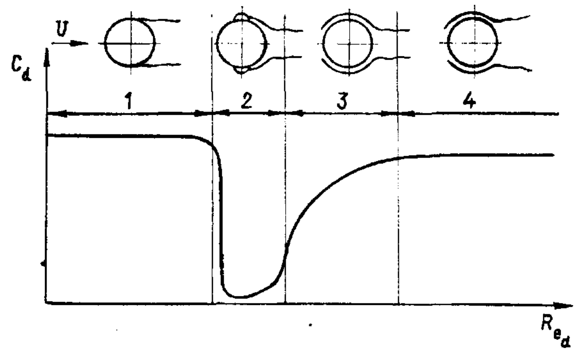

Рис. 2

Влияние числа Рейнольдса, турбулентности, шероховатости поверхности и числа Маха на сопротивление потоку воздуха волокна в виде цилиндра, установленного перпендикулярно потоку, показано на рис.2 для четырех режимов обтекания. Каждому режиму свойственны определенный тип отрыва и соответствующие характеристики сопротивления, предложенные Акенбахом. При докритических значениях числа Рейнольдса (поз.1) пограничный слой – ламинарный и отрыв потока происходит при $\varphi \cong 80 - 90^\circ$. В диапазоне критических значений числа Рейнольдса (поз.2) происходит отрыв ламинарного потока, переход пограничного слоя в турбулентный, а затем – повторное присоединение турбулентного потока. Присоединенный турбулентный пограничный слой обладает большей энергией, чем ламинарный, и не отрывается до азимутального угла $\varphi \cong 140^\circ$ (поз.3). При этом ширина следа уменьшается, что приводит к значительному снижению сопротивления. И, наконец, в диапазоне больших закритических чисел Рейнольдса (поз.4) отрыв потока происходит в области $\varphi \cong 100^\circ$, а коэффициент сопротивления снова выходит на примерно постоянный уровень.

ВЫВОДЫ

1. Найдено решение задачи возмущения на поверхности одиночного волокна.
2. Рассмотрено влияние числа Рейнольдса на сопротивление потоку воздуха волокна в виде цилиндра, установленного перпендикулярно потоку.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Фролова И.В., Андреев А.Ю., Кахраманов Ф.Р.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, №2. С.72 ... 76.

2. Свидетельство на полезную модель №14736 РФ. Устройство для аэромеханической рассортировки волокон / И.В. Фролова, Ф.Р. Кахраманов, Максимовская Т.Ю., Чистобородова Н.Г. – Опубл. 2000. Бюл. №23.

Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 30.03.01.