УДК 677.21.021

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА С ПРЯДКОЙ ВОЛОКНА В ПРОЦЕССЕ ОЧИСТКИ

Р.В. КОРАБЕЛЬНИКОВ, А.В. ШИРЯЕВ, А.Р. КОРАБЕЛЬНИКОВ

(Костромской государственный технологический университет)

Рассмотрим движение сорной частицы, находящейся в волокне, под ударами рабочего органа очистительной машины (зубьев, ножей отбойного органа, бил и др.).

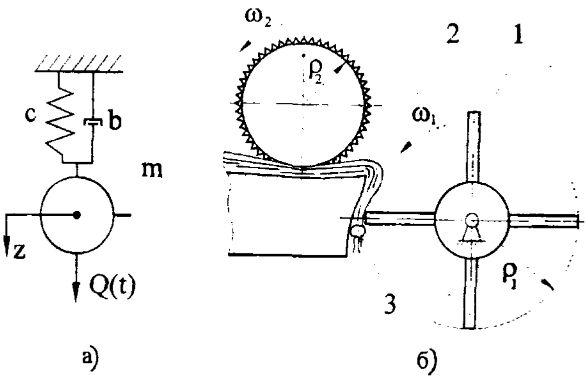

Рис. 1

На рис 1-а показан случай взаимодействия вращающегося отбойного органа 1 с бородкой волокна 2, включающей сорную примесь 3. Это вариант очистителя волокна с зажимным устройством, например, с питающим столиком.

На рис. 1-б представлена динамическая модель (система) рассматриваемого процесса, где c – коэффициент жесткости прядки волокна; b – коэффициент демпфирования; m – масса сорной частицы; z – координата движения центра масс; Q(t) – периодическая сила, действующая со стороны отбойного органа; ω_1 – угловая частота вращения отбойного органа; ϱ_1 – радиус отбойных лопастей.

При составлении модели приняты следующие допущения:

– так как скорость подачи волокна питающим валиком мала по сравнению со скоростью вращения отбойных ножей, то изменением длины прядки пренебрегаем;

– коэффициенты жесткости и демпфирования считаем постоянными;

– удар отбойного ножа по сорной частице будем считать неупругим;

– силой трения прядки волокна о питающий столик пренебрегаем.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний изображенной на схеме динамической системы будет иметь вид:

$$\ddot{z} + 2n\dot{z} + k^2 z = \frac{1}{m} Q(t), \qquad (1)$$

где n – коэффициент затухания; $2n = b/m$; k – круговая частота собственных колебаний системы; $k^2 = c/m$; $Q(t_1)$ – возмущающая сила, действующая с момента времени t_1.

Решение дифференциального уравнения (1) при малом сопротивлении n<k при начальных условиях $z_0 = 0$; $\dot{z}_0 = 0$ [1]:

$$z=\frac{1}{mk_1}\int_0^t Q(t_1)e^{-n(t-t_1)}\sin k_1(t-t_1)dt_1, \quad (2)$$

где $k_1=\sqrt{k^2-n^2}$ – частота затухающих колебаний.

Если считать, что сила Q постоянная и приложена к системе в момент времени t_1=0 внезапно, и действует в течение промежутка времени τ, то уравнение вынужденных колебаний прядки при $t\geq\tau$ [1]:

$$z=\frac{Q}{c}\left\{e^{-n(t-\tau)}\left[\frac{n}{k_1}\sin k_1(t-\tau)+\cos k_1(t-\tau)\right]-e^{-nt}\left(\frac{n}{k_1}\sin k_1 t+\cos k_1 t\right)\right\} \text{ при } t\geq\tau. \quad (3)$$

Пренебрегая сопротивлением, получаем

$$z=\frac{Q}{c}\{\cos k(t-\tau)-\cos kt\}=$$

$$=\frac{2Q}{c}\sin\frac{k\tau}{2}\sin k\left(t-\frac{\tau}{2}\right), \quad (4)$$

$$z_{max}=\frac{2Q}{c}\sin\frac{k\tau}{2} \quad (5)$$

при $t_m=\frac{\tau}{2}+\frac{\pi}{2k}$.

Отбойные ножи воздействуют на волокно в течение малого промежутка времени τ, поэтому их действия можно считать импульсами мгновенных сил:

$$S=\lim_{\tau\to 0}(Q\tau). \quad (6)$$

Для того, чтобы перейти к колебаниям от импульса мгновенной силы S по формуле (6), выражение (3) следует умножить и разделить на τ и, раскрывая неопределенность вида 0/0 по правилу Лопиталя, записать

$$z=\frac{S}{mk_1}e^{-nt}\sin k_1 t. \quad (7)$$

Максимальное значение z будет при $t=\frac{T}{4}$, когда $\sin k_1 t=1$:

$$z_{max}=\frac{S}{mk_1}e^{-\frac{nT}{4}}=\frac{S}{mk}e^{-\frac{\pi n}{2k}}, \quad (8)$$

где T – период колебаний системы без затухания, при малых значениях n можно считать $k_1\approx k$.

$$t\approx\frac{T}{4}=\frac{\pi}{2k}. \quad (9)$$

При n =0

$$z=\frac{S}{mk}\sin kt=\frac{Sk}{c}\sin kt, \quad (10)$$

$$z_{max}=\frac{Sk}{c}. \quad (11)$$

В случае, когда колебания вызываются несколькими ударами, если импульсы возникают через промежуток времени t_j (j=1, 2, …ϱ) (t_1=0), где ϱ – число импульсов, уравнение принимает вид при $t>t_j$ [1]:

$$z=\frac{1}{mk_1}\sum_{j=1}^{\varrho}S_j e^{-n(t-t_j)}\sin k_1(t-t_j). \quad (12)$$

Для случая n=0:

$$z=\frac{1}{mk}\sum_{1}^{p}S_j\sin k(t-t_j)=\frac{1}{mk}\left[S_0\sin kt+S_1\sin k(t-T_1)+S_2\sin k(t-2T_1)+...+S_p\sin k(t-\varrho T_1)\right], \qquad (13)$$

где T_1 – период воздействия отбойных ножей.

При неупругом ударе импульс можно определить из известного выражения:

$$S_j=\frac{m_{пр}m(V-V_j)}{m_{пр}+m} \quad (j=0,\ 1,\ 2...\varrho), \qquad (14)$$

где $m_{пр}$ – масса отбойного органа, приведенная к точке удара; V_j – скорость массы m в начале каждого удара; V – скорость отбойного органа, $V=\omega_1\varrho_1$ (согласно схеме рис. 1-а).

Продифференцировав (13), получим уравнение для определения скорости массы в начале каждого удара.

Ограничимся рассмотрением двух импульсов.

Определим импульсы мгновенных сил при первом и втором ударе.

Так, при первом ударе импульс мгновенных сил будет:

$$S_0=\frac{m_{пр}m(V-V_0)}{m_{пр}+m}=\frac{m_{пр}mV}{m_{пр}+m}, \qquad (15)$$

где V_0 – скорость массы перед первым ударом.

Из начальных условий перед первым ударом масса неподвижна, то есть $V_0=0$.

При втором ударе

$$S_1=\frac{m_{пр}m(V-V_1)}{m_{пр}+m}, \qquad (16)$$

где V_1 – скорость массы в начале второго удара определится из выражения:

$$V_1=\dot{z}=\frac{S_0}{m}\cos kt, \qquad (17)$$

$$V_{1max}=\frac{S_0}{m}. \qquad (18)$$

Подставляя в (16) выражения (18) и (15), получаем

$$S_1=S_0\frac{m}{m_{пр}+m}. \qquad (19)$$

Выражение (19) свидетельствует о том, что последующий импульс мгновенных сил значительно меньше первого, поэтому им можно пренебречь.

Тогда уравнение колебаний массы будет

$$z=\frac{S_0}{mk}\sin kt. \qquad (20)$$

Скорость ее определится как

$$\dot{z}=\frac{S_0}{m}\cos kt. \qquad (21)$$

Поскольку $m_{пр}>>m$, запишем, что

$$S_0=mV. \qquad (22)$$

Амплитуда колебаний сорной частицы составит

$$A=\frac{S_0}{mk}=\frac{V}{k}=\frac{\omega_1\varrho_1}{k}=\omega_1\varrho_1\sqrt{\frac{m}{c}}, \qquad (23)$$

а наибольшая скорость ее определится следующим образом:

$$\dot{z}_{max}=\frac{S_0}{m}=V=\omega_1\varrho_1. \qquad (24)$$

Из выражений (23) и (24) следует, что масса отбойного органа не влияет на амплитуду и скорость колебаний системы.

Из (23) можно заключить, что на амплитуду колебаний в значительной степени влияет скорость отбойного органа, жесткость прядки и масса сорной частицы. В любом случае максимальная скорость равна скорости отбойного органа согласно (24).

Сорная частица отделяется от волокна при условии, когда упругая сила достигает значения, равного силе сцепления ее с волокном, то есть

$$P_y = Ac \geq P_c \qquad (25)$$

или

$$P_y = \omega_1 \varrho_1 \sqrt{mc} \geq P_c. \qquad (26)$$

Зная среднее значение силы сцепления сорных частиц с волокном, а также среднее значение m и c, можно выбрать рациональные значения скорости отбойного органа.

Сорная частица отделится от волокна также при условии, если ударная сила будет превосходить силу ее сцепления с волокном:

$$Q = \frac{mV}{\tau} \geq P_c, \qquad (27)$$

где Q – ударная сила.

ВЫВОДЫ

1. Предложена методика теоретического исследования процесса взаимодействия рабочего органа с прядкой волокна в процессе очистки.
2. Установлено, что на характер движения прядки волокна с сорной частицей в первую очередь влияет скорость отбойного органа и не влияет его приведенная масса.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Яблонский А.А., Норейко С.С.* Курс теории колебаний. – М.: Высшая школа, 1975.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 29.03.01.