УДК 681.3:512.64

МОДЕЛЬ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ЛИНЕЙНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ ВАЛКОВОЕ УСТРОЙСТВО – ТЕКСТИЛЬНЫЙ МАТЕРИАЛ

Е.Н. КАЛИНИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

Для описания свойств исследуемой линейной механической динамической системы применим операторные передаточные функции, основой которых являются преобразования Лапласа, с символическим методом анализа линейных систем [1], использующим оператор дифференцирования.

Исследуем поведение линейной стационарной системы в частотной р-области с помощью ряда передаточных функций, связывающих реакцию системы с ее возбуждением. В соответствии с представлением изучаемой системы в виде механической цепи, состоящей из совокупности соединенных между собой активных и пассивных двухполюсников [2], передаточная функция связывает возбуждение на входе во временной t-области с реакцией системы на выходе в форме преобразований Лапласа при нулевых начальных условиях (ННУ) системы. Применительно к рассматриваемой системе (система с сосредоточенными параметрами) передаточная функция Т(р) является рациональной, представляющей отношение двух конечных полиномов от р с целыми степенями.

Используя динамические (операторные) характеристики в функции от переменной р, определяющие свойства элементов цепи и позволяющие определять передаточные функции через переменные с разной размерностью: операторный импеданс $Z(p)=\dfrac{\overline{F}(p)}{\overline{v}(p)}$ и операторную жесткость

$$R(p)=\frac{\overline{F}(p)}{\overline{d}(p)}=pZ(P),$$

где $\overline{F}(p)$ и $\overline{d}(p)$ – силовые и кинематические переменные системы, определяемые с помощью уравнений (8)...(14) из [3], выразим передаточные функции, отражающие реакцию системы на возмущение, описывающей поведение валкового устройства, взаимодействующего со слоем текстильного материала, обрабатываемого равномерно распределенным по ширине давлением.

Источниками внешнего возмущения системы в рассматриваемой системе нами определены характеристики, определяющие технологические и эксплуатационные параметры устройства в наиболее типичных ситуациях работы валкового устройства [2]:

– периодическое возмущение, обусловленное прохождением шва в соединении полотен обрабатываемого материала. Функция цепи, представляющая преобразование кинематической переменной (перемещения) источника возмущения – активного двухполюсника $\overline{d}_4(p)$ [2] в ускорение вала, имеющего эластичное покрытие, с массой m_1, выражаемое в виде суммы кинематических переменных упругого k_2 и вязкого r_2 элементов системы. Передаточная функция, характеризующая преобразование, будет иметь вид

$$T_1(p) = \left.\frac{\bar{a}_{m1}(p)}{\bar{d}_4(p)}\right|_{ННУ} = \left.\frac{p^2[\bar{d}_{10}(p) + \bar{d}_9(p)]}{\bar{d}_4(p)}\right|_{\bar{d}_2=0} = \frac{p^2[2\bar{d}_4(p)]}{\bar{d}_4(p)}, \tag{1}$$

где $\bar{a}_{m1}(p) = p^2[\bar{d}_{10}(p) + \bar{d}_9(p)]$ – кинематическая переменная результирующего двухполюсника m_1, определяемая в соответствии с законом Кирхгофа для последовательного соединения элементов системы; $\bar{d}_{10}(p) = \bar{d}_4(p)$; $\bar{d}_9(p) = \bar{d}_2(p) + \bar{d}_4(p)$ – определяются в соответствии с уравнениями основных контуров [4];

– функция цепи, характеризующая преобразование кинематической переменной (перемещения) источника возмущения – активного двухполюсника $\bar{d}_4(p)$ [2] в ускорение приводного вала с массой m_2, выражаемое в виде суммы кинематических переменных (ускорений) упругого k_5 и демпфирующего r_5 элементов системы. Передаточная функция, характеризующая описанное преобразование, имеет вид

$$T_2(p) = \left.\frac{\bar{a}_{m2}(p)}{\bar{d}_4(p)}\right|_{ННУ} = \left.\frac{p^2[\bar{d}_{17}(p) + \bar{d}_{14}(p)]}{d_4(p)}\right|_{\substack{\bar{d}_5=0\\ T_5=0}} = \frac{p^2[-3(R_{17} + R_{18} - R_{19}) + 1]}{\Delta_R(p)\bar{d}_4(p)}, \tag{2}$$

где $\bar{a}_{m2}(p) = p^2[\bar{d}_{17}(p) + \bar{d}_{14}(p)]$ – кинематическая переменная результирующего двухполюсника m_2;

$$\bar{d}_{17}(p) = \{-\frac{2}{\Delta_R(p)}[(R_{17} + R_{18} - R_{19})(\bar{d}_4(p) + \bar{d}_5(p))]\} + (\bar{d}_4(p) + \bar{d}_5(p));$$

$$\bar{d}_{14}(p) = -\frac{1}{\Delta_R(p)}[(R_{17} + R_{18} - R_{19})(\bar{d}_4(p) + \bar{d}_5(p))];$$

$\Delta_R(p)$ – характеристический полином, выраженный в форме операторной жесткости $R(p)$ из главного определителя матрицы D_Σ [3], представленной в Лапласовых преобразованиях;

– периодическое возмущение, обусловленное прохождением шва в соединении полотен обрабатываемого материала. Функция цепи характеризует преобразование кинематической переменной (перемещения) $\bar{d}_4(p)$ [2] в относительное перемещение остова устройства с массой m_3, выражаемое в виде суммы кинематических переменных (ускорений) упругого k_6 и вязкого r_6 элементов системы. Передаточную функцию, выражающую описанное преобразование, можно записать так:

$$T_3(p)=\frac{\bar a_{m3}(p)}{\bar d_4(p)}\bigg|_{ННУ}=\frac{p^2[\bar v_6(p)+\bar v_{16}(p)]}{\bar v_4(p)}\bigg|_{\substack{\bar F_{15}=0\\ \bar v_5=0}}=-\frac{p^2[(Z_{17}+Z_{18}-Z_{19})\bar v_4(p)+Z_{19}\bar v_4(p)]}{\Delta_Z(p)\bar v_4(p)}, \quad (3)$$

где $\bar a_{m3}(p)=p[\bar v_6(p)+\bar v_{16}(p)]$ – кинематическая переменная результирующего двухполюсника m_3;

$$\bar v_6(p)=-\frac{1}{\Delta_Z(p)}\left[Z_{19}(\bar v_4(p)+\bar v_5(p)+\bar F_{15}(p)\right];$$

$$\bar v_{16}(p)=\bar v_3(p)=-\frac{1}{\Delta_Z(p)}\cdot$$

$$\cdot[(Z_{17}+Z_{18}-Z_{19})(\bar v_4(p)+\bar v_5(p))];$$

$\Delta_Z(p)$ – характеристический полином, выраженный в форме операторного динамического импеданса Z(p) из главного определителя матрицы D_Σ, представленный в Лапласовых преобразованиях;

– периодическое возмущение, обусловленное общей неуравновешенностью вала с массой m_1. Функция цепи, выражающая преобразование возмущения, представленного в форме кинематической переменной $\bar d_2(p)$ – величины дисбаланса вала, в его ускорение $\bar a_{m_1}(p)$

$$T_4(p)=\frac{p^2[\bar d_{10}(p)+\bar d_9(p)]}{\bar d_2(p)}\bigg|_{\bar d_4=0}=\frac{p^2[\bar d_2(p)]}{\bar d_2(p)}, \quad (4)$$

где $\bar d_{10}(p)=\bar d_4(p)$; $\bar d_9(p)=\bar d_2(p)+\bar d_4(p)$; – периодическое возмущение, обусловленное общей неуравновешенностью приводного вала с массой m_2. Функция цепи, выражающая преобразование возмущения, представленного в форме кинематической переменной $\bar d_5(p)$ – величины дисбаланса вала, в его ускорение $\bar a_{m2}(p)$. Передаточная функция имеет вид

$$T_5(p)=\frac{\bar a_{m2}}{\bar d_5(p)}\bigg|_{ННУ}=\frac{p^2[\bar d_{14}(p)+\bar d_{17}(p)]}{\bar d_5(p)}\bigg|_{\bar d_4=0}=\frac{p^2[-3(R_{17}+R_{18}-R_{19})+1]}{\Delta_R(p)}, \quad (5)$$

где $\bar d_{14}(p)=\bar d_3(p)$;

$$\bar d_{17}(p)=\bar d_1(p)+\bar d_3(p)+\bar d_4(p)+\bar d_5(p);$$

$$\bar d_3(p)=\bar d_1(p);$$

$$\bar d_1(p)=-\frac{1}{\Delta_R(p)}[(R_{17}+R_{18}-R_{19})\cdot$$

$$\cdot(\bar d_4(p)+\bar d_5(p))];$$

– функция цепи $T_{61}(p)$, отражающая периодическое возмущение, характеризуемое преобразованием перемещения $\bar d_4(p)$ при прохождении шва через жало валов, в скорость $\bar v_3(p)$ деформации эластичной оболочки вала с массой m_3 или $T_{62}(p)$ – в абсолютную деформацию $\bar d_3(p)$ эластичной оболочки:

$$T_{61}(p)=\left.\frac{\bar{v}_3(p)}{\bar{d}_4(p)}\right|_{ННУ}=\left.\frac{p\bar{v}_3(p)}{\bar{v}_4(p)}\right|_{\bar{v}_5=0}=\frac{p(Z_{17}+Z_{18}-Z_{19})}{\Delta_Z(p)}, \tag{6}$$

$$T_{62}(p)=\left.\frac{\bar{d}_3(p)}{\bar{d}_4(p)}\right|_{ННУ}=\left.\frac{\bar{d}_3(p)}{\bar{d}_4(p)}\right|_{\bar{d}_5=0}=\frac{(R_{17}+R_{18}-R_{19})}{\Delta_R(p)}; \tag{7}$$

где $\bar{v}_4(p)=p\bar{d}_4(p)$; $\bar{k}_3(p)=-\frac{1}{\Delta_D(p)}\cdot$ $\cdot[(D_{17}+D_{18}-D_{19})(\bar{k}_4(p)+\bar{k}_5(p))]$ – выражение обобщенной кинематической переменной, выраженной для $T_{61}(p)$ в виде операторных импедансов $Z(p)$, и для $T_{62}(p)$ – в виде операторных жесткостей $R(p)$.

ВЫВОДЫ

Полученные выражения передаточных функций являются основой для интерпретации движения системы в фазовом пространстве; позволяют определить область устойчивости системы с использованием частотных критериев устойчивости, например, семейства кривых диаграммы Боде частотного отклика для различных начальных нулевых условий системы; дать как частотную, так и корневую оценку качества переходных процессов, протекающих в динамической системе, с определением запасов по фазе и частоте, а также собственные значения матрицы состояния системы значений собственных частот незатухающих колебаний и относительных коэффициентов демпфирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Канторович М.И.* Операционное исчисление и процессы в электрических цепях. – М.: Советское радио, 1975.
2. *Калинин Е.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 5.
3. *Калинин Е.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2001, № 2. С. 134...138.
4. *Калинин Е.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2001, №1. С.102...106.

Рекомендована кафедрой теплотехники. Поступила 16.05.01.