№ 4 (262) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 2001

УДК 677.11.620.1

ВЫВОД ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПРОЦЕССА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛЬНЯНОГО СЫРЦА С РАБОЧЕЙ КРОМКОЙ БИЛА ПРИ ТРЕПАНИИ

А.Б. ЛАПШИН, Е. Л.ПАШИН

(Всероссийский НИИ по переработке лубяных культур)

Силовой анализ взаимодействия текстильного материала с шероховатой поверхностью позволяет установить взаимосвязь между силой натяжения, силой нормального давления поверхности на материал, поперечной силой и изгибающими моментами [1...7]. В [6, 7], хотя и получены решения дифференциальных уравнений для поперечных сил при допущении $4k^2rh/(r+h)^2 << 1$, (k – коэффициент трения, r – радиус поверхности, h – половина толщины материала), отсутствует методика конкретного определения начальной величины (в сечении набегания) поперечной силы. Кроме того, решения для сил натяжения в [6,7] включают составляющие Эйлера вида $T_0 \exp(k\varphi)$ (T_0 – сила натяжения в ведомой ветви, φ – угол охвата), что не соответствует результатам [4, 5], согласно которым составляющие Эйлера имеют вид $T_0 \exp(k\varphi r/(r+h))$.

Цель данной работы – устранить указанное несоответствие и получить решение для поперечной силы в общем случае (без упомянутого выше допущения), что позволит выявить роль различных ускорений и сил в формировании силы натяжения при воздействии била трепального барабана на прядь льняного сырца. Под определяющими соотношениями будем понимать систему дифференциальных уравнений и окончательные аналитические выражения для упомянутых сил.

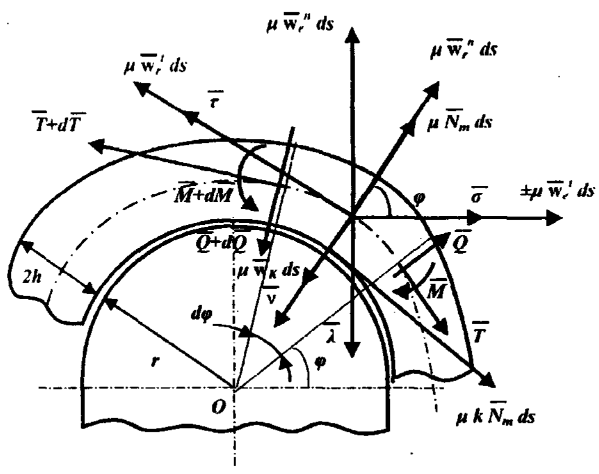

Рис. 1

Рассмотрим в процессе трепания движение слоя льняного сырца толщиной $2h$ по цилиндрической поверхности рабочей кромки радиуса r в плоскости нормального сечения цилиндра (рис.1). Выделим двумя сечениями бесконечно малый элемент слоя ds, соответствующий элементарному углу $d\varphi$. Проведем естественные оси $\overline{\tau}$ и $\overline{\nu}$ и оси $\overline{\sigma}$ и $\overline{\lambda}$, имеющие общее начало и направленные по касательной и главной нормали к оси слоя и к траектории центра масс элемента ds в его переносном движении. Ось $\overline{\lambda}$ направлена к оси барабана.

Покажем действующие на элемент ds силы натяжения $\overline{T}$ и $\overline{T}+d\overline{T}$, равнодействующие силы нормального давления рабочей поверхности $d\overline{N}=\mu \overline{N}_m ds$ и трения по Амонтону $d\overline{F}=k\mu \overline{N}_m ds$, поперечные силы $\overline{Q}$ и $\overline{Q}+d\overline{Q}$, изгибающие моменты $\overline{M}$ и $\overline{M}+d\overline{M}$, силы инерции $\mu \overline{w}_e^t ds$ и $\mu \overline{w}_e^n ds$, вызванные переносным движением поверхности, силы инерции $\mu \overline{w}_r^t ds$ и $\mu \overline{w}_r^n ds$ вследствие относительного движения слоя, силу инерции Кориолиса $\mu \overline{w}_K ds$.

Силы $\overline{N}_m$ и $k\overline{N}_m$ считаем отнесенными к единице массы, коэффициент μ – масса единицы длины слоя. Силы сопротивления воздушных потоков и силы тяжести не учитываем [7], слой толщины 2h полагаем несминаемым. При вычислении составляющих переносного ускорения пренебрегаем различием расстояния точек поверхности кромки от оси вращения барабана, поскольку радиус рабочей кромки мал по сравнению с радиусом последнего[7].

Дифференциальные уравнения плоского движения слоя по рассматриваемой цилиндрической поверхности получим на основании принципа Даламбера. Для этого к внешним силам добавим силы инерции и рассмотрим их равновесие.

Проектируя все силы на оси $\overline{\tau}$ и $\overline{\nu}$, получаем уравнения

$$(T+dT)\cos\frac{d\varphi}{2}-T\cos\frac{d\varphi}{2}-(Q+dQ)\cdot$$

$$\cdot\sin\frac{d\varphi}{2}-Q\sin\frac{d\varphi}{2}-dF+$$

$$+\mu ds\,(w_r^t+w_e^n\cos\varphi\pm w_e^t\sin\varphi)=0\,, \quad (1)$$

$$(T+dT)\sin\frac{d\varphi}{2}+T\sin\frac{d\varphi}{2}+$$

$$+(Q+dQ)\cos\frac{d\varphi}{2}-Q\cos\frac{d\varphi}{2}-dN-$$

$$-\mu ds\,(w_r^n-w_K+$$

$$+w_e^n\sin\varphi\pm w_e^t\cos\varphi)=0\,, \quad (2)$$

где w_K – ускорение Кориолиса; w_r^t, w_r^n – касательная и нормальная составляющие относительного ускорения; w_e^t, w_e^n – касательная и нормальная составляющие переносного ускорения слоя.

Из условия равенства нулю суммы моментов всех сил относительно центра O (рис.1) рабочей кромки будем иметь:

$$-M_1+M_2+(r+h)T+$$

$$+r\,dF-(r+h)(T+dT)-$$

$$-(r+h)dI_\tau+(r+h)Q\,d\varphi=0, \quad (3)$$

где $M_1, M_2=M_1$ – изгибающие моменты в сечениях элемента ds,

$$dI_\tau=\mu ds\,(w_r^t+w_e^n\cos\varphi\pm w_e^t\sin\varphi)\ .$$

Для того, чтобы система стала определенной, добавим уравнения, связывающие кривизну оси упругого слоя с изгибающим моментом и поперечной силой [6, 7]:

$$\pm\frac{dM}{ds}+Q+\frac{dF}{ds}h=0\,, \quad (4)$$

$$M=\frac{B_0}{\rho},\ B_0=EJ\,, \quad (5)$$

где $\rho=r+h$ – радиус кривизны оси слоя на рабочей кромке; B_0 – коэффициент жесткости слоя на изгиб; E – модуль продольной упругости слоя волокна; J – осевой момент инерции площади поперечного сечения слоя.

В уравнении (4) перед первым членом знаки (+) и (–) соответствуют движению слоя по направляющей в сторону увеличения и уменьшения его кривизны [6] соответственно. Направление положительного отсчета s совпадает с направлением движения слоя. Третий член в (4) учитывает эксцентрично приложенную силу трения относительно оси слоя.

Таким образом, система уравнений (1...4) служит для определения T, N, Q, M в зависимости от аргумента φ. Учитывая малость угла $d\varphi$ и пренебрегая величинами второго порядка малости, после преобразований из (1) и (2) получаем дифференциальные уравнения:

$$dT - dF - Q\,d\varphi + dI_\tau = 0, \qquad (6)$$

$$T\,d\varphi - dN + dQ + dI_n = 0, \qquad (7)$$

где $dI_n = \mu\,(r+h)\,(w_K - w_r^n - w_e^n \sin\varphi \pm$
$\pm\, w_e^t \cos\varphi)\,d\varphi$.

Далее полагаем, что вращение трепальных барабанов равномерное, то есть $w_e^t = 0$. Исключив dN из (6) и (7), выразим dF:

$$dF = k\left[T\,d\varphi + k\,dT + dQ + k\,Q\,d\varphi + dI_n - k\,dI_\tau\right]. \qquad (8)$$

Подставив (8) в (3), запишем:

$$\frac{dT}{d\varphi} - \frac{k\,r\,T}{r+h} = \frac{k\,r}{r+h}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{dQ}{d\varphi} + \mu\,(r+h)(w_K - w_r^n - w_e^n \cos\varphi)\right] +$$

$$+ Q - \mu\,(r+h)(w_r^t - w_e^n \cos\varphi). \qquad (9)$$

Поскольку нормальная составляющая относительного ускорения w_r^n не зависит от φ и $w_r^n = v_r^2/(r+h)$, $v = v_r$ – относительная скорость слоя на кромке, то из (9) следует

$$\frac{d(T - \mu v^2)}{d\varphi} - \frac{k\,r\,(T - \mu v^2)}{r+h} =$$

$$= \frac{k\,r}{r+h}\left[\frac{dQ}{d\varphi} + \mu\,(r+h)(w_K - w_e^n \sin\varphi)\right] +$$

$$+ Q - \mu\,(r+h)(w_r^t - w_e^n \cos\varphi). \qquad (10)$$

Дифференциальное уравнение (10) является линейным относительно T и его частное решение при начальном условии $T(\varphi = 0) = T_0$ имеет вид:

$$T(\varphi) = T_0\,e^{a\varphi} - \mu\,v^2\,(e^{a\varphi} - 1) +$$

$$+ \mu\,(r+h)\left(w_K - \frac{w_r^t}{a}\right)\left(e^{a\varphi} - 1\right) -$$

$$- \frac{\mu\,k\,r\,w_e^n}{1+a^2}\left[e^{a\varphi} - \cos\varphi - a\sin\varphi\right] -$$

$$- \frac{\mu\,(r+h)\,w_e^n}{1+a^2}\cdot$$

$$\cdot\left[a\,e^{a\varphi} - a\cos\varphi + \sin\varphi\right] + T_Q, \qquad (11)$$

$$a = \frac{k\,r}{r+h},\ T_Q = e^{a\varphi}\int_0^{\varphi} e^{-a\varphi}\left(Q + a\frac{dQ}{d\varphi}\right)d\varphi\,. \qquad (12)$$

Первое слагаемое в (11) представляет собой составляющую Эйлера в величине силы натяжения T; второе слагаемое определяется нормальной составляющей относительного ускорения слоя на кромке w_r^n; третье слагаемое определяется ускорением Кориолиса w_K и касательной составляющей относительного ускорения w_r^t; четвертый и пятый член в правой части (11) отражают вклад в силу натяжения нормальной составляющей переносного ускорения w_e^n; шестое слагаемое T_Q отражает влияние поперечных сил и будет определено ниже.

Из (7) с учетом (11) получаем массовую (отнесенную к единице массы) силу нормального давления поверхности кромки на слой:

$$N_m(\varphi) = \frac{1}{\mu(r+h)}\left[T(\varphi) + \frac{dQ}{d\varphi}\right] +$$

$$+ w_K - w_r^n - w_e^n \sin\varphi. \qquad (13)$$

Таким образом, влияние поперечных сил на величину силы нормального давления проявляется через T_Q (формулы (11), (12)) и через $dQ/d\varphi$ (формула (13)). Выражение А.П.Минакова [1, 2, 7] для силы нормального давления является частным случаем соотношения (13).

Исключив из (4...7) T, N, F, будем иметь дифференциальное уравнение относительно Q (совпадающее с соответствующим уравнением из [6]):

$$\frac{d^2Q}{d\varphi^2} + \frac{r+h}{kh}\frac{dQ}{d\varphi} - \frac{r}{h}Q =$$

$$= \mu(r+h)(w_r^t + 2w_e^n \cos\varphi). \qquad (14)$$

Для решения (14) применим начальные условия

$$Q(\varphi=0) = Q_0, \qquad (15)$$

$$\frac{dQ}{d\varphi}(\varphi=0) = T_0 - \mu v^2 + Q_0'. \qquad (16)$$

Выражение (16) следует из известного дифференциального соотношения при изгибе $dQ/d\varphi = T$, если $T = T_0 - \mu v^2$. Величины Q_0 и $Q_0' = [dQ/d\varphi]|_{\varphi=0}$ определяются изменением изгибающего момента у сечения набегания слоя на кромку [8]:

$$Q_0 = T_0 \sin(\beta),\ Q_0' = B_0/(4(r+h)^2),$$

$$\cos(\beta) = 1 - B_0/(2T_0(r+h)^2).$$

Решение уравнения (14) при начальных условиях (15) и (16) имеет вид:

$$Q(\varphi) = C_1 e^{\lambda_1\varphi} + C_2 e^{\lambda_2\varphi} -$$

$$- \frac{\mu h(r+h)}{r} w_r^t -$$

$$- \frac{2\mu(r+h)w_e^n}{1 + r/h + (r+h)/(kh)}\cos\varphi, \qquad (17)$$

где

$$\lambda_1 = -\frac{r+h}{2kh} + \sqrt{\frac{(r+h)^2}{4k^2h^2} + \frac{r}{h}},$$

$$\lambda_2 = -\frac{r+h}{2kh} - \sqrt{\frac{(r+h)^2}{4k^2h^2} + \frac{r}{h}}, \qquad (18)$$

$$C_1 = \left[T_0 - \mu v^2 + Q_0' - \lambda_2 C_3\right]/(\lambda_1 - \lambda_2), \qquad (19)$$

$$C_2 = -\left[T_0 - \mu v^2 + Q_0' - \lambda_1 C_3)\right]/$$

$$/(\lambda_1 - \lambda_2), \qquad (20)$$

$$C_3 = Q_0 + \mu h(r+h)w_r^t / r +$$

$$+ 2\mu(r+h)w_e^n / (1 + r/h +$$

$$+ (r+h)/(kh)). \qquad (21)$$

С учетом (12) и (17...21) выражение для T_Q в (11) примет следующий вид:

$$T_Q = \frac{C_1(1+a\lambda_1)}{\lambda_1 - a}\left[e^{\lambda_1\varphi} - e^{a\varphi}\right] +$$

$$+ \frac{C_2(1+a\lambda_2)}{\lambda_2 - a}\left[e^{\lambda_2\varphi} - e^{a\varphi}\right] +$$

$$+ \frac{\mu h(r+h)w_r^t}{ar}\left(1 - e^{a\varphi}\right) +$$

$$+ \frac{2\mu(r+h)(1-a)w_e^n}{(1+a^2)(1+r/h+(r+h)/(kh))} \cdot$$

$$\cdot\left[e^{a\varphi} - \cos\varphi - \frac{1+a}{1-a}\sin\varphi\right]. \qquad (22)$$

ВЫВОДЫ

Получена модель силового взаимодействия пряди сырца с рабочей кромкой била с учетом поперечных сил в зоне контакта и изгибающих моментов в приконтактных зонах.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Минаков А.П.* Основы механики нити. – В кн.: Научно-исследовательские труды МТИ. – М., 1941. Т. 9. Вып. 1. С.1...88.
2. *Щедров В.С.* Основы механики гибкой нити. – М.: Машгиз, 1961.
3. *Мигушов И.И.* Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1980.
4. *Каган В.М.* Взаимодействие нити с рабочими органами текстильных машин. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.
5. *Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А.* Моделирование технологических процессов (в текстильной промышленности). – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.
6. *Мигушов И.И.* //Изв. вузов. Машиностроение. – 1972, № 8. С.5...9.
7. *Суслов Н.Н., Савиновский В.И.* //Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1975, № 1. С.31...36.
8. *Огибалов П.М. и др.*// Прикладная математика и механика. – 1939. Т.3. Вып.3. С.111...123.

Рекомендована Всероссийским НИИ по переработке лубяных культур. Поступила 20.06.01.