УДК 677.017.33: 677.022.484.4

ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВОЛОКОН НА ИЗМЕНЕНИЕ КРУТКИ ПРЯЖИ ПРИ ПНЕВМОМЕХАНИЧЕСКОМ СПОСОБЕ ПРЯДЕНИЯ*

И.Ю.ЛАРИН, М.А.ПАРИНОВ, Е.А.ПОСЫЛИНА, В.Э.РЫБИН, Е.Р.ВОРОНИНА

**(Ивановская государственная текстильная академия,
Ивановский государственный университет)**

На неровноту пряжи по крутке при пневмомеханическом способе прядения влияют различные факторы. Одним из них является переменная жесткость волокон при кручении. При однородном потоке волокон в прядильном роторе изменение крутки нити от поверхности воронки до точки съема на сборном желобе происходит по экспоненциальному закону [1]. Однако при попадании более жесткого на кручение волокна крутка значительно уменьшается, что ведет к снижению прочности пряжи или даже к ее обрыву. Цель настоящей работы заключается в математическом описании этого явления.

1. Модельное уравнение. Сформированную в роторе мычку будем считать нестационарным потоком волокон, поэтому крутка K будет зависеть как от времени t, так и от расположения точки на нити, $K = K(t, s)$, где s – длина участка нити от входа в воронку до точки, в которой определяется крутка.

Считая полное приращение крутки ΔK на участке нити $[s, s+\Delta s]$ пропорциональным величине крутки,

$$\Delta K = -\alpha K \Delta s \quad (\alpha > 0),$$

и учитывая, что с точностью до бесконечности малых второго порядка

$$\Delta K = \frac{\partial K}{\partial s}\Delta s + \frac{\partial K}{\partial t}\Delta t,$$

получим

$$\frac{\partial K}{\partial s}\Delta s + \frac{\partial K}{\partial t}\Delta t = -\alpha K \Delta s. \qquad (1)$$

Рассматривая равенство (1) в частном случае, когда промежутку времени Δt соответствует продвижение нити на расстояние Δs, получаем, что $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = V$ есть скорость движения нити. После деления (1) на Δt, перехода к пределу при $\Delta t \to 0$ и деления полученного уравнения на V приходим к уравнению

$$-\frac{1}{V}\frac{\partial K}{\partial t} = \frac{\partial K}{\partial s} + \alpha K, \qquad (2)$$

* Работа выполнена по гранту 6/01 при поддержке Минобразования РФ.

которое и будет математической моделью зависимости между круткой K(t, s), скоростью движения нити V и параметром $\alpha=\alpha(s, t)$, характеризующим жесткость мычки на кручение.

Отметим, что если крутка не зависит от времени ($K = K(s)$), то уравнение (2) перейдет в следующее

$$\frac{dK}{ds}+\alpha K=0, \qquad (3)$$

совпадающее с уравнением (1) в [1]. Таким образом, (2) описывает более широкий класс процессов, сопровождающихся изменением крутки, чем (3).

2. Стационарный режим. Пусть мычка представляет собой однородный поток волокон. В этом случае параметр α не зависит от t. Предположив, что α не зависит и от s, то есть α=const, получим общее решение уравнения (2):

$$K=f(s-Vt)e^{-\alpha s}, \qquad (4)$$

где $f(s-Vt)$ – произвольная дифференцируемая функция. Поскольку режим стационарный, K не зависит от t. Поэтому $f(s-Vt)=\text{const}=K_0$. Таким образом, стационарное решение уравнения (2)

$$K=K_0e^{-\alpha s},\ K_0=\text{const} \qquad (5)$$

совпадает с тем, что приведено в [1] для уравнения (3). Отметим, что K_0 есть максимальное значение крутки на изучаемом участке нити и достигается оно в точке входа нити в воронку (s = 0).

3. Нестационарный режим. Теперь предположим, что стационарный режим нарушен тем, что в мычку попало волокно большей жесткости. В этом случае коэффициент α будет переменным (меняется скачкообразно). Изучим, как в этом случае будет изменяться крутка.

Пусть L – длина участка нити от поверхности воронки до точки съема на сборном желобе. Тогда L/V – время прохождения волокна большей жесткости (его переднего конца). Уравнение (2) естественно рассматривать в прямоугольнике $\Pi=\{(s,t): 0\le s\le L,\ 0\le t\le L/V\}$, в котором коэффициент α есть следующая функция от s и t:

$$\alpha=\alpha(s,t)=\begin{cases}\alpha_0, \text{если} 0\le s<L-Vt,\\ \alpha_1, \text{если} L-Vt\le s\le L.\end{cases} \qquad (6)$$

В (6) α_0 = const соответствует жесткости нити в стационарном режиме, а α_1= =const – жесткости нити с волокном большей жесткости ($\alpha_1>\alpha_0$). Прямоугольник П диагональю s = L-Vt делится на два треугольника I и II, в которых функция $\alpha(s, t)$ постоянна:

$$\begin{aligned}&I=\{(s,t): 0\le t\le L/V, 0\le s<L-Vt\},\\ &II=\{(s,t): 0\le t\le L/V, L-Vt\le s\le L\}.\end{aligned} \qquad (7)$$

Вычисления показывают, что общее решение (2) для $\alpha(s, t)$, заданного формулой (6), имеет вид

$$K(s,t)=\begin{cases}f(s-Vt)\exp(-\alpha_0 s), \text{если} (s,t)\in I,\\ f(s-Vt)\exp\left[-\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}s-\frac{\alpha_0-\alpha_1}{2}(L-Vt), \text{если} (s,t)\in II\right],\end{cases} \qquad (8)$$

где f (x) – произвольная дифференцируемая функция одной переменной.

Для определения функции f(x) необходимо задать условия на сторонах прямоугольника П, лежащих на осях Os и Ot. Поскольку в стационарном режиме крутка выражается по формуле (5), то на оси Os имеем начальное условие

$$K(s,0) = K_0 e^{-\alpha_0 s},\ 0 \le s \le L. \qquad (9)$$

На оси Ot граничное условие запишем в виде

$$K(0,t) = \varphi(t),\ 0 \le t \le L/V, \qquad (10)$$

где функция $\varphi(t)$ описывает крутку нити в точке входа в воронку и характеризует неровноту пряжи по крутке. При этом должно выполняться условие $\varphi(0) = K(0,0) = K_0$.

Решение задачи (2) - (9) - (10) будет выражаться четырьмя различными формулами в областях (треугольниках), на которые прямоугольник П делится диагоналями:

$$I_1 = \{(s,t): 0 \le s \le L - Vt, s \ge Vt\},$$

$$I_2 = \{(s,t): 0 \le s \le L - Vt, s < Vt\},$$

$$II_1 = \{(s,t): L - Vt \le s \le L, s \ge Vt\},$$

$$II_2 = \{(s,t): L - Vt \le s \le L, s < Vt\}.$$

Эти формулы следующие:

$$K(s,t) = K_0 \exp(-\alpha_0 s),\ (s,t) \in I_1; \qquad (11)$$

$$K(s,t) = K_0 \exp\left[-\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}s - \frac{\alpha_0-\alpha_1}{2}(L - Vt)\right],$$
$$(s,t) \in II_1; \qquad (12)$$

$$K(s,t) = \varphi\left(t - \frac{s}{V}\right)\exp(-\alpha_0 s),\ (s,t) \in I_2; \qquad (13)$$

$$K(s,t) = \varphi\left(t - \frac{s}{V}\right)\exp\left[-\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}s - \frac{\alpha_0-\alpha_1}{2}(L - Vt)\right],$$
$$(s,t) \in II_2. \qquad (14)$$

Для окончательного определения крутки K (s, t) необходимо найти функцию $\varphi(t)$, которая входит в формулы (13) и (14). Заметим, что вращающийся с постоянной скоростью прядильный ротор вызывает в нити постоянный по времени угол поворота сечения в точке s = 0 относительно сечения в точке s = L. Это обстоятельство может быть выражено уравнением

$$\int_0^L K(s,t)ds = \int_0^L K(s,0)ds. \qquad (15)$$

Используя начальное условие (9), после вычисления интеграла в правой части (15) получаем

$$\int_0^L K(s,t)ds = \frac{K_0}{\alpha_0}(1 - \exp(-\alpha_0 L)) = \gamma. \qquad (16)$$

После подстановки функции K (s, t), задаваемой формулами (11...14), в (16) и вычислений найдем выражение для функции $\varphi(t)$ на промежутке [0, L / 2V]:

$$\varphi(t)=K_0\left\{1-\exp(-\alpha_0 L)+\frac{2(\alpha_1-\alpha_0)}{\alpha_0+\alpha_1}\exp[-\alpha_0(L-Vt)]-\right.$$

$$\left.-\frac{\alpha_1-3\alpha_0}{\alpha_0+\alpha_1}\exp\left[-\alpha_0 L-\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}Vt\right]\right\}, \tag{17}$$

а на промежутке [L / 2V, L / V] $\varphi(t)$ удовлетворяет интегральному уравнению

$$\int\limits_0^{2t-L/V}\exp\left(\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}L-\alpha_1 Vt+\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}Vx\right)\varphi(x)dx+$$

$$+\int\limits_{2t-L/V}^{t}\exp(\alpha_0 V(x-t))\varphi(x)dx=\frac{1}{V}(\gamma-Y(t)), \tag{18}$$

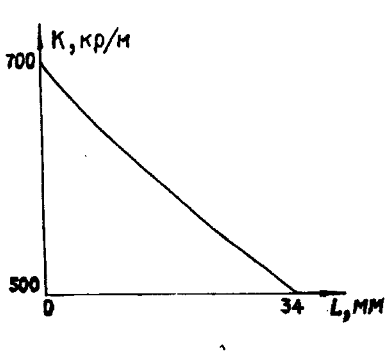
где

$$Y(t)=\frac{2K_0}{\alpha_0+\alpha_1}\exp\left[\frac{\alpha_1-\alpha_0}{2}(L-Vt)\right]\cdot$$

$$\cdot\left[\exp\left(-\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}Vt\right)-\exp\left(-\frac{\alpha_0+\alpha_1}{2}L\right)\right]. \tag{19}$$

Таким образом, решение задачи (2) - (9) - (10) выражается формулами (11...14), где функция $\varphi(t)$ определяется формулами (17...19).

Стационарный режим



Нестационарный режим

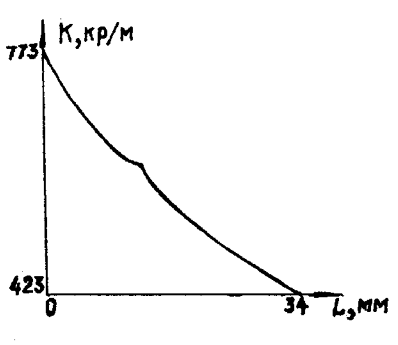


Рис. 1

Типичная картина зависимости крутки от s и t показана на рис.1, из которого видно, что попадание более жесткого волокна в мычку создает препятствие распространению крутки и, как следствие, ведет к снижению прочности нити внутри прядильного ротора.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Райкова Е.Ю.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1999. №2. С. 34...36.

Рекомендована кафедрой прядения. Поступила 30.05.01.