УДК 677.11.620.1

ВЛИЯНИЕ ВАРИАЦИИ НЕКОТОРЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПРЯДИ ЛЬНЯНОГО СЫРЦА НА НЕРОВНОТУ СИЛЫ ЕГО НАТЯЖЕНИЯ ПРИ ТРЕПАНИИ

А.Б. ЛАПШИН, Е.Л. ПАШИН

(Всероссийский НИИ по переработке лубяных культур)

Известно, что вариация технологических свойств сырца формирует неровноту силы натяжения при взаимодействии пряди с рабочей кромкой в процессе трепания. Изменение сил натяжения пряди, в свою очередь, влияет на эффект обработки, поэтому целью работы является разработка модели формирования вариации сил натяжения пряди в зависимости от гетерогенности ее свойств.

Рассмотрим для простоты следующую формулу [1] для расчета силы натяжения в ведущей ветви при взаимодействии текстильного материала с неподвижной цилиндрической поверхностью:

$$T = T_0 \exp(k\alpha\, r/(r+h)) -$$

$$- mV^2(\exp(k\alpha\, r/(r+h)) - 1), \qquad (1)$$

где T_0, T – сила натяжения в ведомой и ведущей ветвях; k – коэффициент трения; α – угол охвата; r – радиус шероховатой поверхности; $2h, m$ – соответственно толщина и линейная плотность материала; V – скорость материала на участке соприкосновения с поверхностью.

Итак, по формуле (1) сила натяжения T есть функция ряда технологических параметров и свойств:

$$T = F(T_0, k, h, m, V, r, \alpha).$$

К технологическим свойствам льняного сырца отнесем T_0, k, h, m. Если эти свойства рассматривать в качестве случайных величин, то их вариация будет характеризоваться определенной дисперсией. При такой трактовке выражение (1) определяет соотношение между средними значениями случайных величин T, T_0, k, h, m. Поэтому в качестве исходных примем неровноту h по толщине и m по массе; неровноту k фрикционных свойств пряди; разнодлинность T_0 волокон в пряди (хотя T_0 неявно учитывает и другие упомянутые свойства, и их вариацию).

Пусть X, Y – непрерывные случайные величины. Необходимо найти распределение функции $Y = \varphi(X)$, зная дифференциальную функцию $f(x)$ случайного аргумента X. Доказано [2]: если $y = \varphi(x)$ дифференцируемая строго возрастающая или строго убывающая функция, обратная функция которой $x = \psi(y)$, то дифференциальная функция $g(y)$ случайной величины Y находится по равенству

$$g(y) = |\psi'(y)|\, f(\psi(y)). \qquad (2)$$

Из (1) и (2) следуют зависимости

$$f_{TT}(T) = (1/A)f_{T_0}$$

$$\cdot (T/A + mV^2(1-1/A)), \qquad (3)$$

$$f_{TK}(T) = \frac{r+h}{r\alpha\left|T-mV^2\right|} f_k\left(\frac{B(r+h)}{r\alpha}\right), \quad (4)$$

$$f_{TH}(T) = \frac{k\,\alpha\,r}{B^2\left|T-mV^2\right|} f_h\left(r\left(\frac{k\alpha}{B}-1\right)\right), \quad (5)$$

$$f_{TM}(T) = (1/(V^2(A-1)))\cdot$$

$$\cdot f_m((T_0A - T)/(V^2(A-1))), \qquad (6)$$

где

$$A = \exp(k\,\alpha\,r/(r+h)),$$

$$B = \ln\left|(T-mV^2)/(T_0 - mV^2)\right|,$$

нижние индексы в (3…6) означают дифференциальные функции распределения соответствующих величин. Заметим, что формулы (3…6) справедливы для любых типов распределений.

Если допустить, что случайные величины T_0, k, h, m распределены по нормальному закону, то из (3…6) следуют соотношения между соответствующими средними квадратическими отклонениями (СКО):

$$\sigma_{TT} = \sigma_{T_0} A, \qquad (7)$$

$$\sigma_{TK} = \sigma_k \alpha\, r\left|T - mV^2\right|/(r+h), \quad (8)$$

$$\sigma_{TH} = \sigma_h B^2 \left|T - mV^2\right|/(k\,\alpha\,r), \quad (9)$$

$$\sigma_{TM} = \sigma_m V^2 (A-1). \qquad (10)$$

В качестве примера для дальнейших расчетов по формулам (3…10) примем следующие исходные данные: $\alpha = \pi/2$; $r = 0{,}002$ м; $V = 10$ м/с; средние значения (математические ожидания) случайных величин – $T_0 = 4$ Н; $k = 0{,}3$; $h = 0{,}002$ м; $m = 0{,}005$ кг/м; СКО – $\sigma_{T_0} = 0{,}5$Н; $\sigma_k = 0{,}05$; $\sigma_h = 0{,}0006$м; $\sigma_m = 0{,}001$кг/м.

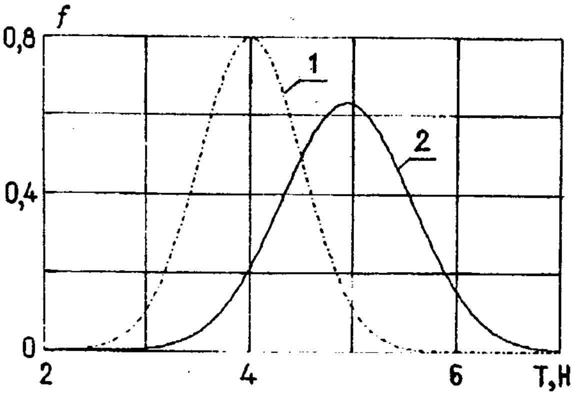

Рис. 1

На рис.1 изображены графики $f_{T_0}(T_0)$ (кривая 1) и $f_{TT}(T)$ (кривая 2), причем среднее значение силы натяжения в ведущей ветви (кривая 2): $T_C = 4{,}93$Н; СКО: $\sigma_{TT} = 0{,}63$Н, то есть неровнота силы натяжения T за счет вариации T_0 увеличивается на 26%.

Если допустить, что случайные величины T_0, k, h, m являются независимыми, то по свойству дисперсии суммы взаимно независимых случайных величин [1]:

$$\sigma_0^2 = \sigma_{TT}^2 + \sigma_{TK}^2 + \sigma_{TH}^2 + \sigma_{TM}^2,$$

где σ_0 характеризует суммарную неровноту силы натяжения, формируемую совокупным действием величин T_0, k, h, m. Если в (1) рассматривать суммарное влияние величин T_0, k, h, m, то параметрами нормального закона распределения силы натяжения пряди в ведущей ветви будут: среднее значение $T_C = 4{,}93$Н; СКО:

$\sigma_0 = 0{,}68$Н. Таким образом, наибольший вклад в неровноту силы натяжения Т вносит вариация T_0 (для принятых диапазонов изменения параметров).

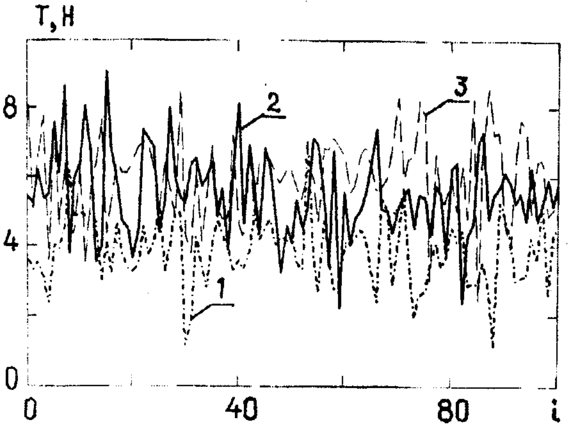

Рис. 2

На рис. 2 представлены массивы с нормальными законами распределения случайных значений их элементов: кривая 1– $T_0 = 4$Н, $\sigma_{T_0} = 0{,}5$Н; 2– $T_C = 4{,}93$Н, $\sigma_{TT} = 0{,}63$Н; 3– $T_C = 4{,}93$Н, $\sigma_0 = 0{,}68$Н. Моделирование проводили с помощью компьютерной системы MathCad-2000. Интерпретация рис.2 состоит в следующем. По оси абсцисс отложены i-е моменты времени, в каждом из которых по оси ординат отмечены случайные значения соответствующих сил натяжения: силы натяжения ведомой ветви (кривая 1); силы натяжения ведущей ветви, если в (1) рассматривается влияние неровноты только T_0 (кривая 2); силы натяжения ведущей ветви при влиянии совокупной неровноты величин T_0, k, h, m (кривая 3).

Данная методика компьютерного моделирования может использоваться для получения расчетных тензограмм, что актуально и для иных процессов текстильной технологии.

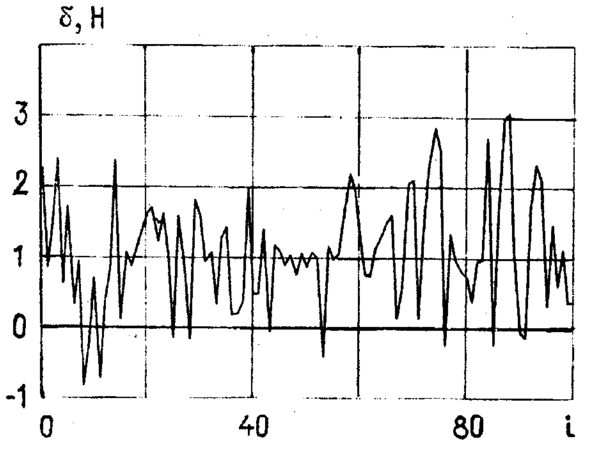

Рис. 3

На рис.3 приведена случайная кривая δ, полученная как разность кривых 2 и 1 из рис.2. Отрицательные значения натяжения δ (рис.3) означают, что в некоторые моменты времени материал, взаимодействующий с кромкой, может оказаться ненагруженным – это принципиально новый результат при исследовании формулы (1) методами теории вероятностей. При детерминированной трактовке формулы (1) силы трения всегда увеличивают натяжение, то есть $T > T_0$. Отметим, что данное условие будет выполняться и в рамках вероятностной модели, если кривые распределения плотностей вероятностей (рис.1) не будут пересекаться.

ВЫВОДЫ

1. Установлено, что неровнота силы натяжения ведомой ветви, вариации по толщине и линейной плотности материала, неровнота коэффициента трения предопределяют неровноту силы натяжения ведущей ветви.

2. Вариация технологических свойств льняного сырца может приводить при определенных условиях к ненагруженности ведущей ветви пряди. Этот эффект указывает на наличие новых причин образования волокнистых отходов и удаления костры при трепании.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А.* Моделирование технологических процессов (в текстильной промышленности). –М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.

2. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. –М.: Высшая школа, 1972.

Рекомендована Всероссийским НИИ по переработке лубяных культур. Поступила 20.06.01.