

УДК 677.026.41035

**МОДЕЛЬ ЗАВИСИМОСТИ ПРОЧНОСТИ
ИГЛОПРОБИВНОГО МАТЕРИАЛА
ОТ ПЛОТНОСТИ ПРОКАЛЫВАНИЯ**

В.А. СЕМЕНОВ, Н.Н. ТРУЕВЦЕВ, Т.Е. АЛЕКСЕЕВА

(Военно-морской инженерный институт,
Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

В [1, 2] проведен анализ упрочнения иглопробивного материала при иглопрокалывании и получена формула критической плотности $\Pi_{кр}$ прокалывания:

$$\Pi_{кр} = \frac{\ln 2}{\pi R^2}, \quad (1)$$

где R – радиус окружности, описанной около поперечника иглы, характеризующей область действия прокола.

Вся площадь иглопробивного нетканого материала в [1, 2] делилась на площадь, занятую проколами, и свободную. Считалось, что попадание нового прокола в занятую площадь ведет к уменьшению числа активных проколов, а в свободную – к увеличению числа проколов на единицу. В результате установили: при больших плотностях прокалывания число активных проколов – отрицательное, что противоречит здравому смыслу.

В [3] использован более детальный анализ процесса иглопрокалывания, показывающий, что занятая площадь состоит из двух существенно различающихся частей: с одной стороны, это площадь, занятая активными проколами, с другой – площадь, занятая проколами не упрочняющими, а повреждающими холст. Последние составляют проколы, расстояние между центрами которых менее R . Попадание нового прокола в поврежденную проколами

площадь, хотя и не изменяет число активных проколов, но может привести к увеличению самой поврежденной площади.

Приближенно считаем, что вся площадь иглопробивного материала состоит из трех частей: свободной от проколов площади $S_{св.п.}$, площади $S_{а.п.}$, занятой активными проколами, и площади $S_{повр.п.}$, занимаемой проколами, повреждающими холст (индекс n указывает на состояние иглопробивного материала, получившего n проколов).

Исходя из сделанных предположений при совершении следующего $(n+1)$ -го прокола возможны три попарно несовместных события: 1) событие $A_{св.п.}$ попадания прокола в свободную площадь $S_{св.п.}$; 2) событие $A_{а.п.}$ попадания прокола в площадь активных проколов $S_{а.п.}$ и 3) событие $A_{повр.п.}$ попадания прокола в поврежденную площадь $S_{повр.п.}$.

Данные события образуют полную группу событий, на которой естественно задать функцию вероятности по формулам

$$P_{св.п.} = \frac{S_{св.п.}}{S}, \quad (2)$$

$$P_{а.п.} = \frac{S_{а.п.}}{S}, \quad (3)$$

$$P_{\text{повр.}n} = \frac{S_{\text{повр}n}}{S} \quad (4)$$

Формулы (2...4) справедливы в предположении независимости вероятности попадания нового прокола в некоторую область от ее положения на иглопробивном материале. Это условие будет считаться выполненным в рамках нашего рассмотрения.

Условие нормировки вероятности представим соотношением

$$P_{a,n} + P_{св,n} + P_{\text{повр.}n} = 1. \quad (5)$$

Определим характер изменения каждой из трех площадей при совершении каждого из трех событий. Пусть при совершении (n+1)-го прокола произойдет событие $A_{св,n}$. Тогда считаем, что свободная площадь уменьшится на величину πR^2 и составит

$$S_{св,n+1} = S_{св,n} - \pi R^2, \quad (6)$$

площадь, занятая активными проколами, увеличится на πR^2 :

$$S_{a,n+1} - S_{a,n} = \pi R^2, \quad (7)$$

поврежденная площадь не изменится:

$$S_{\text{повр}n+1} = S_{\text{повр}n}, \quad (8)$$

а число M_n активных проколов увеличится на 1:

$$M_{n+1} = M_n + 1. \quad (9)$$

Далее предположим, что при совершении (n+1)-го прокола произошло событие $A_{a,n}$. Тогда будем считать, что в среднем свободная площадь уменьшится на величину $(a-1)\pi R^2$ и составит

$$S_{св,n+1} = S_{св,n} - (a-1)\pi R^2, \quad (10)$$

где $a-1 \approx \frac{1}{2}$.

Площадь, занимаемая активными проколами, уменьшится на πR^2 :

$$S_{a,n+1} - S_{a,n} = -\pi R^2, \quad (11)$$

поврежденная площадь увеличится:

$$S_{\text{повр}n+1} = S_{\text{повр}n} + a\pi R^2, \quad (12)$$

а число M_n активных проколов уменьшится на 1:

$$M_{n+1} = M_n - 1. \quad (13)$$

Пусть, наконец, произойдет событие $A_{\text{повр.}n}$. Тогда предположим, что в среднем свободная площадь уменьшится и составит величину

$$S_{св,n+1} = S_{св,n} - b\pi R^2 P_{св,n}, \quad (14)$$

где $b \approx \frac{1}{4}$.

Площадь, занимаемая активными проколами, не изменится:

$$S_{a,n+1} = S_{a,n}, \quad (15)$$

поврежденная площадь увеличится:

$$S_{\text{повр}n+1} = S_{\text{повр}n} + b\pi R^2 P_{св,n}. \quad (16)$$

а число активных проколов не изменится:

$$M_{n+1} = M_n. \quad (17)$$

Формулы (6...17) позволяют выразить средние значения всех трех типов площадей для (n+1) проколов по известным значениям этих площадей для n проколов:

$$\begin{cases} P_{св.n+1} - P_{св.n} = -\frac{\pi R^2}{S} P_{св.n} + (1-a)\frac{\pi R^2}{S} P_{a.n} - b\frac{\pi R^2}{S} P_{св.n} P_{повр.n}, \\ P_{a.n+1} - P_{a.n} = \frac{\pi R^2}{S} P_{св.n} - \frac{\pi R^2}{S} P_{a.n}, \\ P_{повр.n+1} - P_{повр.n} = a\frac{\pi R^2}{S} P_{a.n} + b\frac{\pi R^2}{S} P_{повр.n} P_{св.n}, \\ M_{n+1} - M_n = P_{св.n} - P_{a.n}. \end{cases} \quad (18)$$

Систему уравнений (18) следует дополнить определением технологически важного параметра – плотности прокальвания, который определяется соотношением

$$\Pi_n = \frac{M_n}{S}. \quad (19)$$

Заметим, что в (18) переменные S и R^2 входят в виде отношения, поэтому целесообразно ввести новую переменную:

$$\beta \equiv \frac{\pi R^2}{S}. \quad (20)$$

С учетом (20) формулы (18) и (19) приобретают более простой вид:

$$\begin{cases} P_{св.n+1} = P_{св.n} - \beta P_{св.n} + (1-a)\beta P_{a.n} - b\beta P_{св.n} P_{повр.n}, \\ P_{a.n+1} = P_{a.n} + \beta P_{св.n} - \beta P_{a.n}, \\ P_{повр.n+1} = P_{повр.n} + a\beta P_{a.n} + b\beta P_{повр.n} P_{св.n}, \\ M_{n+1} = M_n + P_{св.n} - P_{a.n}, \\ \Pi_n = \frac{M_n}{\pi R^2} \beta. \end{cases} \quad (21)$$

Система уравнений (21) удобна для ее решения с помощью электронных таблиц. С этой целью в первую строку таблицы следует записать начальные значения вероятностей и переменных M и Π в виде

$$\begin{cases} P_{св.0} = 1, \\ P_{a.0} = P_{повр.0} = 0, \\ M_0 = \Pi_0 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

Далее необходимо задать в рабочих ячейках значения параметров a , b , β , S и R , после чего записать формулы (21) во вторую строку таблицы и скопировать их в ряд ниже лежащих. После этого решения уравнений (21) получатся автоматически.

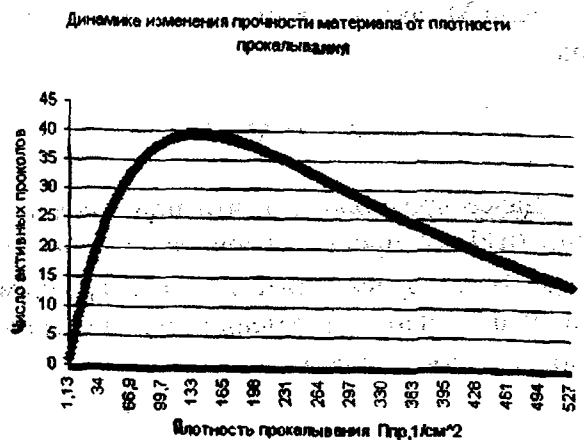


Рис. 1

На рис.1 представлена динамика изменения прочности иглопробивного материала от плотности прокалывания. В [1,2] при больших плотностях прокалывания число активных проколов (прочности материала) оказывалось отрицательным. В нашем случае при решении системы уравнений (21) число активных проколов растет с увеличением плотности прокалывания, затем начинает снижаться и значение ее величины достигает нуля, но не бывает отрицательным. Следовательно, проведенный нами анализ верен.

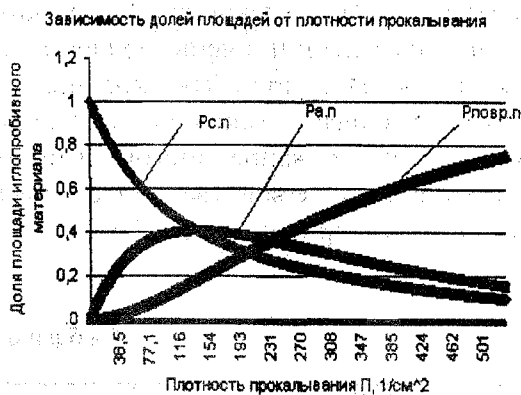


Рис. 2

На рис.2 изображена зависимость долей площадей, составляющих площадь иглопробивного материала при иглопрокалывании, от плотности прокалывания. Как видим, доля свободной площади уменьшается;

доля площади активных проколов сначала увеличивается, а затем начинает снижаться. Доля площади поврежденных проколов увеличивается, что соответствует представлению о воздействии рабочих игл иглопробивной машины на волокнистый холст и обрывности волокна в нем.

ВЫВОДЫ

Получена система уравнений, описывающая процесс иглопрокалывания, по которой можно проследить динамику изменения прочности материала от плотности прокалывания и позволяющая определять оптимальную плотность прокалывания при технологических расчетах по выработке проектируемых нетканых материалов на основе базальтового волокна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Семенов В.А. // Текстильная промышленность. –1982, №1. С. 51...53.
2. Семенов В.А., Бершев Е.Н. Моделирование механических процессов производства нетканых материалов. – Л., Лен. университет, 1982.
3. Алексеева Т.Е., Труевцев Н.Н. Исследование возможности производства геотекстильного полотна на основе базальтового волокна // Сб. статей аспирантов и докторантов. – СПб., 1999. С.64.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 02.10.00.