УДК 677.054.842.3

ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГИБКОЙ ЛЕНТЫ МЕХАНИЗМА ПРИВОДА РАПИР

В.А. СУРОВ, И.С. БАТАЛИН

(Ивановская государственная текстильная академия)

В ткацких станках ведущих зарубежных фирм широко используется прокладка уточных нитей с помощью гибких рапир. При проектировании механизмов, осуществляющих такую прокладку, требуется решить задачу выбора профиля и материала гибкой ленты, так как от этих характеристик зависит устойчивость ее движения и качество исполнения технологических функций.

Вопрос об устойчивости движения ленты рассматривается на базе анализа возникающих в ней упругих продольных и поперечных колебаний. При этом динамическую модель системы лента – головка иначе как стержень с распределительной массой и соответствующими краевыми условиями представить невозможно. Подобные задачи, как правило, решаются при использовании классической теории колебаний стержней с распределенной массой, однако в данном случае мы имеем дело со стержнем переменной длины, то есть с переменными граничными (краевыми) условиями, что существенно усложняет решение.

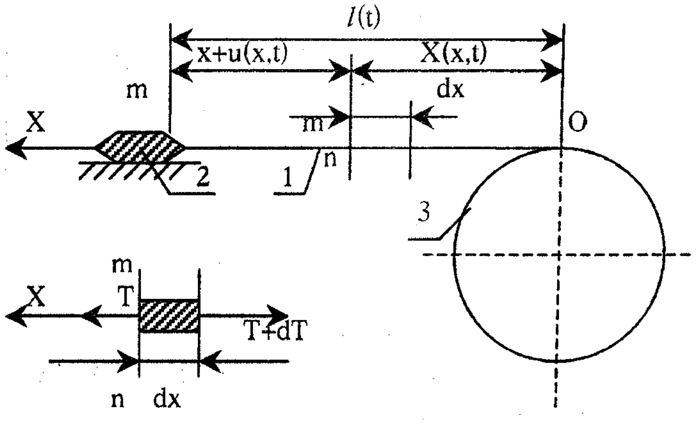

Рис. 1

Рассмотрим задачу продольных колебаний ленты применительно к рапирному механизму [1]. Перфорированная лента 1 (рис. 1), несущая захватчик 2 уточной нити, приводится в движение звездочкой 3, получающей возвратно-вращательное движение посредством передаточного механизма. Для описания абсолютного продольного движения элемента ленты dx введем неподвижную систему координат OX с началом в точке O схода ленты со звездочки. Обозначим x – координата произвольного поперечного сечения mn ленты относительно нитезахватчика; u(x,t) – продольное относительное перемещение обозначенного сечения при колебаниях; $l(t)$ – кинематическое перемещение нитезахватчика (головки рапиры); m – масса головки; E – модуль упругости материала ленты; γ – плотность материала ленты; F – приведенная площадь поперечного сечения ленты; X(x,t) – координата сечения mn ленты в выбранной неподвижной системе OX.

Положение произвольного элемента ленты dx в выбранной системе координат при продольном движении ленты определится как

$$X(x,t)=l(t)-x-u(x,t). \qquad (1)$$

Абсолютное ускорение сечения m-n ленты найдем, дважды продифференцировав равенство (1):

$$\frac{\partial^2 X(x,t)}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 l(t)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}. \qquad (2)$$

Переносное ускорение $\partial^2 l(t)/\partial^2 t$, используя [1, 2] будем считать известным. На основании теории продольных колебаний стержней получим уравнение движения ленты:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 l}{\partial t^2}\right), \qquad (3)$$

где $a^2=E/\gamma$.

Выражение (3) должно интегрироваться в переменной во времени области $0 \le x \le l(t)$. Предположим известными функции

$$u(x,t=0), \quad \frac{\partial u(x,t=0)}{\partial t},$$

то есть начальные значения искомой функции (для существующей циклограммы работы исследуемого механизма эти значения нулевые).

Граничные условия в рассматриваемом случае будут следующими. В точке крепления ленты с головкой (при x=0) растягивающее усилие в ленте равно силе инерции головки:

$$EF\frac{\partial u(x=0,t)}{\partial x}=m\left(\frac{\partial^2 u(x=0,t)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 l}{\partial t^2}\right). \qquad (4)$$

Ввиду того, что лента перфорированная и приводится в движение звездочкой (зубчатым шкивом), проскальзывание ленты относительно шкива отсутствует. В этом случае в точке схода ленты со звездочки (при $x=l(t)$) будем иметь

$$u(x=l(t),\ t)=0. \qquad (5)$$

Преобразуем уравнение (3) в интегрально-дифференциальное, интегрируя его по x первоначально в пределах от 0 до x, повторно в пределах от x до $l(t)$ и применяя краевые условия (4), (5). В результате после преобразований

$$u(x,t) = \int_0^{l(t)} K(x,s,l)\varrho(s)\left[\frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 l}{\partial t^2}\right]ds, \qquad (6)$$

где $\varrho(s)=\gamma F+2m\delta(s)$; $\delta(s)$ – символическая дельта-функция Дирака [3];

$$K(x,s,l) = \begin{cases} \dfrac{x-l(t)}{EF} & \text{при } 0 \le s \le x, \\ \dfrac{s-l(t)}{EF} & \text{при } x \le s \le l(t). \end{cases}$$

Уравнение (6), представляющее собой неоднородное интегрально-дифференциальное уравнение с симметричным ядром $K(x,s,l)$, причем ядро и пределы интегрирования являются функциями времени, есть уравнение движения объекта переменной длины с интегрируемыми граничными условиями. Как показано в [4], форма решения этого уравнения близка к форме решения уравнения движения объекта с фиксированной длиной. При этом относительное изменение единицы длины объекта за естественную единицу времени, измеряемую основной частотой собственного колебания объекта, есть малая величина (обозначим ее через ε). Будем считать, что во всех случаях, когда $\varepsilon \ll 1$, имеет место медленное изменение длины объекта. За параметр ε примем отношение

$$\varepsilon=v/(l\,p_1),$$

где для рассматриваемой задачи v – скорость изменения длины ленты (кинематическая скорость движения головки рапиры); l – вылет ленты; p_1 – частота колебаний основного тона – первая частота продольных колебаний ленты.

Полагая l=const, на основании (3) записываем уравнение собственных продольных колебаний ленты:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{a^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

Частное решение этого уравнения представим в виде произведения двух функций: функции X(x) формы и функции T(t) времени:

$$u=X(x)T(t),$$

причем

$$X(x) = A\sin\frac{\varrho x}{a} + B\cos\frac{\varrho x}{a},$$

$$T(t)=\sin(\varrho t+\alpha).$$

При фиксированной длине ленты граничные условия (4), (5) принимают вид

$$EF\frac{\partial u(0,t)}{\partial x} = m\frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial t^2}, \quad u(l,t)=0.$$

Раскрыв эти условия, придем к частотному уравнению

$$\mu\sin\mu - k\cos\mu = 0, \qquad (7)$$

где $\mu=\varrho l/a$, $k=F\gamma l/m$.

Уравнение (7) решается численными методами. В [5] в качестве первого приближения для низших корней этого уравнения даются следующие зависимости, полученные методом итераций:

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{3k}{3+k}}, \quad \mu_2 = \pi + \frac{k}{\pi},$$

$$\mu_3 = 2\pi + \frac{k}{2\pi} \ldots$$

Тогда

$$p_1 = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{E}{\gamma}\frac{3F\gamma l/m}{3+F\gamma l/m}},$$

$$\varepsilon = v\sqrt{\frac{E}{\gamma}\frac{3F\gamma l/m}{3+F\gamma l/m}}. \qquad (8)$$

Для рассматриваемой конструкции имеем $F=30\cdot10^{-6}$ м^2; $m=0{,}07$ кг; $E=1{,}0$ ГПа; $\gamma=1300$ кг/м^3. В этом случае при ходе рапиры 2 м и частоте вращения главного вала $n=100$ мин$^{-1}$ на основании кинематического расчета получаем $0\le\varepsilon\le0{,}0425$, то есть условие $\varepsilon<<1$ выполняется. Следовательно, считая функцию $l(t)$ в рассматриваемой задаче медленно изменяющейся во времени, при решении (6) воспользуемся методами [4]. В отличие от квазистатического это решение будет иметь сопровождающую составляющую, зависящую от кинематической скорости ленты.

ВЫВОДЫ

Получено уравнение продольных колебаний ленты механизма прокладывания утка в интегрально-дифференциальной форме, решение которого строится на базе теории динамических процессов в одномерных объектах с медленно изменяющейся во времени длиной.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Суров В.А., Баталин И.С., Буравлев А.С.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 4. С. 134...135.
2. *Тувин А.А., Смирнов А.Н., Андриянов В.М.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1984, № 4. С. 94...99.
3. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. – М.,: Наука, 1970.
4. *Горошко О.А., Савин Г.Н.* Введение в механику деформируемых тел переменной длины. – Киев: Наукова думка, 1971.
5. *Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М.* Дифференциальные уравнения математической физики. – М.,: Физматгиз, 1962.

Рекомендована кафедрой проектирования текстильных машин. Поступила 02.06.00.