УДК 677.024

УРАБОТКА НИТЕЙ В САТИНАХ

С.Г. СТЕПАНОВ, А.Х. САЛИХОВА, Г.В. СТЕПАНОВ

(Ивановская государственная архитектурно-строительная академия, Ивановская государственная текстильная академия)

На рис. 1-а показан разрез ткани переплетения сатин 5/2 (где OABCD) – осевая линия уточной нити; h_y – высота волны изгиба нити; ε_0 – расстояние между центрами основных нитей).

При решении задачи допускаем, что нити в ткани занимают строго фиксированное положение. Тогда ε_0=const.

Представим осевую линию нити в виде ломаной OABCD (рис. 1-б). Используя уравнение прямой, проходящей через две точки, запишем

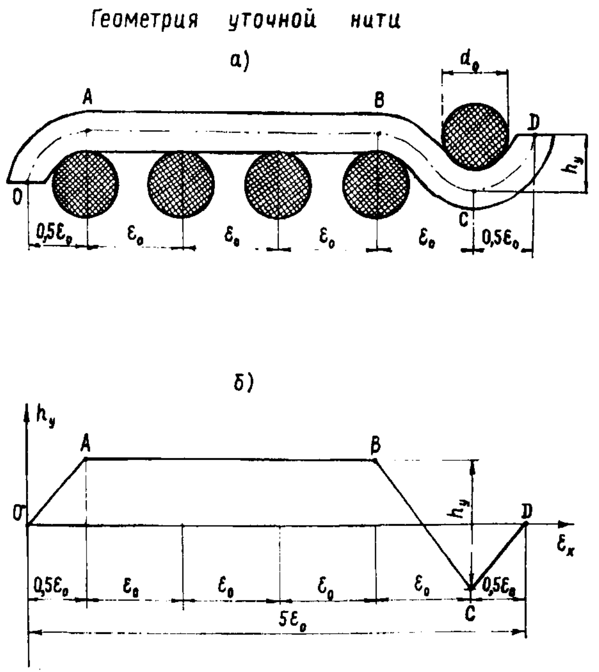

Рис. 1

$$f(x)_y = \begin{cases} \dfrac{h_y}{\varepsilon_0} x & \text{для} \quad 0 \le x \le 0{,}5\varepsilon_0, \\ \dfrac{h_y}{2} & \text{для} \quad 0{,}5\varepsilon_0 \le x \le 3{,}5\varepsilon_0, \\ \dfrac{h_y}{\varepsilon_0}(\Delta\varepsilon_0 - x) & \text{для} \quad 3{,}5\varepsilon_0 \le x \le 4{,}5\varepsilon_0, \\ \dfrac{h_y}{\varepsilon_0}(x - 5\varepsilon_0) & \text{для} \quad 4{,}5\varepsilon_0 \le x \le 5\varepsilon_0. \end{cases} \qquad (1)$$

Функцию (1) разложим в ряд Фурье, который для нашего случая примет вид [1]:

$$f(x)=\frac{a_o}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos\frac{\pi nx}{l}+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin\frac{\pi nx}{l}. \qquad (2)$$

Коэффициенты ряда вычислим по формулам

$$a_n=\frac{1}{l}\int_{l}^{l}f(x)\cos\frac{\pi nx}{l}dx, \qquad (3)$$

$$b_n=\frac{1}{l}\int_{l}^{l}f(x)\sin\frac{\pi nx}{l}dx, \qquad (4)$$

$$a_o=\frac{1}{l}\int_{l}^{l}f(x)dx, \qquad (5)$$

где a_o – постоянная ряда; a_n – коэффициенты при косинусах; b_n – коэффициенты при синусах; l – интервал интегрирования; n – порядковый номер коэффициента.

Поскольку разложение функции в ряд осуществляем в пределах раппорта переплетения, то интервал интегрирования будет $l=\frac{5\varepsilon_o}{2}$.

Используя (1) и (3), запишем

$$a_n=\frac{2}{5\varepsilon_o}\int_0^{5\varepsilon_o}f(x)\varphi(x)dx=\frac{2h_y}{5\varepsilon_o^2}[\int_0^{0,5\varepsilon_o}x\varphi(x)dx+\frac{\varepsilon_o}{2}\int_{0,5\varepsilon_o}^{3,5\varepsilon_o}\varphi(x)dx+$$

$$+\int_{3,5\varepsilon_o}^{4,5\varepsilon_o}(4\varepsilon_o-x)\varphi(x)dx+\int_{4,5\varepsilon_o}^{5\varepsilon_o}(x-5\varepsilon_o)\phi(x)dx], \qquad (6)$$

где $\varphi(x)=\cos\frac{2\pi nx}{5\varepsilon_o}$.

Из (6) следует

$$a_n=\frac{5h_y}{2\pi^2n^2}(\cos\frac{\pi n}{5}+$$

$$+\cos\frac{7\pi n}{5}-2\cos\frac{9\pi n}{5}). \qquad (7)$$

Имеем

$$a_1=-0{,}2h_y;\ a_2=-0{,}1h_y;$$

$$a_3=0{,}033h_y. \qquad (8)$$

Ограничимся тремя значениями a_n, так как дальнейшее вычисление коэффициентов нецелесообразно ввиду их малости.

Чтобы найти коэффициенты b_n, используем (1) и (4):

$$b_n=\frac{2}{5\varepsilon_o}\int_0^{5\varepsilon_o}f(x)\beta(x)dx=\frac{2h_y}{5\varepsilon_o^2}[\int_0^{0,5\varepsilon_o}x\beta(x)dx+$$

$$+\frac{\varepsilon_o}{2}\int_{0,5\varepsilon_o}^{3,5\varepsilon_o}\beta(x)dx+\int_{3,5\varepsilon_o}^{4,5\varepsilon_o}(4\varepsilon_o-x)\beta(x)dx+\int_{4,5\varepsilon_o}^{5\varepsilon_o}(x-5\varepsilon_o)\beta(x)dx], \qquad (9)$$

где $\beta(x) = \sin\frac{2\pi nx}{5\varepsilon_o}$.

Решение (9) дает

$$b_n = -\frac{5h_y}{2\pi^2 n^2}(\sin\frac{\pi n}{5} + \sin\frac{7\pi n}{5} - 2\sin\frac{9\pi n}{5}), \qquad (10)$$

откуда

$$b_1 = 0{,}23h_y;\ b_2 = -0{,}22h_y;\ b_3 = 0{,}1h_y. \qquad (11)$$

Как и в предыдущем случае, ограничимся вычислением трех коэффициентов b_n.

Найдем a_o, учитывая (1) и (5):

$$a_o = \frac{2}{5\varepsilon_o}\int_0^{5\varepsilon_o} f(x)dx = \frac{2h_y}{5\varepsilon_o^2}[\int_0^{0,5\varepsilon_o} xdx + \frac{\varepsilon_o}{2}\int_{0,5\varepsilon_o}^{3,5\varepsilon_o} dx + \int_{3,5\varepsilon_o}^{4,5\varepsilon_o}(4\varepsilon_o - x)dx + \int_{4,5\varepsilon_o}^{5\varepsilon_o}(x - 5\varepsilon_o)dx]. \qquad (12)$$

Из (10) следует

$$a_o = 0{,}6\text{мм}. \qquad (13)$$

При записи ряда ограничимся двумя коэффициентами a_n (8) и, учитывая (2), (11), (13), имеем

$$f(x) = h_y(0{,}3 - 0{,}2\cos\frac{5\pi x}{5\varepsilon_o} - 0{,}1\cos\frac{4\pi x}{5\varepsilon_o} + 0{,}23\sin\frac{2\pi x}{5\varepsilon_o} + 0{,}22\sin\frac{4\pi x}{5\varepsilon_o} + 0{,}1\sin\frac{6\pi x}{5\varepsilon_o}). \qquad (14)$$

Геометрия основной нити

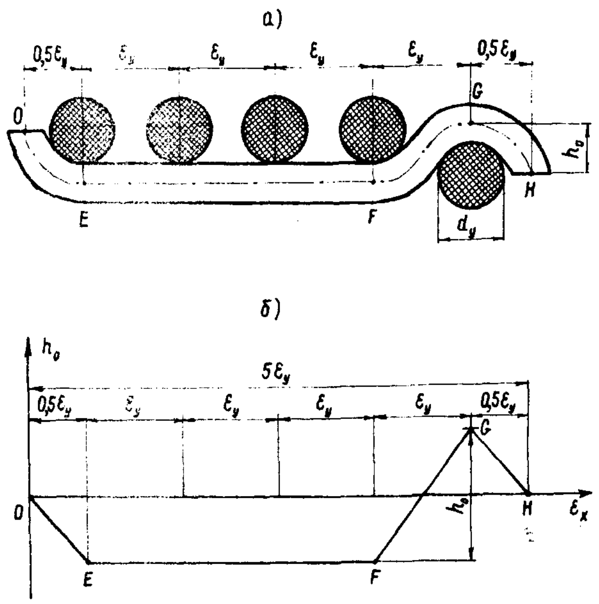

Рис. 2

Ряд (14) описывает геометрию осевой линии уточной нити. Аналогичную зависимость, но для основной нити OEFGH получим, рассмотрев рис. 2-а, б:

$$f(x)_o = \begin{cases} -\dfrac{h_o}{\varepsilon_y}x & \text{для} \quad 0 \le x \le 0{,}5\varepsilon_y, \\ -\dfrac{h_o}{2} & \text{для} \quad 0{,}5\varepsilon_y \le x \le 3{,}5\varepsilon_y, \\ \dfrac{h_o}{\varepsilon_y}(x - 4\varepsilon_y) & \text{для} \quad 3{,}5\varepsilon_y \le x \le 4{,}5\varepsilon_y, \\ \dfrac{h_o}{\varepsilon_y}(5\varepsilon_y - x) & \text{для} \quad 4{,}5\varepsilon_y \le x \le 5\varepsilon_y. \end{cases} \qquad (15)$$

Используя (15) и последовательность приведенных выше выкладок, запишем равенство для вычисления коэффициентов a_n:

$$a_{n1} = \frac{5h_o}{2\pi^2 n^2}\left(-\cos\frac{\pi n}{5} - \cos\frac{7\pi n}{5} + 2\cos\frac{9\pi n}{5}\right). \qquad (16)$$

Из (16) следует

$$a_{o1} = 0{,}2h_o; \qquad a_{o2} = 0{,}1h_o;$$

$$a_{o3} = -0{,}033h_o. \qquad (17)$$

Для определения коэффициентов b_n имеем

$$b_{n1} = \frac{5h_o}{2\pi^2 n^2}\left(-\sin\frac{\pi n}{5} - \sin\frac{7\pi n}{5} + 2\sin\frac{9\pi n}{5}\right) \qquad (18)$$

или

$$b_{o1} = -0{,}23h_o; \ b_{o2} = -0{,}22h_o;$$
$$b_{o3} = -0{,}1h_o. \qquad (19)$$

Вычисление постоянной ряда дает

$$a_1 = -0{,}6\text{мм}. \qquad (20)$$

Учитывая (17), где ограничимся первыми двумя коэффициентами, а также используя (19) и (20), запишем ряд для основной нити:

$$f(x) = h_o\left(-0{,}3 + 0{,}2\cos\frac{2\pi x}{5\varepsilon_y} + 0{,}1\cos\frac{4\pi x}{5\varepsilon_y} - 0{,}23\sin\frac{2\pi x}{5\varepsilon_y} - 0{,}22\sin\frac{4\pi x}{5\varepsilon_y} - 0{,}1\sin\frac{6\pi x}{5\varepsilon_y}\right). \qquad (21)$$

Сравнивая (14) и (21), отмечаем, что они отличаются между собой только знаками при коэффициентах.

Для определения уработки основной или уточной нити требуется знать ее длину в раппорте переплетения. Найдем эту длину, используя известную формулу [1]:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + f'^2(x)}\,dx, \qquad (22)$$

где a и b – пределы интегрирования.

Для основной и уточной нитей имеем

$$f'(x)_o = -1{,}256\frac{h_o}{\varepsilon_y}(0{,}2\sin\frac{2\pi x}{5\varepsilon_y} +$$

$$+0{,}2\sin\frac{4\pi x}{5\varepsilon_y} + 0{,}23\cos\frac{2\pi x}{5\varepsilon_y} +$$

$$+0{,}4\cos\frac{4\pi x}{5\varepsilon_y} + 0{,}3\cos\frac{6\pi x}{5\varepsilon_y}), \qquad (23)$$

$$f'(x)_y = 1{,}256\frac{h_y}{\varepsilon_o}(0{,}2\sin\frac{2\pi x}{5\varepsilon_o} +$$

$$+0{,}2\sin\frac{4\pi x}{5\varepsilon_o} + 0{,}23\cos\frac{2\pi x}{5\varepsilon_o} +$$

$$+0{,}4\cos\frac{4\pi x}{5\varepsilon_o} + 0{,}3\cos\frac{6\pi x}{5\varepsilon_o}), \qquad (24)$$

Если подставить (23) или (24) в (22), то точное вычисление интеграла невозможно. Вычислим его приближенно, используя формулу Симпсона [1].

Предварительно разобьем область интегрирования на десять равных частей. Тогда

$$\int_0^{5\varepsilon}\gamma(x)dx \approx \frac{\varepsilon}{6}[Y_0 + Y_m +$$

$$+2(Y_2 + Y_4 + Y_6 + Y_8) + 4\cdot$$

$$\cdot(Y_1 + Y_3 + Y_5 + Y_7 + Y_9)], \qquad (25)$$

где ε – геометрическая плотность; Y_0, Y_m – значения подынтегральной функции при x=0 и x=5ε; Y_i – промежуточные значения подынтегральной функции.

Учитывая, что

$$L = \int_a^b\sqrt{1+f'^2(x)dx} \approx \int_0^{5\varepsilon}\gamma(x)dx \qquad (26)$$

и используя (23...26), определим длину основной и уточной нитей. Зная длину, рассчитаем уработку:

$$a = (1 - \frac{5\varepsilon}{L})\cdot 100\%. \qquad (27)$$

Приведем результаты расчета уработки нитей основы и утка для сатина арт. 520 [2]. Имеем $a_o = 4\%$, $a_y = 7{,}6\%$. Фактическая уработка по основе 3,6%, по утку 7,3%. Разница несущественна. Если же в расчеты ввести коэффициенты вертикального смятия нитей, то можно выйти на фактические значения уработок.

Наряду с этим хотелось высказать предположение, требующее тщательной проверки: по-видимому, нет необходимости учитывать в расчетах прямолинейные отрезки нити, а ограничиться участками, где нить имеет изгибы. Тогда расчет уработки нитей основы и утка значительно упростится.

ВЫВОДЫ

1. Большинство расчетных формул по определению уработки нитей основы и утка получено применительно к ткани полотняного переплетения.

Использование рядов Фурье позволяет рассчитать уработку нитей практически для любой однослойной и многослойной ткани.

2. Показана методика расчета и получены показатели уработки нитей для сатина 5/2, хорошо согласующиеся с фактическими данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* // Справочник по математике. – М.: Наука, 1986. С.418...425.

2. Справочник по хлопкоткачеству. – М.: Легпромбытиздат, 1987. С. 478.

Рекомендована кафедрой ткачества ИГТА. Поступила 19.06.00.