

УДК 677.024:63.09:004.942

DOI 10.47367/0021-3497_2021_6_189

**ПРОСТАЯ ПЕРКОЛЯЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОБРАЗОВАНИЯ ТРЕЩИН
В ТЕКСТИЛЬНЫХ КОМПОЗИТАХ С ТКАНОЙ МАТРИЦЕЙ**

**SIMPLE PERCOLATION MODEL OF CRACKING
IN TEXTILE COMPOSITES WITH A WOVEN MATRIX**

*П.А. СЕВОСТЬЯНОВ, В.И. МОНАХОВ, Т.А. САМОЙЛОВА,
Ю.Б. ЗЕНЗИНОВА, Е.Н. ВАХРОМЕЕВА*

*P.A. SEVOSTYANOV, V.I. MONAKHOV, T.A. SAMOILOVA,
J.B. ZENZINOVA, E.N. VAKHROMEEVA*

(Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство))

(Russian State University named after A.N. Kosygin (Technologies. Design. Art))

E-mail: petrsev46@yandex.ru

В статье представлена простая компьютерная модель развития трещины в композитном материале с тканой матрицей разных видов переплетения. Был использован метод статистической имитации динамики развития трещины как процесса перколяции. Алгоритм имитации представляет собой итерационную процедуру. На каждой итерации она достраивает уже существующую траекторию трещины новым шагом. С помощью модели получены реализации траекторий трещин. Изучены особенности распространения трещины в зависимости от вида переплетения. Анизотропия тканой основы с переплетением саржа задает общую диагональную тенденцию направления трещин, а случайная неоднородность среды ведет к нарастающему расхождению траекторий, начинающихся в одной и той же точке на границе композитного материала. В качестве интегральной оценки процесса использованы энергетические затраты на образование трещины. Исследованы энергетические затраты, необходимые для образования трещин в зависимости от переплетения и статистической неоднородности наполнителя.

The article presents a simple computer model of crack development in a composite material with a woven matrix of weave different types. The method of statistical simulation of the dynamics of crack development as a percolation process was used. The simulation algorithm is an iterative procedure. At each iteration, it completes the existing crack path with a new step. Realizations of fracture trajectories are obtained using the model. The features of crack spread are studied depending on the type of weaving. The anisotropy of the woven base with twill weave sets the general

diagonal trend in the direction of cracks, and the random inhomogeneity of the medium leads to an increasing divergence of trajectories starting at the same point on the boundary of the composite material. Energy costs for crack formation were used as an integral assessment of the process. The energy costs required for the formation of cracks are investigated depending on the interweaving and statistical inhomogeneity of the filler.

Ключевые слова: перколяция, трещина, дефект, композитный материал, статистическая имитация.

Keywords: percolation, crack, defect, composite material, statistical simulation.

Одним из основных и часто возникающих дефектов в композитных материалах являются трещины. Причин и источников возникновения трещин много как на стадии производства, так и на стадии эксплуатации [1...6]. В отличие от других видов понижения уровня или потери эксплуатационных свойств материала, например, истирания, трещина распространяется в локальной области и образует непрерывную траекторию от точки своего возникновения. Траектория связывает точки материала, в которых он имеет наихудшее значение прочности по сравнению с окрестными точками. Распространение трещины относят к перколяционным процессам [7] подобно распространению электрического разряда в сплошной, но неоднородной среде. Внешне траектория трещины напоминает траекторию случайного блуждания. Однако при случайном блуждании элементы траектории на каждом этапе зависят от закономерностей самого движения и имеют вероятностный характер в однородной среде, тогда как при образовании трещины, как и при прохождении электрического разряда, элементы траектории зависят от неоднородности самой среды распространения. Возникает задача о взаимосвязи между особенностями этой неоднородности и траекторией трещины. Для решения этой задачи был использован метод статистической имитации динамики развития трещины как процесса перколяции [8...14].

Рассматривалась плоская двумерная задача в декартовых координатах X , Y . Среда, в которой происходит образование трещины, имеет форму прямоугольника с

шагом соответственно dX и dY и дискретными целочисленными координатами (r, c) , $r = 1, \dots, M$; $c = 1, \dots, N$. Ширина B и длина L среды выражены в целых числах N и M : $B = dX N$ и $L = dY M$. Способность среды сопротивляться распространению трещины в некоторой точке опишем числовой матрицей $g(r, c)$ размера $M \times N$. В более сложной постановке сопротивление среды распространению трещины в каждой точке зависит не только от координат самой точки, но и от соседних точек и должно описываться тензором в каждой точке. Однако на алгоритме имитации развития трещины это усложнение не отражается, поэтому ограничимся рассмотрением простого случая скалярной функции $g(r, c)$.

Алгоритм имитации представляет собой итерационную процедуру. На каждой итерации она достраивает уже существующую траекторию трещины новым шагом. При этом индекс r нарастает на единицу. Индекс c может остаться таким же, как и в текущем положении траектории, или уменьшится на единицу, или, наконец, возрасти на единицу, в зависимости от того, какое из трех значений: $g(r+1, c-1)$, $g(r+1, c)$ или $g(r+1, c+1)$, – является наименьшим, то есть равно наименьшему сопротивлению силам, вызывающим трещину. Итерации продолжаются, пока трещина, начавшись в одной из точек стороны прямоугольника среды распространения, не достигнет противоположной стороны. Боковые стороны выбираются достаточно удаленными от точки начала трещины, чтобы траектория трещины в любом случае выходила на про-

тивоположную сторону. Тем самым имитируется неограниченность протяженности среды в направлении, поперечном направлению распространения трещины.

На рис. 1 показаны цветные диаграммы распределения прочности при переплетении саржа 3/1: (а) – без ($Sg = 0$) и (б) – со случайными вариациями ($Sg = 0,072$).

Для учета переплетения тканого полотна зададим его раппорт значениями элементов матрицы G , соответствующими рассматриваемому переплетению. Ниже рассматриваются четыре варианта периодической структуры тканого полотна: 1) однонаправленная вдоль основы $G = [1, -1]$; 2) однонаправленная поперек основы $G = [-1; 1]$; 3) полотно $G = [-1 1; 1 -1]$; 4) саржа 3/1 $G = [-1 0 1; 0 1 -1; 1 -1 0]$. Значения $g(r, c)$ представляют собой периодически распространённые на площадь среды до необходимых размеров матрицы G . Значения G выбраны таким образом, чтобы среднее значение $g(r, c)$ по моделируемому участку среды было равно нулю. На рис.1-а показано распределение $g(r, c)$ на примере саржевого переплетения.

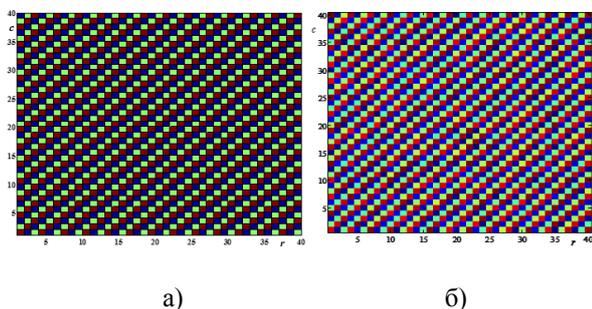


Рис. 1

Для придания образованию трещины хаотической составляющей добавим к значениям $g(r, c)$ случайную компоненту с нулевым средним и среднеквадратическим отклонением (СКО) Sg . На рис.1-б показан тот же фрагмент матрицы $g(r, c)$, что и на рис.1-а, но с добавленной случайной компонентой. С увеличением Sg случайная неоднородность среды нарастает. Следовательно, переплетение создает анизотропию, а случайная компонента – стационарную, статистически одинаковую, неоднородность среды по величине сопротивления

распространению трещины. Можно считать, что анизотропную составляющую в сопротивление трещинообразованию вносит тканое полотно композитного материала, а неоднородную случайную составляющую – связующий материал, наполняющий это полотно.

Программная реализация описанного выше алгоритма распространения трещины в двумерной среде позволила получить реализации траекторий. На рис. 2 показан пример модельных траекторий трещин в образце среды с саржевым переплетением полотна 3/1 при $Sg = 0,865$. Траектории получены в пяти повторных прогонах модели при неизменных значениях параметров и условиях моделирования. Каждый прогон отличался новой реализацией $g(r, c)$, которая приводила к новой траектории. Цветовой фон отображает неоднородность среды по величине сопротивления образованию трещины.

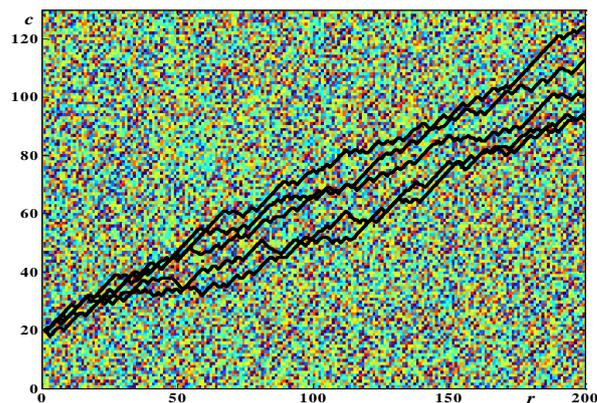


Рис. 2

Пример показывает, что анизотропия тканой основы с переплетением саржа задает общую диагональную тенденцию направления трещин, а случайная неоднородность среды ведет к нарастающему расхождению траекторий, начинающихся в одной и той же точке на границе композитного материала.

В качестве интегральной оценки процесса использованы энергетические затраты на образование трещины на единицу площади среды, которые пропорциональны криволинейному интегралу от функции $g(x, y)$ по траектории трещины

$$J = \frac{1}{L_T} \oint_{\text{по траектории}} g(x, y) d\ell \approx \frac{1}{N_T} \sum_{r, c} g(r, c), r, c \in \text{траектории}$$

В этой формуле L_T – длина траектории, N_T – число элементов модельной траектории. Очевидно, что чем меньше J , тем хуже противостоит образованию трещин композитный материал. Поскольку как анизотропная, так и случайная составляющая $g(r, c)$ моделировались с нулевыми средними значениями, значения J имеют отрицательный знак. Они вычислялись в каждом прогоне модели. Накопленные массивы значений J по 10000 повторных прогонов модели позволили с высокой точностью и надежностью не менее 95% установить, что значе-

ния J распределены по нормальному закону, и использовать оценки среднего J_{sr} для изучения влияния различных факторов на показатель J .

С помощью модели были выполнены эксперименты, в которых варьировались четыре перечисленных выше варианта переплетения и среднее квадратическое отклонение S_g случайной компоненты. В таблицах 1...4 приведены результаты этих экспериментов для четырех вариантов переплетений тканой основы композитного материала.

Таблица 1

Одномерная вдоль основы	Wgr					
	0	0,5	1,0	3,0	5,0	8,0
Sgr	0	0,1444	0,2886	0,8660	1,4434	2,3094
gSr	0	-3,03 ^{e-04}	0,0012	4,25 ^{e-04}	0,0032	0,0018
Sg	0,8165	0,8293	0,8655	1,1878	1,6632	2,4503
Jsr	-1,0000	-1,0002	-1,0002	-1,1573	-1,5164	-2,1748
Std.Err.Jsr	0	8,39 ^{e-05}	0,0002	0,0004	0,0007	0,0010
S _J	0	0,0084	0,0167	0,0435	0,0659	0,1006
Std.Err.S _J	0	5,93 ^{e-05}	0,0001	0,0003	0,0005	0,0007

В этих таблицах: Wgr – размах варьирования случайной компоненты неоднородности среды по ее сопротивлению развитию трещины; Sgr – СКО этой; gSr и Sg – оценки (по повторным прогонам) среднего значения $g(r, c)$ и СКО; Jsr – оценка средних энергетических затрат на образование

трещины; Std.Err.Jsr – стандартная (среднеквадратическая) ошибка оценивания Jsr; S_J – оценка СКО этих энергетических затрат; Std.Err.S_J – стандартная (среднеквадратическая) ошибка оценивания S_J.

Таблица 2

Одномерная поперек основы	Wgr					
	0	0,5	1,0	3,0	5,0	8,0
Sgr	0	0,1444	0,2886	0,8660	1,4434	2,3094
gSr	0	2,21 ^{e-04}	4,07 ^{e-04}	-0,0037	-0,0119	0,0045
Sg	0,8165	0,8301	0,8649	1,1933	1,6574	2,4525
Jsr	0	-0,1257	-0,2507	-0,7500	-1,2505	-1,999
Std.Err.Jsr	0	6,52 ^{e-05}	0,0001	0,0004	0,0006	0,0009
S _J	0	0,0065	0,0124	0,0363	0,0601	0,0954
Std.Err.S _J	0	4,61 ^{e-05}	8,76 ^{e-05}	0,0003	0,0004	0,0007

Таблица 3

Полотно	Wgr					
	0	0,5	1,0	3,0	5,0	8,0
Sgr	0	0,1444	0,2886	0,8660	1,4434	2,3094
gSr	0	-0,00068	-0,0020	0,0032	-0,0064	-0,0077
Sg	1,0000	1,0112	1,0402	1,3240	1,7550	2,5294
Jsr	-0,9500	-1,0771	-1,1597	-1,4883	-1,8252	-2,4112
Std.Err.Jsr	0	9,53 ^{e-05}	0,00018	0,0005	0,0009	0,0013
S _J	0	0,0095	0,0184	0,0549	0,0894	0,1321
Std.Err.S _J	0	6,74 ^{e-05}	0,0001	0,0004	0,0006	0,0009

Саржа 3/1	Wgr					
	0	0,5	1,0	3,0	5,0	8,0
Sgr	0	0,1444	0,2886	0,8660	1,4434	2,3094
gSr	0	0,0002	-0,0007	-0,0014	-0,0063	-0,00003
Sg	0,8165	0,8290	0,8652	1,1897	1,6622	2,4474
Jsr	-0,9964	-0,9967	-0,9964	-1,1538	-1,51239	-2,1704
Std.Err.Jsr	0	0,0001	0,0002	0,0004	0,0006	0,0010
S _J	0	0,0083	0,0174	0,0436	0,0644	0,0961
Std.Err.S _J	0	0,0001	0,0001	0,0003	0,0005	0,0007

Малые значения стандартных ошибок оценивания говорят о достаточно большом числе повторных прогонов модели, обеспечивающих высокую точность оценивания. Для второго варианта переплетения, при котором нити ткани периодически, в пределах переплетения, препятствуют распространению трещины, средние энергозатраты на трещину примерно в 8 раз выше, чем для композита, у которого трещина распространяется вдоль одномерно направленной волокнистой основы. Однако при большой неоднородности наполнителя анизотропия основы уже не имеет такого значения и затраты у обоих вариантов переплетений становятся практически одинаковыми. Заметим, что при саржевом переплетении затраты энергии при всех уровнях случайной неоднородности практически совпадают с затратами энергии для одномерно направленной основы.

ВЫВОДЫ

Разработана простая компьютерная модель развития трещины в композитном материале с тканой матрицей разных видов переплетения. Изучены особенности распространения трещины в зависимости от вида переплетения. Исследованы энергетические затраты, необходимые для образования трещин в зависимости от переплетения и статистической неоднородности наполнителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Валишин А.А., Антонова И.В. Перколяционная модель накопления микродефектов и коллапса зоны вынужденной эластичности перед фронтом трещины разрушения в полимерных и композиционных материалах // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2016. Вып. 11. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-11-1556>.
2. Столяров О.Н., Горшков А.С. Применение высокопрочных текстильных материалов в строительстве // Инженерно-строительный журнал. – 2009, №4. С.21...25.
3. Буров А.Е. Разрушение однонаправленного композита с расслоением в вершине поперечной трещины. – Красноярск: Институт вычислительного моделирования СО РАН.
4. Гасанов Ш.Г. Моделирование трещинообразования в волокнистом композите при изгибе // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2018, 14 (3). С. 248...257.
5. Корнев В.М. Необходимые и достаточные критерии разрушения композита с хрупким связующим // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. Т. 43, №3. С. 152...160.
6. Трещалин Ю.М. Композиционные материалы на основе нетканых полотен. – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2015.
7. Гергега А.Н. Физические аспекты процессов самоорганизации в композитах. 1. Моделирование перколяционных кластеров фаз и внутренних границ // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. Т. 19, №3. С. 406...419.
8. Севостьянов П.А., Забродин Д.А. Обобщенная перколяционная модель износа двумерных полотен из волокнистых материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2011, №4. С. 151...153.
9. Севостьянов П.А., Забродин Д.А., Дасюк П.Е. Компьютерное моделирование в задачах исследования текстильных материалов и производств. – М.: "Тисо Принт", 2014. ISBN 978-5-9904852–2-8.
10. Szablewski P. Estimating engineering constants of a selected model of textile composite // Indian Journal of Fibre & Textile Research. – Vol.40, September. 2015. P.236...242.
11. Jian Songa, Weidong Wen & Haitao Cui. Finite element analysis of mechanical properties of 2.5D angle-interlock woven composites: Part 1 – Full-cell model and its validation // Indian Journal of Fibre & Textile Research. – Vol. 42, March 2017. P. 17...24.
12. Guoqing Zhang, Yanping Xia, Hui Wang, Yu Tao, Guiliang Tao, Shantung Tu, Haiping Wu. A Percolation Model of Thermal Conductivity for Filled Polymer Composites // Journal of Composite Materials. – Vol.44, №8, 2010. P. 963...970.
13. Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Starushenko G.A. Asymptotic models for transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part I: Square lattice of circular inclusions // Compos. Struct. –

179, 2017. P.617...627. Doi: 10.1016/j.compstruct.2017.07.070.

14. Andrianov I.V., Awrejcewicz J., Starushenko G.A. Asymptotic models for transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part II: Square lattices of rhombic inclusions and hexagonal lattices of circular inclusions // *Compos. Struct.* – 180, 2017. P.351...359. Doi: 10.1016/j.compstruct.2017.07.068.

REFERENCES

1. Valishin, A.A., Antonova, I.V. Percolation model of accumulation of microdefects and collapse of the forced elasticity zone ahead of the fracture crack front in polymer and composite materials // *Engineering journal: science and innovations.* - 2016. - Issue. 11. <http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2016-11-1556>.

2. Stolyarov, O.N., Gorshkov, A.S. The use of high-strength tex-stylish materials in construction // *Engineering and construction journal.* - 2009. - No. 4. - P.21-25.

3. Burov, A.E. Fracture of a unidirectional composite with delamination at the tip of a transverse crack. - Krasnoyarsk, Institute of Computational Modeling SB RAS.

4. Hasanov, Sh.G. Modeling of cracking in a fibrous composite during bending. *Structural mechanics of engineering structures and structures.* 2018. - 14 (3). - P. 248-257.

5. Kornev, V.M. Necessary and Sufficient Criteria for Fracture of a Composite with a Brittle Binder // *Applied Mechanics and Technical Physics.* - 2002. - T. 43. No. 3. - S. 152-160.

6. Treshchaln, Y.M. Composite materials based on nonwoven fabrics. - M.: Moscow State University. M.V. Lomonosov, 2015. -- 220 p., Ill.

7. Gerega, A.N. Physical aspects of self-organization processes in composites. 1. Modeling of percolation clusters of phases and internal boundaries // *Mechanics*

of composite materials and structures. - 2013. - T. 19. - No. 3. - S. 406-419.

8. Sevostyanov, P.A., Zabrodin, D.A. Generalized percolation model of wear of two-dimensional webs of fibrous materials. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti.* - 2011. -- 4 (333). - S. 151 - 153.

9. Sevostyanov, P.A., Zabrodin, D.A., Dasyuk, P.E. Computer modeling in the tasks of studying textile materials and industries. - M.: "Tiso Print", 2014. - 264 p. ISBN 978-5-9904852-2-8

10. Szablewski, P. Estimating engineering constants of a selected model of textile composite / *Indian Journal of Fibre & Textile Research.* Vol.40, September 2015, pp.236-242.

11. Jian Songa, Weidong Wen & Haitao Cui. Finite element analysis of mechanical properties of 2.5D angle-interlock woven composites: Part 1— Full-cell model and its validation / *Indian Journal of Fibre & Textile Research.* Vol. 42, March 2017, pp. 17-24.

12. Guoqing Zhang, Yanping Xia, Hui Wang, Yu Tao, Guiliang Tao, Shantung Tu, Haiping Wu. A Percolation Model of Thermal Conductivity for Filled Polymer Composites. *Journal of Composite Materials.* 2010. Vol.44. No.8/2010-pp. 963-970.

13. Andrianov, I.V., Awrejcewicz, J., Starushenko, G.A. Asymptotic models for transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part I: Square lattice of circular inclusions. *Compos. Struct.* 2017, 179,617-627. Doi: 10.1016/j.compstruct.2017.07.070

14. Andrianov, I.V., Awrejcewicz, J., Starushenko, G.A. Asymptotic models for transport properties of densely packed, high-contrast fibre composites. Part II: Square lattices of rhombic inclusions and hexagonal lattices of circular inclusions. *Compos. Struct.* 2017, 180, 351-359. Doi: 10.1016/j.compstruct.2017.07.068

Рекомендована кафедрой автоматизированных систем обработки информации и управления. Поступила 26.07.21.