УДК 539.434:677.494 DOI 10.47367/0021-3497_2021_6_210

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ПОЛИМЕРНЫХ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ С ПОЗИЦИИ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ВЯЗКОУПРУГОСТИ^{*}

MATHEMATICAL MODELING OF POLYMER TEXTILE MATERIALS DEFORMATION PROPERTIES FROM THE STANDPOINT OF VISCOUS ELASTICITY SPECTRAL ANALYSIS

А.В. ДЕМИДОВ, А.Г. МАКАРОВ, Н.В. ПЕРЕБОРОВА, А.М. ЛИТВИНОВ A.V. DEMIDOV, A.G. MAKAROV, N.V. PEREBOROVA, A.M. LITVINOV

(Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна)

(Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design)

E-mail: rector@sutd.ru; makvin@yandex.ru; nina1332@yandex.ru; litalmih@yandex.ru

Рассматриваются вопросы математического моделирования деформационных свойств полимерных текстильных материалов с позиции спектрально анализа вязкоупругости. Дается спектральная интерпретация развиваемых методов анализа и прогнозирования нелинейно-наследственной вязкоупругости нитей аморфно-кристаллического строения в зоне неразрушающих механических воздействий.

^{*} Работа финансировалась в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки РФ, Проект № FSEZ-2020-0005.

The issues of mathematical modeling of polymeric textile materials deformation properties from the standpoint of viscoelasticity spectral analysis are considered. A spectral interpretation of the developed methods of analysis and prediction of the nonlinear-hereditary viscoelasticity of amorphous-crystalline filaments in the zone of non-destructive mechanical effects is given.

Ключевые слова: математическое моделирование, полимерные текстильные материалы, деформационные процессы, релаксация, ползучесть, спектр релаксации.

Keywords: mathematical modeling, polymer textile materials, deformation processes, relaxation, creep, relaxation spectrum.

Введение

Актуальность темы обусловлена сложностью физически обоснованного как анализа физико-механических свойств полимерных текстильных материалов аморфнокристаллического строения, так и прогнозирования их деформированных состояний в зоне неразрушающих механических воздействий. Вязкоупругость полимерных текстильных материалов считается обусловленной чередованием упорядоченных и неупорядоченных областей расположения цепочечных макромолекул [1].

Обобщение классических представлений теории линейно-наследственной вязкоупругости на свойства полимерных текстильных материалов в рамках представлений об активирующем характере механических воздействий позволило разработать ряд методик определения параметров уравнений нелинейно-наследственной вязкоупругости и расчетного прогнозирования процессов деформирования или наг-ружения [2].

Методы

Был предложен рекуррентный метод расчета нелинейно-наследственных спектров релаксации или запаздывания по задаваемым ядрам интегральных уравнений нелинейно-наследственного типа. В настоящей статье дается более обоснованная спектральная интерпретация развиваемого метода анализа и прогнозирования процессов деформирования синтетических нитей в зоне неразрушающих механических воздействий [3].

Деформационный или геометрический вариант моделирования нелинейно-наследственной вязкоупругости наглядно иллюстрируется обобщенной моделью Максвелла, представленной на рис. 1 (деформационный (геометрический) вариант моделирования: $\tilde{\tau}_{i\varepsilon}$ – время релаксации i-го элемента модели; N_i – количество таких элементов; n – количество значений времен релаксации $\tilde{\tau}_{i\varepsilon}$; σ – полное напряжение) [4].



Обозначим количество всех элементов модели:

$$N = \sum_{i=1}^{n} N_i , \qquad (1)$$

 E_{o} – модуль упругости всей модели; E_{∞} – модуль вязкоупругости всей модели; $E_{o}N^{-1}$ – модуль упругости каждого элемента; $E_{\infty}N^{-1}$ – модуль вязкоупругости каждого элемента, то есть модуль каждой левой пружины элемента; время релаксации каждого из N_{i} элементов:

$$\tilde{\tau}_{i\epsilon} = \Delta \eta_{i\epsilon} N \left(E_{o} - E_{\infty} \right)^{-1}, \qquad (2)$$

где $\Delta \eta_{i\epsilon}$ – коэффициент вязкости каждого из N_i i-х элементов; $\Delta \eta_{i\epsilon}$ зависит от деформации ϵ одинаково у всех элементов.

Условие совместности деформаций всех элементов $\varepsilon_i = \varepsilon$, а условие равновесия каждого из N_i i-х элементов представляет собой дифференциальное уравнение:

$$N(\tilde{\tau}_{i\epsilon}\Delta\dot{\sigma}_{i}+\Delta\sigma_{i}) = E_{o}(\tilde{\tau}_{i\epsilon}\dot{\epsilon}+c\epsilon), \quad (3)$$

где $\Delta \sigma_i$ – напряжение i-го элемента; $c = E_{\infty} \cdot E_o^{-1}$ – коэффициент полноты упругости модели. В режиме простой релаксации - когда ε = const – из (3) получается релаксирующий модуль i-го элемента:

$$\frac{\Delta \sigma_{i\varepsilon}}{\varepsilon} = \Delta E_{i\varepsilon t} = N^{-1} E_o \left(c + (1 - c) exp \left(-\frac{t}{\tilde{\tau}_{i\varepsilon}} \right) \right), \quad (4)$$

где t – внешнее время, отсчитываемое от

где в соответствии с (7):

момента квазимгновенного приложения деформации " є ".

Решение дифференциального уравнения (3) с учетом (4) [5]

$$\Delta \sigma_{i} = N^{-1} E_{o} \varepsilon_{t} + \int_{o}^{t} \varepsilon_{t-s} \frac{\partial \Delta E_{i\varepsilon s}}{\partial s} ds . \quad (5)$$

Сложение только i-х элементов дает напряжение

$$N_i \Delta \sigma_i = \sigma_i = N_i N^{-1} E_o \varepsilon_t + N_i \int_o^t \varepsilon_{t-s} \Delta E'_{i\varepsilon s} ds , \quad (6)$$

где
$$\Delta E'_{i\epsilon s} = \frac{\partial \Delta E_{i\epsilon s}}{\partial s};$$

 $N_i \Delta E_{i\epsilon t} = E_{i\epsilon t}$

– модуль релаксации сложенных N_i элементов, имеющих одно и тоже время релаксации $\tilde{\tau}_{i\epsilon}$.

Сложение всех элементов модели дает полное напряжение всей модели с учетом (5)

$$\sum_{i=1}^{n} \sigma_{i} = \sigma_{t} = E_{o} \varepsilon_{t} + \int_{o}^{t} \varepsilon_{t-s} E_{\varepsilon s}' ds, \quad (8)$$

(7)

$$\sum_{i=1}^{n} E_{i\varepsilon t} = E_{\varepsilon t} = cE_{o} + E_{o} \left(1 - c\right) \sum_{i=1}^{n} N_{i} N^{-1} \exp\left(-\frac{t}{\tilde{\tau}_{i\varepsilon}}\right)$$
(9)

- модуль релаксации всей модели [6].

При $n \to \infty$ суммирование элементов дискретной модели (9) заменяется интегри-

рованием некоторой непрерывной функции распределения моделируемых частиц по их временам релаксации:

$$\mathbf{E}_{\varepsilon t} = \mathbf{E}_{\infty} + \left(\mathbf{E}_{o} - \mathbf{E}_{\infty}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\mathbf{H}}_{\varepsilon} \exp\left(-\frac{\mathbf{t}}{\tilde{\tau}_{\varepsilon}}\right) d\ln \tilde{\tau}_{\varepsilon} , \qquad (10)$$

при соблюдении условия:

$$\sum_{i=1}^{n} N_{i} N^{-1} = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{H}_{\varepsilon} d \ln \tilde{\tau}_{\varepsilon} , \qquad (11)$$

где $N_i N^{-1}$ – нормированная дискретная функция распределения количества релаксирующих частиц N по их временам релаксации $\tilde{\tau}_{i\epsilon}$; спектр релаксации \overline{H}_{ϵ} – это функция распределения бесконечно большого числа частиц по значениям их времен релаксации $\tilde{\tau}_{\epsilon}$ [7]. Принципиальное отличие рассмотренного спектра \overline{H}_{ϵ} от классического спектра состоит в том, что логарифмическая шкала времени релаксации определенным образом – а именно через среднестатистическое значение τ_{ϵ} – зависит от деформации ϵ как от параметра [8]. Поэтому рассмотренный вариант моделирования назван геометрическим или деформационным.

Уравнение состояния модели (8) пригодно как для своего дискретного ядра (9), так и для непрерывного ядра (10) и вследствие этого считается каноническим. Нелинейность моделируемых вязкоупругих свойств, в отличие от классической линейности [9], накладывает определенные ограничения на производимые математические процедуры.

Так, при переходе от уравнения (3) к уравнению (5) с помощью лапласовых преобразований операционного исчисления и свойств интегральных сверток, можно дифференцировать функцию (4) и нельзя дифференцировать деформацию вследствие ее двойной роли в уравнениях (3) и (5) [10], где ее следует рассматривать как параметр.

Для простого режима ползучести $\varepsilon_{\sigma t}$, когда $\sigma = \text{const}$, из уравнения (8) получается возможность определения функции податливости $D_{\sigma t}$ по модулю релаксации (9) или (10) данной модели (рис. 1) в символической записи [11]:

$$\frac{\varepsilon_{\sigma t}}{\sigma} = D_{\sigma t} = p^{-2} \left\{ E_{\varepsilon t} \right\}^{-1} = \left\{ t \right\} \left\{ E_{\varepsilon t} \right\}^{-1}, \quad (12)$$

где {E_{st}} – лапласово изображение оригинала E_{st}; ≓ – символ преобразования Лапласа. С учетом (12) интегральное уравнение (8) решается относительно деформации как функции времени:

$$\varepsilon_{t} = E_{o}^{-1}\sigma_{t} + \int_{o}^{t}\sigma_{t-s}D'_{\sigma s}ds. \qquad (13)$$

Однако воспользоваться каноническим уравнением (13), полученным для той же самой модели (рис. 1), весьма трудно из-за того, что, в соответствии с (12), ядро уравнения (13) содержит время релаксации, которое в неявном виде зависит от неизвестной величины деформации ε_t как от параметра.

Для материалов указанного типа вполне удовлетворительным является следующее решение интегрального уравнения (10) [12]:

$$\overline{H}_{\varepsilon} \cong \left(E_{o} - E_{\infty} \right)^{-1} \frac{\partial E_{\varepsilon t}}{\partial \ln t} \bigg|_{t=\tilde{\tau}_{\varepsilon}}, \quad (14)$$

показывающее, что производная модуля релаксации по логарифмической шкале времени по своей сути, так же как и спектр релаксации, отражает распределение частиц материала по их временам релаксации. В связи с этим каноническое уравнение (8) рекомендуется использовать в виде [13]:

$$\sigma_{t} = E_{o} \varepsilon_{t} + \int_{-\infty}^{\ln t} \varepsilon_{t-s} \frac{\partial E_{\varepsilon s}}{\partial \ln s} d\ln s , \qquad (15)$$

и тогда физический смысл ядра уравнения (15) становится более ясным, по сравнению с ядром уравнения (8).

Рассмотренный спектральный смысл канонического уравнения нелинейнонаследственного типа (15) или (8) сохраняет свою силу при любом выборе аппроксимирующей функции для модуля релаксации как функции времени, зависящей от деформации как от параметра. Поэтому сформулированная спектральная интерпретация данного варианта нелинейно-наследственной вязкоупругости может считаться универсальной [14].

Силовому варианту теории нелинейнонаследственной вязкоупругости соответствует обобщенная модель Кельвина-Фойхта-Мейера, представленная на рис. 2 (силовой вариант моделирования: $\tilde{\tau}_{i\sigma}$ – время запаздывания i-го элемента модели; N_i – количество таких элементов; n – количество значений времен запаздывания $\tilde{\tau}_{i\sigma}$; σ – напряжение).

ñ



Рис. 2

По аналогии с предыдущей моделью (рис. 1), формула (1), а также характеристики с, E_o и E_∞ сохраняются. Модулем упругости каждого элемента модели (рис. 2) становится NE_o , а модулем вязкоупругости каждого элемента, то есть его левой пружины, становится NE_∞ .

Временем запаздывания каждого из $N_{i}\,i\text{-}x$ элементов становится:

$$\tilde{\tau}_{i\sigma} = c^{-1} \Delta \eta_{i\sigma} N^{-1} \left(E_o - E_{\infty} \right)^{-1}, \qquad (16)$$

где $\Delta \eta_{i\sigma}$ – коэффициент вязкости в каждом из N_i i-х элементов. $\Delta \eta_{i\sigma}$ зависит от напряжения одинаково у всех элементов. Условие совместности деформации всех элементов:

одного элемента модели; $N^{-1}E_{\infty}^{-1} = \Delta D_{\infty}$ – вязкоупругая податливость одного эле-

По аналогии с (5) получается решение дифференциального уравнения (18) с учетом (20), то есть уравнение состояния од-

$$\sum_{i=1}^{n} N_{i} \Delta \varepsilon_{i} = \varepsilon_{t}, \qquad (17)$$

где є, – полная деформация всей модели [15].

По аналогии с (3) уравнение равновесия для каждого из N_i i-х элементов модели при условии с $\neq 0$

$$NE_{o}(\tilde{\tau}_{i\sigma}\Delta\dot{\varepsilon}_{i} + \Delta\varepsilon_{i}) = \tilde{\tau}_{i\sigma}\dot{\sigma} + c^{-1}\sigma, \quad (18)$$

причем

$$\Delta \varepsilon_{i} N_{i} = \varepsilon_{i} \tag{19}$$

– деформация элементов с одинаковым временем запаздывания $\tilde{\tau}_{i\sigma}$.

В режиме простой ползучести, когда $\sigma = \text{const}$, из (18) получается податливость элемента по аналогии с (4):

$$\frac{\Delta \varepsilon_{i\sigma}}{\sigma} = \Delta D_{i\sigma} = N^{-1} E_o^{-1} c^{-1} \left(1 - (1 - c) exp \left(-\frac{t}{\tilde{\tau}_{i\sigma}} \right) \right),$$
(20)
где $N^{-1} E_o^{-1} = \Delta D_o$ – упругая податливость $\Lambda = N^{-1} E_o^{-1} - t \int_{0}^{t} dt D'_{i\sigma} dt$ (21)

$$\Delta \varepsilon_{i} = N^{-1} E_{o}^{-1} \sigma_{t} + \int_{o}^{t} \sigma_{t-s} \Delta D'_{i\sigma s} ds , \qquad (21)$$

а сложение всех элементов модели:

$$\sum_{i=1}^{n} N_{i} \Delta \epsilon_{i} = \sum_{i=1}^{n} \epsilon_{i} = \epsilon_{t}$$
 (22)

приводит к уравнению состояния всей модели (13), где

$$\frac{\varepsilon_{t\sigma}}{\sigma} = D_{\sigma t} = E_{\infty}^{-1} - E_{\infty}^{-1} (1 - c) \sum_{i=1}^{n} N_i N^{-1} \exp\left(-\frac{t}{\tilde{\tau}_{i\sigma}}\right)$$
(23)

– податливость всей модели, причем $\Delta D_{i\sigma} N_i = D_{i\sigma}$ – податливость суммы i-х элементов, а $\sum_{i=1}^{n} D_{i\sigma} = D_{\sigma t}$. Как видно из (23), теперь уже сложностей расчета по (13) нет.

По аналогии с (10), при $n \to \infty$ вместо (23) получим:

$$D_{\sigma t} = E_{\infty}^{-1} - E_{\infty}^{-1} \left(1 - c\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{Q}_{\sigma} \exp\left(-\frac{t}{\tilde{\tau}_{\sigma}}\right) d\ln \tilde{\tau}_{\sigma} \quad (24)$$

при условии

мента [16].

ного из N_i i-х элементов:

$$\sum_{i=1}^{n} N_{i} N^{-1} = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{Q}_{\sigma} d \ln \tilde{\tau}_{\sigma} = 1, \qquad (25)$$

где, по аналогии с (11), слева дискретное распределение N частиц по их временам запаздывания, а справа интегрируется спектр запаздывания, то есть распределение бесконечно большого числа частиц по логарифмической шкале времени запаздывания $\tilde{\tau}_{\sigma}$, зависящего от напряжения как от параметра, так же, как зависит от напряжения их среднестатистическое значение τ_{σ} [17]. Именно в связи с такой зависимостью вариант моделирования (рис. 2) назван силовым. По аналогии с (8), уравнение состояния (22) пригодно как для дискретного ядра (23), так и для непрерывного ядра (24), и поэтому называется каноническим [18].

Специфика нелинейности моделируемых вязкоупругих свойств материала накладывает определенные ограничения на математические процедуры при переходе от (18) к (21), аналогично переходу от (3) к (5). Здесь следует дифференцировать по податливости и не следует дифференцировать по напряжению, поскольку последнее, как в (18), так и в (21), играет двойную роль и может быть рассмотрено как параметр.

Для простого режима релаксации $\sigma_{\epsilon t}$, когда $\epsilon = \text{const}$, из уравнения (13) получается формула для определения модуля релаксации модели (рис. 2) по податливости (23) или (24) в символическом виде:

$$\mathbf{E}_{\text{st}} = \mathbf{p}^{-2} \{ \mathbf{D}_{\text{ot}} \}^{-1} = \{ \mathbf{t} \} \{ \mathbf{D}_{\text{ot}} \}^{-1}.$$
 (26)

С учетом (26) из уравнения (13) снова получаем интегральное уравнение (8).

Поскольку, в соответствии с (26), в полученном каноническом уравнении (8) напряжение содержится также и под знаком интеграла в неявном виде, использование уравнения (8) оказывается затруднительным – по аналогии с возможностью расчетов по формуле (13), которая была получена для первой модели (рис.1).

Таким образом, для деформационного варианта (рис.1) оказывается действенным уравнение (8), а для силового варианта (рис. 2) – уравнение (13).

По аналогии с (14), удовлетворительным решением уравнения (24) является [19]:

$$\bar{\mathbf{Q}}_{\sigma} \cong \left(\mathbf{D}_{\infty} - \mathbf{D}_{o}\right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{D}_{\sigma t}}{\partial \ln t} \bigg|_{t=\tilde{\tau}_{\sigma}}, \quad (27)$$

откуда видна простая взаимосвязь спектра запаздывания с логарифмическим ядром податливости, входящим в уравнение (13).

При необходимости формула (27) так же, как и формула (14), может быть заменена более точным решением [20]. Из (27) отчетливо видно, что производную податливости по логарифмической шкале времени следует интерпретировать так же, как и спектр запаздывания, то есть как распределение частиц по временам запаздывания. В связи с этим уравнение (13) следует использовать в виде:

$$\varepsilon_{t} = E_{o}^{-1}\sigma_{t} + \int_{-\infty}^{\ln t} \sigma_{t-s} \frac{\partial D_{\sigma t}}{\partial \ln s} d\ln s , \quad (28)$$

где ядро становится более ясным, чем в уравнении (13).

Такая спектральная интерпретация уравнений (28) и (13) сохраняется при любом выборе аппроксимирующей функции для податливости как функции времени, зависящей так же от напряжения, как от параметра, то есть указанная интерпретация силового варианта нелинейно-наследственной вязкоупругости может считаться универсальной [21].

Обоснованность использования логарифмических шкал в уравнениях нелинейно-наследственной вязкоупругости (15) и (28) следует и из наблюдаемой пропорциональности между логарифмической шкалой среднестатистических времен релаксации или запаздывания и потенциальным барьером [22]:

 $kT \cdot \ln \frac{\tau_{\varepsilon}}{\tau_{o}} \cong U_{\varepsilon},$

или

$$kT \cdot \ln \frac{\tau_{\sigma}}{\tau_{o}} \cong U_{\sigma}, \qquad (29)$$

где k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура по Кельвину; $\tau_{o} \cong 10^{-13}$ с; U_ε и U_σ – убывающие энергии активации с начальными значениями U_{ε0} \cong U_{σ0} $\cong 100$ кДж / моль.

Близость этих зависимостей, полученных по измерениям релаксации и ползучести, не позволяет отдать предпочтение временам релаксации или временам запаздывания, то есть какому-либо из рассмотренных - деформационному (15) или силовому (28) – вариантам теории нелинейно-наследственной вязкоупругости, предназначаемым для анализа и расчетного прогнозирования сложных режимов воздействия, когда $\varepsilon \neq \text{const}$ и $\sigma \neq \text{const}$.

Уравнение (15) нагляднее всего применяется к аналитическому описанию и физической интерпретации диаграммы растяжения [23].

Уравнение (28) полезно использовать, например, при анализе или прогнозировании восстановительных деформационных процессов. При этом, в частности, полезно убедиться, что больцмановский принцип суперпозиции, на котором построена теория линейной вязкоупругости [2], является свойством также и обеих рассмотренных обобщенных моделей (рис. 1 и 2) [24].

Существенно то, что в логарифмическом ядре уравнения (15) в нормированном виде содержится деформационно-временная аналогия, а в логарифмическом ядре уравнения (28), также в нормированном виде, содержится сило-временная аналогия.

Наиболее наглядно эти аналогии проявляются при построении указанных ядер в преобразованных логарифмических шкалах [25]:

$$\ln s - \ln \tau_{\varepsilon} = \ln \frac{s}{\tau_{\varepsilon}}$$

или

$$\ln s - \ln \tau_{\sigma} = \ln \frac{s}{\tau_{\sigma}}, \qquad (30)$$

где τ_{ϵ} и τ_{σ} – среднестатистические времена релаксации и запаздывания, зависящие от деформации и напряжения соответственно.

В первом, деформационном варианте, ядра, полученные на различных уровнях деформации, совпадут. Во втором, силовом варианте, ядра, полученные на различных уровнях напряжения, также совпадут [26].

Таким образом, названия двух рассмотренных вариантов теории нелинейнонаследственной вязкоупругости согласуются с названиями заложенных в них аналогий – деформационно-временной и силовременной соответственно. Подчеркнем, что наличие указанных аналогий следует считать признаком проявления нелинейнонаследственной вязкоупругости. В то же время отсутствие таких аналогий еще не означает, что имеет место линейно-наследственная вязкоупругость.

Если при работе с реальным материалом появляются признаки линейно-наследственной вязкоупругости, то есть когда среднестатистические значения времен релаксации и запаздывания становятся постоянными, то все формулы упрощаются. В этом случае уравнения (12) и (26) полностью совпадут, а (8) и (13) или (15) и (28) станут идентичными при соблюдении любого из следующих условий, получаемых из (15) и (28) соответственно [27]:

- при $\sigma = \text{const}$

$$E_{o}D_{\sigma t} + \int_{-\infty}^{\ln t} D_{\sigma;t-s} \frac{\partial E_{\varepsilon s}}{\partial \ln s} d\ln s = 1, \quad (31)$$

- при $\epsilon = const$

$$D_{o}E_{\varepsilon t} + \int_{-\infty}^{\ln t} E_{\varepsilon;t-s} \frac{\partial D_{\sigma s}}{\partial \ln s} d\ln s = 1. \quad (32)$$

Опыт работы с полимерными нитями из ПКА, ПЭТ, ПАН и др., у которых ярко выражена нелинейно-наследственная вязкоупругость, показывает, что воспользоваться формулами (12) и (26) или (31) и (32) значительно сложнее, чем в случае линейно-наследственной вязкоупругости. Стремление к минимуму характеристик моделей обоих вариантов (рис. 1 и 2) облегчает расчеты по (31) и (32) или по (12) и (26), но затрудняет соблюдение этих условий.

Как в случае линейно-наследственной вязкоупругости, так и в случае нелинейнонаследственной вязкоупругости, оказывается продуктивным принцип согласованного определения модуля релаксации и податливости из экспериментов с одновременным контролем за удовлетворительным соблюдением условий эквивалентности (31) и (32) обоих используемых вариантов моделирования – деформационного (15) и силового (28) [28].

В соответствии с приведенными моделями (рис. 1 и 2), как в случае линейнонаследственной вязкоупругости, так и в случае нелинейно-наследственной вязкоупругости, спектры следует интерпретировать не как распределение модуля релаксации или податливости, а как распределение частиц по логарифмическим временам релаксации или запаздывания соответственно, причем в случае нелинейнонаследственной вязкоупругости указанные времена становятся зависимыми от деформации или напряжения.

Указанные зависимости в ядрах релаксации и запаздывания (14) и (27) уравнений состояния (15) и (28) функционируют через среднестатистические времена релаксации и запаздывания, отражая свой активационный характер.

Таким образом, выбираемая нормированная функция релаксации $\phi_{\varepsilon t}$ или запаздывания $\phi_{\sigma t}$ в удовлетворительном приближении представляет собой проинтегрированное распределение частиц по логарифмической шкале времен релаксации (14) или запаздывания (27). Такая физическая интерпретация выбираемых нормированных функций представляется особо полезной при сравнительном анализе физико-механических свойств различных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Макаров А.Г.* Контроль параметров нелинейно-наследственных ядер релаксации и запаздывания синтетических нитей//Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, № 2. С.12...16.

2. Макаров А.Г. Определение аналитической взаимосвязи нормированных ядер релаксации и ползучести в линейной теории вязкоупругости текстильных материалов// Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2002, № 2. С. 13...17.

3. Макаров А.Г., Демидов А.В., Переборова Н.В., Егорова М.А. Математическое моделирование и компьютерное прогнозирование деформационных процессов полимерных парашютных строп//Химические волокна. – 2015, № 6. С. 60...67.

4. Макаров А.Г., Демидов А.В., Переборова Н.В., Егорова М.А. Математическое моделирование и компьютерное прогнозирование деформационных процессов полимерных парашютных строп//Химические волокна. – 2016, № 2. С. 52...58.

5. Переборова Н.В., Макаров А.Г., Егорова М.А., Козлов А.А., Коновалов А.С. Методы моделирования и сравнительного анализа усадки и деформационновосстановительных свойств арамидных текстильных материалов// Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2018, № 3. С. 253...257. 6. Переборова Н.В., Макаров А.Г., Егорова М.А., Климова Н.С. Методы повышения конкурентоспособности отечественных арамидных текстильных материалов на основе комплексного анализа их функциональных свойств// Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2018, №6. С.267...272.

7. Переборова Н.В., Демидов А.В., Макаров А.Г., Климова Н.С. Моделирование релаксационно-деформационных процессов арамидных текстильных материалов - основа анализа их эксплуатационных свойств//Химические волокна. –2018, № 2. С.36...39.

8. Переборова Н.В., Макаров А.Г., Козлов А.А., Васильева Е.К. Разработка интегральных критериев оптимальности математического моделирования релаксационно-восстановительных процессов полимерных текстильных материалов//Химические волокна. – 2018, № 4. С. 54...56.

9. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Вагнер В.И., Егорова М.А., Климова Н.С. Спектральный анализ вязкоупругой ползучести геотекстильных нетканых материалов//Химические волокна. – 2018, № 4. С.117...120.

10. Переборова Н.В., Макаров А.Г., Егорова М.А., Козлов А.А. Математическое моделирование и сравнительный анализ деформационно-восстановительных свойств и усадки арамидных текстильных материалов//Химические волокна. – .2018, № 5. С.89...92.

11. Переборова Н.В., Макаров А.Г., Васильева Е.К., Шванкин А.М., Егоров И.М. Математическое моделирование и компьютерное прогнозирование вязкоупругой ползучести геотекстильных нетканых материалов//Химические волокна. – 2018, № 6. С.З...6.

12. Переборова Н.В., Макаров А.Г., Егорова М.А., Климова Н.С. Повышение конкурентоспособности арамидных текстильных материалов на основе математического моделирования и анализа их эксплуатационных свойств//Химические волокна. – 2018, № 6. С. 87...90.

13. Переборова Н.В., Демидов А.В., Макаров А.Г., Климова Н.С. Математическое моделирование и расчетное прогнозирование вязкоупругости геотекстильных нетканых полотен - средство оценки их функционально-эксплуатационного назначения// Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2019, № 4. С. 229...234.

14. Макаров А.Г., Максимов В.В., Коновалов А.С., Козлов А.А., Вагнер В.И., Васильева Е.К. Компьютерное моделирование и качественный анализ деформационно-релаксационных свойств полимерных материалов для парашютостроения // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2019, № 5. С. 248...253.

15. Демидов А.В., Переборова Н.В., Макаров А.Г., Киселев С.В. Методы системного анализа релаксационно-восстановительных свойств полимерных текстильных материалов технического назначения //Химические волокна. – 2020, № 3. С. 28...31.

16. Егоров И.М., Макаров А.Г., Егорова М.А., Переборова Н.В. Математическое моделирование и системный анализ вязкоупруго-пластических свойств морских полимерных канатов//Химические волокна. – 2020, № 3. С. 48...51.

17. Егорова М.А., Егоров И.М., Переборова Н.В., Демидов А.В. Разработка методов улучшения функционально-эксплуатационных свойств полимерных текстильных материалов//Химические волокна. – 2020, № 3. С. 64...67.

18. Переборова Н.В., Макаров А.Г., Киселев С.В., Егоров И.М. Компьютерное прогнозирование функционально-эксплуатационных свойств полимерных текстильных материалов технического назначения//Химические волокна. – 2020, № 4. С. 20...21.

19. Демидов А.В., Макаров А.Г., Вагнер В.И., Егорова М.А. Методы системного анализа функционально-эксплуатационных деформационных свойств полимерных текстильных материалов технического назначения //Химические волокна. – 2020, № 4. С. 28...30.

20. Макаров А.Г., Переборова Н.В., Егоров И.М., Макарова А.А. Применение спектрального моделирования деформационно-релаксационных процессов полимерных текстильных материалов при исследовании их функциональности//Химические волокна. – 2020, № 4. С. 74...77.

REFERENCES

1. Makarov A.G. Control of parameters of nonlinear hereditary nuclei of relaxation and delay of synthetic threads. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2000, no. 2, p. 12-16.

2. Makarov A.G. Determination of the analytical relationship of the normalized nuclei of relaxation and creep in the linear theory of viscoelasticity of textile materials.Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2002, No. 2, p. 13 - 17.

3. Makarov A.G., Demidov A.V., Pereborova N.V., Egorova M.A. Mathematical modeling and computer prediction of deformation processes of polymer parachute lines. Chemical fibers, 2015, no. 6, p. 60 - 67.

4. Makarov A.G., Demidov A.V., Pereborova N.V., Egorova M.A. Mathematical modeling and computer prediction of deformation processes of polymer parachute lines. Chemical fibers, 2016, no. 2, p. 52-58.

5. Pereborova N.V., Makarov A.G., Egorova M.A., Kozlov A.A., Konovalov A.S. Methods of modeling and comparative analysis of shrinkage and deformation-recovery properties of aramid textile materials // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti, 2018, No. 3 (375), p. 253-257.

6. Pereborova NV, Makarov AG, Egorova MA, Klimova NS. Methods for increasing the competitiveness of domestic aramid textile materials on the basis of a comprehensive analysis of their functional properties // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2018, No. 6 (377), p. 267-272.

7. Pereborova NV, Demidov AV, Makarov AG, Klimova NS. Modeling of relaxation-deformation processes of aramid textile materials - the basis for the analysis of their operational properties // Chemical fibers. 2018, no. 2, p. 36-39.

8. Pereborova N.V., Makarov A.G., Kozlov A.A., Vasilyeva E.K. Development of integral criteria for the optimality of mathematical modeling of relaxation and recovery processes of polymer textile materials. Chemical fibers, 2018, no. 4, p. 54-56.

9. Makarov A.G., Pereborova N.V., Wagner V.I., Egorova M.A., Klimova N.S. Spectral analysis of viscoelastic creep of geotextile nonwovens // Chemical fibers, .2018, no. 4, p. 117-120.

10. Pereborova N.V., Makarov A.G., Egorova M.A., Kozlov A.A. Mathematical modeling and comparative analysis of deformation-recovery properties and shrinkage of aramid textile materials // Chemical fibers, .2018, no. 5, p. 89-92.

11. Pereborova N.V., Makarov A.G., Vasilyeva E.K., Shvankin A.M., Egorov I.M. Mathematical modeling and computer prediction of viscoelastic creep of geotextile nonwovens // Chemical fibers, 2018, no. 6, p. 3-6.

12. Pereborova N.V., Makarov A.G., Egorova M.A., Klimova N.S. Increasing the competitiveness of aramid textile materials based on mathematical modeling and analysis of their performance // Chemical fibers, 2018, no. 6, p. 87-90.

13. Pereborova N.V., Demidov A.V., Makarov A.G., Klimova N.S. Mathematical modeling and computational prediction of the viscoelasticity of geotextile nonwoven fabrics - a means of assessing their functional and operational purpose // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti, 2019, No. 4 (382) p. 229-234.

14. Makarov A.G., Maksimov V.V., Konovalov A.S., Kozlov A.A., Wagner V.I., Vasilyeva E.K. Computer modeling and qualitative analysis of the deformation and relaxation properties of polymer materials for parachute construction Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti, 2019, No. 5 (383), p. 248-253.

15. Demidov A.V., Pereborova N.V., Makarov A.G., Kiselev S.V. Methods for system analysis of relaxation and recovery properties of polymeric textile materials for technical purposes. Chemical fibers, 2020, no. 3, p. 28 - 31.

16. Egorov I.M., Makarov A.G., Egorova M.A., Pereborova N.V. Mathematical modeling and system analysis of the viscoelastic-plastic properties of marine polymer ropes. Chemical fibers, 2020, no. 3, p. 48 - 51.

17. Egorova M.A., Egorov I.M., Pereborova N.V., Demidov A.V. Development of methods for improving the functional and operational properties of polymeric textile materials. Chemical fibers, 2020, no. 3, p. 64 -67.

18. Pereborova N.V., Makarov A.G., Kiselev S.V., Egorov I.M. Computer prediction of the functional and operational properties of polymeric textile materials for technical purposes. Chemical fibers, 2020, no. 4, p.20...21.

19. Demidov A.V., Makarov A.G., Wagner V.I., Egorova M.A. Methods of system analysis of functional and operational deformation properties of polymer textile materials for technical purposes. Chemical fibers, 2020, no. 4, p. 28 - 30. 20. Makarov A.G., Pereborova N.V., Egorov I.M., Makarova A.A. Application of spectral modeling of deformation-relaxation processes of polymeric textile materials in the study of their functionality. Chemical fibers, 2020, no. 4, p. 74-77.

Рекомендована кафедрой интеллектуальных систем и защиты информации. Поступила 07.09.21.