

УДК 539.434:677.494

DOI 10.47367/0021-3497_2022_6_154

**ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ДЕФОРМАЦИОННЫХ И РЕЛАКСАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ
ПОЛИМЕРНЫХ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ***

**DIGITAL METHODS FOR DEFORMATION AND RELAXATION
PROCESSES PREDICTION
OF POLYMERIC TEXTILE MATERIALS***

Н.В. ПЕРЕБОРОВА

N.V. PEREBOROVA

(Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна)

(Saint Petersburg State University of Industrial Technologies and Design)

E-mail: nina1332@yandex.ru

В статье рассматриваются методы цифрового прогнозирования деформационных и релаксационных процессов полимерных текстильных материалов. Основу такого прогнозирования составляют математические модели соответствующих эксплуатационных процессов любой степени сложности - от процессов простой релаксации и простой ползучести до сложных деформационно-восстановительных процессов.

The article discusses methods for digital prediction of deformation and relaxation processes in polymeric textile materials. The basis of such forecasting is mathematical models of the corresponding operational processes of any complexity degree - from the processes of simple relaxation and simple creep to complex deformation-recovery processes.

Ключевые слова: цифровое прогнозирование, полимерные текстильные материалы, деформационные процессы, релаксационные процессы.

Keywords: digital forecasting, polymeric textile materials, deformation processes, relaxation processes.

* Работа финансировалась в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки РФ, проект № FSEZ-2020-0005.

Одним из важных направлений развития науки о полимерных текстильных материалах является изучение их деформационных свойств в области действия неразрушающих нагрузок, близких к условиям их эксплуатации, при помощи математического моделирования процессов деформирования на основе обработки экспериментальной информации. Разработка методов цифрового прогнозирования деформационных режимов эксплуатации полимерных текстильных материалов связана прежде всего с расширяющимся их применением в технических изделиях [1].

Данный фактор способствует повышению значимости математического моделирования и цифрового прогнозирования деформационных свойств полимеров, поскольку это неразрывно связано с решением задач по сравнительному анализу свойств материалов, с исследованиями взаимосвязи свойств со структурой, с целенаправленным технологическим регулированием свойств, а также с прогнозированием кратковременных и длительных механических воздействий. Все это способствует повышению эффективности решения технологических задач, а также создает основу для оптимизации и управления технологическими процессами [2].

В настоящее время проведены многочисленные исследования деформационных режимов эксплуатации полимерных текстильных материалов, в то время как большое разнообразие материалов доказывает необходимость разработки новых методов исследования их деформационных свойств.

Усложнение структуры полимерных текстильных материалов существенно сказывается на их эксплуатационных свойствах, что обосновывает поиск новых математических моделей указанных свойств и применение цифровых методов обработки экспериментальной информации [3].

Создание новых методов анализа эксплуатационных свойств полимерных текстильных материалов, учитывающих их сложное строение, способствует наиболее достоверному прогнозированию деформационных процессов.

Известные подходы к анализу деформационных свойств полимерных текстильных материалов основаны на описании обобщенных экспериментальных кривых релаксации и ползучести с помощью нормированных релаксационных функций и функций запаздывания, в качестве которых наиболее часто выбирается интегральная кривая нормального распределения по логарифмической шкале приведенного времени. Данные методики анализа и прогнозирования деформационных процессов дают хорошие результаты при исследовании полимерных текстильных материалов относительно простой макроструктуры типа синтетических нитей [4].

Исследование же механических свойств полимеров более сложного макростроения и изделий из них затруднено наличием у них усложненного спектра времен релаксации и запаздывания ввиду наложения друг на друга элементарных спектров, соответствующих составляющим материал элементов.

Это обстоятельство стимулировало поиск математических моделей деформационных свойств на основе новых, по возможности более простых, релаксационных функций и функций запаздывания, соответствующих усложненным спектрам. При построении теории анализа и обработки экспериментальной информации учитывалось, как требование к минимальному числу параметров математической модели, так и их физическая обоснованность, что должно способствовать упрощению решения дальнейших технологических задач управления [5].

В настоящее время наилучшие результаты при математическом моделировании эксплуатационных процессов полимерных текстильных материалов достигается с использованием релаксационных и деформационных функций, построенных на основе вероятностного распределения Коши [6]:

$$E_{\text{ст}} = E_0 - (E_0 - E_{\infty}) \varphi_{\text{ст}}, \quad (1)$$

$$D_{\text{ст}} = D_0 + (D_{\infty} - D_0) \varphi_{\text{ст}}, \quad (2)$$

$$\varphi_{\text{ст}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \left(\frac{1}{b_{\text{не}}} \ln \frac{t}{\tau_{\varepsilon}} \right), \quad (3)$$

$$\varphi_{\sigma t} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left(\frac{1}{b_{n\sigma}} \ln \frac{t}{\tau_{\sigma}} \right), \quad (4)$$

где $E_{\epsilon t}$ – модуль релаксации; $D_{\sigma t}$ – податливость; t – время $1/b_{n\epsilon}$ – параметр интенсивности процесса релаксации; $1/b_{n\sigma}$ – параметр интенсивности процесса ползучести; τ_{ϵ} – время релаксации (время, за которое проходит половина процесса релаксации при величине деформации); τ_{σ} – время запаздывания (время, за которое проходит половина процесса ползучести при величине напряжения); $E_{\epsilon t} = \sigma/\epsilon$ – модуль релаксации; E_0 – модуль упругости; E_{∞} – модуль вязкоупругости; $D_{\sigma t} = \epsilon/\sigma$ – податливость; D_0 – начальная податливость; D_{∞} – предельная равновесная податливость; ϵ – деформация; σ – напряжение; $\varphi_{\epsilon t}$ – функция релаксации и $\varphi_{\sigma t}$ – функция ползучести, заданные в виде нормированного арктангенса логарифма приведенного времени (НАЛ).

Функция НАЛ, соответствующая вероятностному распределению Коши, обладает существенно более низкой скоростью сходимости к своим асимптотическим значениям, что выгодно отличает ее от ранее используемых нормированных функций. Предложенный вариант математического моделирования наиболее подходит не только для прогнозирования кратковременных и длительных деформационных процессов полимерных материалов, но также и для прогнозирования вязкоупругих процессов полимерных материалов сложного макростроения, так как известно, что сумма случайных величин, распределенных по нормированному закону Коши, также распределена по этому же закону. То есть, если предположить, что релаксирующие и запаздывающие частицы составляющих полимер микроструктур распределены по внутренним временам релаксации и запаздывания по закону Коши, то можно считать, что и макрорелаксирующие и макрозапаздывающие частицы распределены по этому закону [7].

Несомненным достоинством математической модели (1)...(4) является то, что она содержит минимальное число параметров, имеющих ясный физический смысл:

$$-E_0 = \lim_{t \rightarrow 0} E_{\epsilon t}, \quad E_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} E_{\epsilon t},$$

$$D_0 = \lim_{t \rightarrow 0} D_{\sigma t}, \quad D_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} D_{\sigma t}$$

- асимптотические значения модуля релаксации и податливости;

- структурные параметры $b_{n\epsilon}$ и $b_{n\sigma}$ характеризуют скорость процессов релаксации и ползучести – указанные параметры соответствуют логарифму приведенного времени "полурелаксации" (половина процесса релаксации при деформации ϵ происходит в интервале времени $t \in [t', t'']$, где $\ln(t'/\tau_{\epsilon}) = -b_{n\epsilon}$, $\ln(t''/\tau_{\epsilon}) = b_{n\epsilon}$) и "полузапаздывания" (половина процесса ползучести при напряжении σ происходит в интервале времени $t \in [t', t'']$, где $\ln(t'/\tau_{\sigma}) = -b_{n\sigma}$, $\ln(t''/\tau_{\sigma}) = b_{n\sigma}$);

- функции времен релаксации $f_{\epsilon, \epsilon} = \ln(t_1/\tau_{\epsilon})$ и времен запаздывания $f_{\sigma, \sigma} = \ln(t_1/\tau_{\sigma})$, характеризующие сдвиги кривых "семейств" релаксации и ползучести вдоль логарифмическо-временной шкалы содержатся соответственно в структурно-деформационно-временном аргументе-функционале [8]:

$$W_{\epsilon t} = \frac{1}{b_{n\epsilon}} \ln \frac{t}{\tau_{\epsilon}} = \frac{1}{b_{n\epsilon}} \left(\ln \left(\frac{t}{t_1} \right) + \ln \left(\frac{t_1}{\tau_{\epsilon}} \right) \right) \quad (5)$$

и в структурно-силорвременном аргументе-функционале

$$W_{\sigma t} = \frac{1}{b_{n\sigma}} \ln \frac{t}{\tau_{\sigma}} = \frac{1}{b_{n\sigma}} \left(\ln \left(\frac{t}{t_1} \right) + \ln \left(\frac{t_1}{\tau_{\sigma}} \right) \right). \quad (6)$$

Относительно медленная сходимость функции НАЛ (например, по сравнению с интегралом вероятности) к своим асимптотическим значениям позволяет интерполировать модуль релаксации $E_{\epsilon t}$ и податливость $D_{\sigma t}$ в достаточно широком временном диапазоне, что дает возможность прогнозирования как быстротекущих, так и длительных деформационных процессов [9].

Используя функцию НАЛ для расчетного прогнозирования деформационных процессов, авторами был отмечен инте-

ресный факт, ранее не наблюдавшийся при использовании других математических моделей вязкоупругости: у некоторой группы полимерных материалов (лавсан и др.) расчетное асимптотическое значение модуля вязкоупругости оказалось равным нулю ($E_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} E_{\text{ст}} = 0$), что теоретически означает, что процесс релаксации за бесконечно большое время протекает полностью. Данное обстоятельство соответствует физической концепции вязкоупругости полимеров и несомненно доказывает состоятельность предложенной математической модели вязкоупругости (1)...(6).

Наряду со сказанным следует заметить, что выбор нормированной функции для математической модели вязкоупругих свойств полимерных материалов не может быть однозначным и осложняется тем, что нельзя априорно отдать предпочтение какой-то из них. Для одних материалов наиболее подходит одна математическая модель, в то время как для моделирования вязкоупругих свойств других материалов следует отдать предпочтение другой. Основным критерием для отбора служит эксперимент. Наличие нескольких нормированных функций для моделирования позволяет сделать более правильный выбор и тем самым повысить надежность прогнозирования [10].

Исследование вязкоупругих характеристик полимерных материалов на основе предложенной математической модели (1)...(6) показало, что расчетное значение модуля упругости E_0 выше, чем рассчитанное с применением математических моделей, основанных на других нормированных функциях, и близко к акустическому значению $E_{\text{ак}}$, что также физически обосновано, так как скорость распространения упругих взаимодействий в полимерных материалах близка к звуковой. Изменилось в сторону уменьшения и значение модуля вязкоупругости E_∞ , характеризующего нижнюю асимптоту модуля релаксации в длительных процессах, что по сути расширяет диапазон релаксации. Аналогичный вывод можно сделать и о процессе ползучести. Данное обстоятельство выгодно отличает функцию НАЛ от ранее применявшихся

нормированных функций релаксации и запаздывания (например, интеграла вероятности, функции Кольрауша, гиперболического тангенса и др.) [11].

Таким образом, использование нормированной функции НАЛ в качестве основы математической модели вязкоупругости позволяет с достаточной степенью точности моделировать деформационные свойства полимерных материалов. Указанное моделирование расширяет деформационно-временные и силовременные границы прогнозирования деформационных процессов. Аналитическое задание функции НАЛ и принадлежность ее к классу элементарных функций упрощает дифференциально-интегральные преобразования в рамках рассматриваемой математической модели и облегчает процесс нахождения вязкоупругих характеристик [12].

Прогнозирование релаксации и ползучести полимерных материалов проводится на основе известных интегральных соотношений Больцмана-Вольтерра (7) – для процесса нелинейно-наследственной релаксации и (8) – для процесса нелинейно-наследственной ползучести [13]:

$$\sigma_t = E_0 \varepsilon_t - (E_0 - E_\infty) \int_0^t \varepsilon_\theta \varphi'_{\varepsilon, t-\theta} d\theta, \quad (7)$$

$$\varepsilon_t = D_0 \sigma_t + (D_\infty - D_0) \int_0^t \sigma_\theta \varphi'_{\sigma, t-\theta} d\theta \quad (8)$$

с интегральными ядрами релаксации и запаздывания, соответствующими математической модели (1)...(6) [20]:

$$\varphi'_{\varepsilon t} = \frac{\partial \varphi_{\varepsilon t}}{\partial t} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{b_{\text{nc}}} \frac{1}{1 + W_{\varepsilon t}^2} \frac{1}{t}, \quad (9)$$

$$\varphi'_{\sigma t} = \frac{\partial \varphi_{\sigma t}}{\partial t} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{b_{\text{nc}}} \frac{1}{1 + W_{\sigma t}^2} \frac{1}{t}. \quad (10)$$

Преимущество применения для моделирования деформационных процессов интегральных ядер (9), (10), как следствие математической модели (1)...(6), состоит в возможности расширения области доверительного прогнозирования в сторону "больших" (длительные процессы) и в сторону

"малых" времен (кратковременные процессы) с уменьшением погрешности прогноза за счет снижения влияния квазимгновенного фактора деформирования в начале процесса [14].

Кроме того, повышение точности прогнозирования основано на разработанных методах вычисления несобственных нелинейно-наследственных интегралов (7), (8), основанных на неравномерном разбиении временной шкалы с учетом специфики рассматриваемого процесса. Например, при прогнозировании активных (быстропротекающих) процессов, характеризующихся ростом скорости деформирования, целесообразно разбиение временной шкалы по возрастающей геометрической прогрессии – с целью наилучшего учета влияния квазимгновенного фактора деформирования в начале процесса. При прогнозировании же длительных процессов, характеризующихся снижением скорости деформирования, целесообразно разбиение временной шкалы по убывающей геометрической прогрессии – с целью наилучшего учета длительных деформационных воздействий [15].

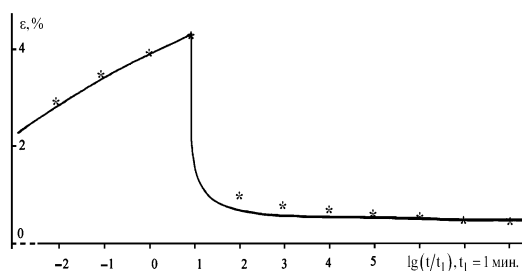


Рис. 1

Разработанные методы вычисления интеграла нелинейно-наследственной вязкоупругости (7), (8) на основе математической модели с функцией НАЛ опробованы на различных видах деформационно-восстановительных процессов и процессов обратной релаксации. Пример расчета длительного деформационно-восстановительного процесса лавсановой нити показан на рис.1 (деформационно-восстановительный процесс лавсановой нити линейной плотности 114 текс, $T=20^\circ\text{C}$, начальное напряжение $\sigma = 182 \text{ МПа}$, снятие нагрузки при $t = 10 \text{ мин}$ (линии – эксперимент, * – расчетный прогноз)), где наблюдается близость

расчетных точек к экспериментальным значениям.

ВЫВОДЫ

1. Предложены методы цифрового определения эксплуатационных характеристик полимерных текстильных материалов, как параметров соответствующих математических моделей.

2. Предложены методы цифрового прогнозирования деформационных и релаксационных режимов эксплуатации полимерных текстильных материалов в зоне действия неразрушающих механических воздействий.

3. Предложены методы анализа деформационных и релаксационных режимов эксплуатации полимерных текстильных материалов в зоне действия неразрушающих механических воздействий на основе соответствующих математических моделей, существенно увеличивающих интервалы времени, нагрузки и деформации, в которых осуществляется расчетное прогнозирование эксплуатационных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рымкевич П.П., Головина В.В., Макаров А.Г., Романова А.А., Рымкевич О.В., Шахова Е.А. Особенности влияния надмолекулярной структуры на спектр времен релаксации полимерных текстильных материалов // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 2017, т. 37, № 3. С. 79...85.
2. Рымкевич П.П., Головина В.В., Макаров А.Г., Романова А.А., Шахова Е.А. Особенности влияния надмолекулярной структуры на механические свойства полимерных текстильных материалов // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2017, т. 30, № 2. С. 43...49.
3. Рымкевич П.П., Головина В.В., Макаров А.Г., Романова А.А., Рымкевич О.В. Прогнозирование деформационно-релаксационных процессов в гибко- и жесткоцепных полимерных текстильных материалах на основе диаграмм растяжения // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 2018, № 1. С. 5...9.
4. Головина В.В., Макаров А.Г., Романова А.А., Рымкевич П.П. Моделирование и прогнозирование ползучести полимерных текстильных материалов методом барьерной теории // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 2018. Т. 41. № 3. С. 5...9.

5. Шахова Е.А., Головина В.В., Макаров А.Г., Рымкевич П.П., Федорова С.В. Обобщенное определяющее уравнение нелинейной вязкоупругости // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 2019, № 2. С.5...8.

6. Макаров А.Г., Егоров И.М. Математическое моделирование вязкоупругих процессов морских полимерных канатов//Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2019, № 4. С. 23...32.

7. Демидов А.В., Макаров А.Г., Вагнер В.И., Егорова М.А. Методы системного анализа функционально-эксплуатационных деформационных свойств полимерных текстильных материалов технического назначения //Химические волокна. – 2020, № 4, С. 28...30.

8. Макаров А.Г., Киселев С.В., Зурахов В.С., Бусыгин К.Н. Разработка методов математического моделирования и качественного анализа деформационно-эксплуатационных свойств арамидных текстильных материалов//Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1: Естественные и технические науки. – 2020, № 4. С. 7...16.

9. Макаров А. Г., Егоров И.М. Разработка методов системного анализа деформационно-релаксационных процессов полимерных канатов//Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 4: Промышленные технологии. – 2020, № 2. С. 71...83.

10. Макаров А.Г., Киселев С.В., Козлов А.А. Влияние пластического компонента деформации на точность прогнозирования функциональных свойств полимерных материалов // Химические волокна. – 2021, № 2. С. 15...19.

11. Егоров И.М., Киселев С.В., Макаров А.Г., Климова Н.С. Физический анализ ползучести полипропиленовых и поливинилиденфторидных нитей медицинского назначения// Химические волокна. – 2021, № 2. С. 70...73.

12. Киселев С.В., Козлов А.А., Макаров А.Г. Повышение достоверности математического моделирования релаксационно-эксплуатационных процессов полимерных текстильных материалов // Дизайн. Материалы. Технология. – 2021, № 2. С. 73...83.

13. Демидов А.В., Макаров А.Г., Климова Н.С., Литвинов А.М. Разработка методов оптимизации прогнозирования деформационных процессов полимерных текстильных материалов// Дизайн. Материалы. Технология. – 2021, № 3. С. 127...133.

14. Макаров А.Г., Редькин Д.О. Математические модели деформационных свойств нетканых материалов// Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна. Серия 1. Естественные и технические науки. – 2021, №2. С. 28...30.

15. Макаров А.Г., Киселев С.В., Козлов А.А. Повышение достоверности моделирования эксплуатационных процессов полимерных текстильных материалов // Вестник Санкт-Петербургского государственного университета технологии и дизайна.

Серия 1. Естественные и технические науки. – 2021, №4. С. 55...62.

REFERENCES

1. Rymkevich P.P., Golovina V.V., Makarov A.G., Romanova A.A., Rymkevich O.V., Shakhova E.A. Peculiarities of the influence of the supramolecular structure on the spectrum of relaxation times of polymeric textile materials//The News of higher educational institutions. Technology of Light Industry. – 2017, vol. 37, № 3, P. 79...85.

2. Rymkevich P.P., Golovina V.V., Makarov A.G., Romanova A.A., Shakhova E.A. Features of the influence of the supramolecular structure on the mechanical properties of polymeric textile materials// Vestnik of the St. Petersburg State University of Technology and Design. Series 1. Natural and technical sciences. – 2017, vol. 30, № 2, P. 43...49.

3. Rymkevich P.P., Golovina V.V., Makarov A.G., Romanova A.A., Rymkevich O.V. Prediction of deformation-relaxation processes in flexible and rigid-chain polymeric textile materials based on tension diagrams// The News of higher educational institutions. Technology of Light Industry. - 2018, № 1, P. 5 ... 9.

4. Golovina V.V., Makarov A.G., Romanova A.A., Rymkevich P.P. Modeling and predicting the creep of polymeric textile materials by the method of barrier theory// The News of higher educational institutions. Technology of Light Industry. – 2018. V. 41. № 3. P. 5...9.

5. Shakhova E.A., Golovina V.V., Makarov A.G., Rymkevich P.P., Fedorova S.V. Generalized constitutive equation of nonlinear viscoelasticity// The News of higher educational institutions. Technology of Light Industry. – 2019, № 2, P. 5...8.

6. Makarov A.G., Egorov I.M. Mathematical modeling of viscoelastic processes of marine polymeric ropes// Vestnik of St. Petersburg State University of Technology and Design. Series 1. Natural and technical sciences. - 2019, № 4, P. 23 ... 32.

7. Demidov A.V., Makarov A.G., Vagner V.I., Egorova M.A. Methods of system analysis of functional and operational deformation properties of polymeric textile materials for technical purposes // Chemical fibers. - 2020, № 4, P. 28 ... 30.

8. Makarov A.G., Kiselev S.V., Zurakhov V.S., Busygin K.N. Development of methods for mathematical modeling and qualitative analysis of the deformation and operational properties of aramid textile materials // Vestnik of the St. Petersburg State University of Technology and Design. Series 1: Natural and technical sciences. - 2020, № 4, P. 7 ... 16.

9. Makarov A.G., Egorov I.M. Development of methods for system analysis of deformation-relaxation processes of polymer ropes// Vestnik of St. Petersburg State University of Technology and Design. Series 4: Industrial Technology. - 2020, № 2, P. 71 ... 83.

10. Makarov A.G., Kiselev S.V., Kozlov A.A. Influence of the plastic component of deformation on the accuracy of predicting the functional properties of polymeric materials // Chemical Fibers. - 2021, № 2. P.15...19.

11. Egorov I.M., Kiselev S.V., Makarov A.G., Klimova N.S. Physical analysis of the creep of polypropylene and polyvinylidene fluoride threads for medical purposes // Chemical fibers. - 2021, № 2, P. 70 ... 73.

12. Kiselev S.V., Kozlov A.A., Makarov A.G. Improving the reliability of mathematical modeling of relaxation-operational processes of polymer textile materials // Design. Materials. Technology. - 2021, № 2, P. 73 ... 83.

13. Demidov A.V., Makarov A.G., Klimova N.S., Litvinov A.M. Development of methods for optimizing the prediction of deformation processes in polymeric textile materials // Design. Materials. Technology. - 2021, № 3, P. 127 ... 133.

14. Makarov A.G., Redkin D.O. Mathematical models of deformation properties of nonwoven

materials // Vestnik of the St. Petersburg State University of Technology and Design. Series 1. Natural and technical sciences. - 2021, № 2, P. 28 ... 30.

15. Makarov A.G., Kiselev S.V., Kozlov A.A. Improving the reliability of modeling the operational processes of polymer textile materials // Vestnik of the St. Petersburg State University of Technology and Design. Series 1. Natural and technical sciences. - 2021, № 4, P. 55 ... 62.

Рекомендована кафедрой интеллектуальных систем и защиты информации. Поступила 25.10.22.
