

УДК 677.054

DOI 10.47367/0021-3497_2022_3_198

**ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОДПРУЖИНЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ
В ТЕКСТИЛЬНЫХ МАШИНАХ**

**DYNAMIC ANALYSIS OF SPRING LOADED MECHANISMS
IN TEXTILE MACHINES**

Л.А. КОНДРАТЕНКО, В.Г. ДМИТРИЕВ, Л.И. МИРОНОВА, С.В. ХЕЙЛО

L.A. KONDRATENKO, V.G. DMITRIEV, L.I. MIRONOVA, S.V. KHEILO

(Московский авиационный институт
(Национальный исследовательский университет),
Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство))

(Moscow Aviation Institute (National Research University),
Russian State University named after A.N. Kosygin (Technologies. Design. Art))

E-mail: kondrat.leonid@yandex.ru; vgd2105@mail.ru; mironova_lub@mail.ru; khejlo-sv@rguk.ru

В работе приведен динамический анализ подпружиненного механизма в устройстве, реализующего движение исполнительного механизма в механической системе, например, в мотальных механизмах. Механизм в устройстве содержит подпружиненную конструкцию с двумя последовательно расположенными телами. Рассмотрен метод исследования динамики подпружиненных механизмов с двумя степенями свободы с использованием нового подхода изучения динамических процессов в механических системах. Получены дифференциальные уравнения движения. Для натурной конструкции подпружиненного механизма рассчитаны и построены частотные характеристики.

The paper presents a dynamic analysis of a spring-loaded mechanism in a device that implements the movement of an actuator in a mechanical system, for example, in winding mechanisms. The mechanism in the device contains a spring-loaded structure with two bodies in series. A method for studying the dynamics of spring-loaded mechanisms with two degrees of freedom using a new approach to studying dynamic processes in mechanical systems is considered. Differential equations of motion are obtained. Frequency characteristics are calculated and constructed for the full-scale construction of the spring-loaded mechanism.

Ключевые слова: напряжение в деталях, скорость движения, пружина, текстильная машина, частотная характеристика.

Keywords: stress in parts, travel speed, spring, textile machine, frequency response.

Во многих механизмах оборудования текстильной промышленности встречаются конструкции, содержащие подпружиненные устройства. Наиболее распространены являются мотальные механизмы, в которых рычаг бобинодержателя с помощью пружин прижимается к мотальному валу [1], [2]. Упругим элементом в таких устройствах является не только сама пружина, но и формируемая паковка, обладающая упругими и диссипативными свойствами [3], [4].

Динамические процессы в таких механизмах оказывают заметное влияние на качество работы и работоспособность оборудования в целом. Для более эффективного их применения необходимо с максимальной точностью поддерживать рациональные режимы работы, например, требуемую скорость движения исполнительного органа при заданных нагрузках [7]. Особенно важно обеспечить точность движения в подпружиненных устройствах при подаче и натяжении нити.

Рассмотрим устройство, выполненное в следующем конструктивном исполнении, рис. 1.

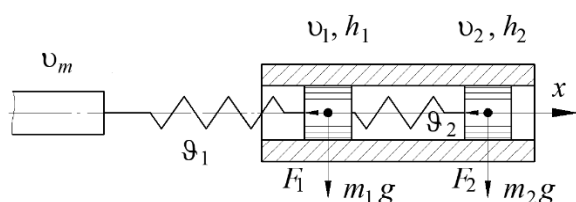


Рис. 1

Устройство состоит из толкателя, перемещающегося со скоростью v_m , пружины упругостью G_1 , G_2 и цилиндрических тел массой m_1 , m_2 , размещенных в неподвижном цилиндрическом корпусе и передвигающихся в осевом направлении со скоростями v_1 и v_2 . Причем на эти тела также действуют силы F_1 , F_2 .

Примем, что пружина выполнена из стальной проволоки диаметром d ; колебания масс цилиндрических тел m_1 и m_2 не оказывают влияния на скорость движения

толкателя v_t . Кроме того, при движении на каждую массу m_1 , m_2 воздействуют силы трения, которые примем пропорциональными скорости перемещения, то есть $F_{тр1} = h_1 v_1$; $F_{тр2} = h_2 v_2$.

Полагая, что из-за действия демпфирующих факторов можно пренебречь волновыми процессами в пружинах, запишем в операторном виде систему уравнений, характеризующих движение тел [10]:

$$v_m(t) - v_1(t) = G_1 p \sigma_{y1}; \quad (1)$$

$$\sigma_{y1}(t) f_1 = F_1(t) + h_1 v_1(t)(1 + T_1 p) + \sigma_{y2}(t) f_2; \quad (2)$$

$$v_1(t) - v_2(t) = G_2 p \sigma_{y2}; \quad (3)$$

$$\sigma_{y2}(t) f_2 = F_2(t) + h_2 v_2(t)(1 + T_2 p). \quad (4)$$

Здесь σ_{y1} , f_1 , σ_{y2} , f_2 , ℓ_1 , ℓ_2 – соответственно условные продольные напряжения, площадь сечения и длина первой и второй пружин. Тогда:

$$p \equiv \frac{d}{dt}; \quad T_1 = \frac{m_1}{h_1};$$

$$T_2 = \frac{m_2}{h_2}; \quad G_1 = \frac{\ell_1}{E_{y1}}; \quad (5)$$

$$E_{yi} = \frac{\ell_i C_i}{f_i}.$$

В формулах (5) E_{yi} – условный модуль упругости пружины; C_i – жесткость пружины ($i = 1, 2$).

Введем обозначения: $x_1 = \sigma_{y1}$; $x_2 = v_1$; $x_3 = \sigma_{y2}$; $x_4 = v_2$. Решение системы уравнений (1)...(4) будем искать в матричном виде. Для этой цели перепишем систему уравнений (1)-(4) в векторной форме:

$$AX(t) = F(t). \quad (6)$$

Здесь A – матрица функциональных коэффициентов; $X(t)$ – вектор переменных; $F(t)$ – вектор воздействий, имеющих вид;

$$X(t) = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4)^T;$$

$$F(t) = (-v_m \quad F_1 \quad 0 \quad F_2)^T.$$

Или, используя запись с помощью суммирования, выражение (6) можно переписать в виде:

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij} x_j = f_j, \quad i, j = 1, 2, 3, 4.$$

Здесь a_{ij} – компоненты матрицы A : $a_{11} = -\vartheta_1 p$, $a_{12} = -1$, $a_{13} = 0$, $a_{14} = 0$, $a_{21} = f_1$, $a_{22} = -h_1(1 + T_1 p)$, $a_{23} = f_2$, $a_{24} = 0$, $a_{31} = 0$, $a_{32} = 1$, $a_{33} = -\vartheta_2 p$, $a_{34} = -1$, $a_{41} = 0$, $a_{42} = 0$, $a_{43} = f_2$, $a_{44} = -h_2(1 + T_2 p)$.

Запишем определитель системы D , по форме равный матрице A , и найдем его значение, тогда

$$D = \det A = \begin{vmatrix} -\vartheta_1 p & -1 & 0 & 0 \\ f_1 & -h_1(1 + T_1 p) & -f_2 & 0 \\ 0 & 1 & -\vartheta_2 p & -1 \\ 0 & 0 & f_2 & -h_2(1 + T_2 p) \end{vmatrix} =$$

$$= f_1 f_2 + p(f_1 \vartheta_2 h_2 + f_2 \vartheta_1 h_2 + f_2 \vartheta_1 h_1) +$$

$$+ p^2 (T_2 \vartheta_2 f_1 h_2 + T_2 \vartheta_1 f_2 h_2 + \vartheta_1 h_1 f_2 T_1 + \vartheta_2 \vartheta_1 h_1 h_2) +$$

$$+ p^3 \vartheta_1 \vartheta_2 h_1 h_2 (T_1 + T_2) + \vartheta_2 \vartheta_1 h_1 h_2 T_1 T_2 p^4. \quad (7)$$

В силу физической реализуемости определитель $D \neq 0$. Поэтому неизвестные пере-

менные по правилу Крамера могут быть найдены из выражений:

$$x_1 = \sigma_{y_1} = \frac{D_1}{D}; \quad x_2 = v_1 = \frac{D_2}{D}; \quad x_3 = \sigma_{y_2} = \frac{D_3}{D}; \quad x_4 = v_2 = \frac{D_4}{D}, \quad (8)$$

где определители D_i получаются подстановкой в матрицу A столбца воздействий

вместо столбца соответствующей искомой переменной. Так, для определения v_2 имеем:

$$D_4 = \begin{vmatrix} -\vartheta_1 p & -1 & 0 & v_m \\ f_1 & -h_1(1 + T_1 p) & -f_2 & F_1 \\ 0 & 1 & -\vartheta_2 p & 0 \\ 0 & 0 & f_2 & F_2 \end{vmatrix} = f_2 f_1 v_m - F_2 p (\vartheta_1 f_2 + \vartheta_2 f_1 + \vartheta_1 h_1 \vartheta_2 p + \vartheta_1 T_1 \vartheta_2 h_1 p^2) - \vartheta_1 f_2 p F_1. \quad (9)$$

Откуда с учетом (7) операторное уравнение, описывающее скорость движения

второго тела, имеет вид:

$$v_2 (1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4) = v_m - F_2 p \left(\frac{\vartheta_1}{f_1} + \frac{\vartheta_2}{f_2} + \frac{\vartheta_1 \vartheta_2 h_1}{f_1 f_2} p + \frac{\vartheta_1 m_1 \vartheta_2}{f_1 f_2} p^2 \right) - \frac{\vartheta_1 F_1}{f_1} p. \quad (10)$$

Здесь

$$a_1 = \frac{\vartheta_2 h_2}{f_2} + \frac{\vartheta_1 h_2}{f_1} + \frac{\vartheta_1 h_1}{f_1}; \quad a_2 = \frac{m_2 \vartheta_2}{f_2} + \frac{m_2 \vartheta_1}{f_1} + \frac{m_1 \vartheta_1}{f_1} + \frac{\vartheta_2 \vartheta_1 h_1 h_2}{f_1 f_2};$$

$$a_3 = \frac{\vartheta_1 \vartheta_2 h_1 h_2 (T_1 + T_2)}{f_1 f_2}; \quad a_4 = \frac{\vartheta_2 \vartheta_1 m_1 m_2}{f_1 f_2}.$$

Действуя аналогично, вычислим определитель D_1 , который является соотноше-

нием для напряжений $\sigma_{y1} = x_1$ в первой пружине [4]:

$$D_1 = f_2 (F_1 + F_2) + v_m f_2 (h_1 + h_2) + p [F_1 v_2 h_2 + v_m (h_1 \vartheta_2 h_2 + h_1 f_2 T_1 + f_2 h_2 T_2)] + p^2 [F_1 v_2 h_2 T_2 + v_m h_1 \vartheta_2 h_2 (T_1 + T_2)] + v_m \vartheta_2 m_1 m_2 p^3. \quad (11)$$

Откуда

$$\sigma_{y1} (1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4) = \frac{F_1 + F_2}{f_1} + v_m \frac{h_1 + h_2}{f_1} + p \left[\frac{F_1 \vartheta_2 h_2}{f_1 f_2} + v_m \left(\frac{h_1 \vartheta_2 h_2}{f_1 f_2} + \frac{h_1 T_1}{f_1} + \frac{h_2 T_2}{f_2} \right) \right] + p^2 \frac{F_1 \vartheta_2 h_2 T_2 + v_m h_1 \vartheta_2 h_2 (T_1 + T_2)}{f_1 f_2} + p^3 v_m \frac{\vartheta_2 m_1 m_2}{f_1 f_2}. \quad (12)$$

Полное решение системы уравнений (1)...(4) в матричном виде приведено в работе [6].

Полагая, что некоторые воздействия равны нулю, и переходя к изображениям по Лапласу [7...9] посредством замены $p=s$, где s – комплексная переменная, $s=j\omega$, и ω – круговая частота колебаний, получим передаточные функции, характеризующие динамические свойства механизма.

Передаточная функция влияния скорости толкателя (W_{vv2}) на скорость перемещения второго тела v_2 при $F_1 \equiv 0$, $F_2 \equiv 0$ будет иметь вид:

$$W_{vv2}(s) = \frac{v_2(s)}{v_m(s)} = \frac{1}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4}. \quad (13)$$

$$W_{vv2}(j\omega) = \frac{v_2(j\omega)}{v_m(j\omega)} = \frac{1}{1 + a_1 j\omega + a_2 (j\omega)^2 + a_3 (j\omega)^3 + a_4 (j\omega)^4} = \frac{1}{(1 + 2\zeta_{p1} T_{p1} j\omega - T_{p1}^2 \omega^2)(1 + 2\zeta_{p2} T_{p2} j\omega - T_{p2}^2 \omega^2)}. \quad (15)$$

Выражение (15) свидетельствует о возможности двух резонансных всплесков в механизме. Рассмотрим подробнее данный динамический эффект.

Передаточная функция влияния F_2 ($W_{\sigma F2}$) на σ_{y1} при $v_r \equiv 0$, $F_1 \equiv 0$ определяется соотношением:

$$W_{\sigma F2}(s) = \frac{\sigma_{y1}(s)}{F_2(s)} = \frac{1}{f_1} \cdot \frac{1}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4}. \quad (14)$$

Полученные подобным образом передаточные функции позволяют рассчитать переходные и частотные характеристики для любой переменной.

Так, например, частотную характеристику влияния скорости толкателя на скорость движения второго тела получим из выражения (13), подставив в него комплексную переменную $s=j\omega$. Окончательно получим:

Пусть скорость толкателя скачкообразно изменилась $v_m(t) = v_{m0} * 1(t)$. Тогда, учитывая (13), запишем:

$$v_m(s) = \frac{v_{m0}}{s(1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4)} = \frac{v_{m0}}{D(s)}, \quad (16)$$

где $D(s)$ – характеристический многочлен.

Здесь коэффициенты ζ_{p1} и ζ_{p2} меньше единицы, т.е. $\zeta_{p1} < 1$, $\zeta_{p2} < 1$. Производная

$$D'(s_i) = 2(\zeta_{p1}T_{p1} + \zeta_{p2}T_{p2}) + 2s_i(4\zeta_{p1}T_{p1}\zeta_{p2}T_{p2} + T_{p1}^2 + T_{p2}^2) + 6s_i^2(\zeta_{p1}T_{p1}T_{p2}^2 + \zeta_{p2}T_{p2}T_{p1}^2) + 4s_i^3T_{p1}^2T_{p2}^2. \quad (18)$$

Применив теорему вычетов [6], получим переходную характеристику:

$$v_2(t) = v_{m0} \left[1 + \sum_{i=2}^5 \frac{\exp(s_i t)}{s_i D'(s_i)} \right]. \quad (19)$$

Здесь $s_{2,3}$ и $s_{4,5}$ являются корнями характеристического многочлена $D(s)$ и определяются выражениями:

$$s_{2,3} = \frac{-\zeta_{p1} \pm j\sqrt{\zeta_{p1}^2 - 1}}{T_{p1}}; \quad (20)$$

$$s_{4,5} = \frac{-\zeta_{p2} \pm j\sqrt{\zeta_{p2}^2 - 1}}{T_{p2}}.$$

Положим, что характеристический многочлен разлагается на множители:

$$D(s) = (1 + 2\zeta_{p1}T_{p1}s - T_{p1}^2s^2)(1 + 2\zeta_{p2}T_{p2}s - T_{p2}^2s^2). \quad (17)$$

характеристического многочлена (17) $D'(s)$ будет иметь вид:

О влиянии изменений силы F_2 на колебания напряжения σ_{y1} в первой пружине можно судить по выражению [6]:

$$W_{\sigma_{y1}F}(j\omega) = \frac{\sigma_{y1}(j\omega)}{F_2(j\omega)} = \frac{1}{f_1} \cdot \frac{1}{(1 + 2\zeta_{p1}T_{p1}j\omega - T_{p1}^2\omega^2)(1 + 2\zeta_{p2}T_{p2}j\omega - T_{p2}^2\omega^2)}. \quad (21)$$

Об устойчивости работы данного механизма можно судить по критериям Михайлова или Гурвица [9]. Если использовать последний, то в устойчивой системе должны выполняться неравенства:

$$a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0; \quad (22)$$

$$a_4 > 0; a_3(a_1a_2 - a_3) - a_4a_1^2 > 0.$$

В случае выполнения условий (22) переходный процесс в механизме будет затухающим. В противном случае станут наблюдаться колебания с увеличивающейся амплитудой или при наличии нелинейностей – автоколебания.

На рис. 2 (амплитудно-фазовая характеристика механизма) и рис. 3 (логарифмические фазовая (а) и амплитудная (б) частотные характеристики, иллюстрирующие влияние скорости v_T толкателя на скорость

движения ползуна v_2 (A , φ) и силы F_2 на напряжения в первой пружине (A_σ , φ_σ) приведены частотные характеристики подпружиненного механизма со следующими исходными данными: $m_1 = m_2 = 0,2$ Нс²/см; коэффициент жесткости пружины $C_1 = C_2 = 100$ Н/см; диаметр проволоки пружин $d = 5$ мм; длина пружин $\ell_1 = \ell_2 = 200$ мм; наружный диаметр пружин $D = 40$ мм; внутренний диаметр пружин $D_1 = 30$ мм; число витков пружин $z_1 = z_2 = 20$; $\vartheta_{np01} = \vartheta_{np02} = 0,0131$ 1/Нсм; коэффициент потерь на трение $h_1 = h_2 = 1$ Нс/см.

Кривые построены с помощью вычислений на ПЭВМ значений вещественной U и мнимой V частей функции $W_{v_2}(j\omega)$ по формулам:

$$A = 20 \lg \sqrt{U^2 + V^2}; \quad \varphi = -\arctg \left(\frac{V}{U} \right). \quad (23)$$

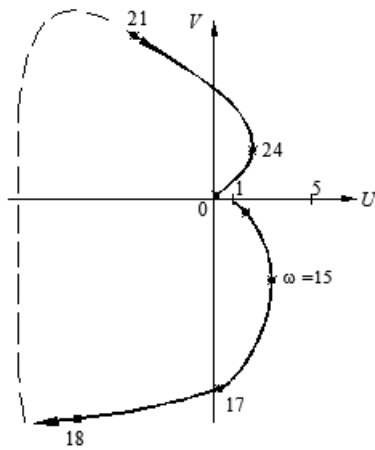


Рис. 2

Амплитудно-фазовая частотная характеристика $W_{v2}(j\omega)$ (рис. 2) иллюстрирует влияние скорости движения толкателя v_T на скорость движения ползуна v_2 .

Кроме того, из этой кривой, являющейся обратной годографу Михайлова, видно, что при увеличении частоты радиус-вектор годографа будет, возрастая, обходить в положительном направлении последовательно I, II, III, IV квадранты.

Логарифмические фазовые (рис. 3-а) и амплитудные (рис. 3-б) характеристики более точно иллюстрируют влияние входных воздействий v_T , F_2 соответственно на скорость движения тела и напряжения в пружине при разных значениях частоты колебаний. Здесь также видно, что в рассматриваемом случае резонансные частоты колебаний скорости движения второго тела и напряжений в первой магистрали совпадают.

ВЫВОДЫ

Предложенный метод позволяет при конструировании подпружиненных механизмов правильно выбрать параметры сопрягаемых деталей. Используя выведенные формулы и известные методы преобразований, можно рассчитать переходные характеристики и оценить во временной области действующие силы, скорости, ускорения, определить ресурс подпружиненного механизма в станках текстильной промышленности, а также обеспечить устойчивый тех-

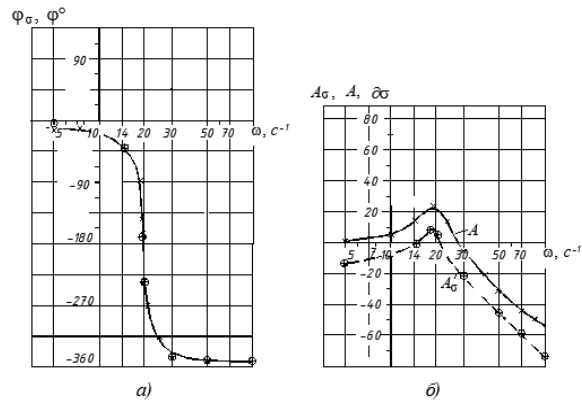


Рис. 3

нологический процесс, связанный с работой оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лабай Н.Ю., Рудовский П.Н., Палочкин С.В. Расчет рассеяния энергии колебаний в цилиндрической текстильной паковке с параллельной намоткой нити // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2011, № 4. С. 61...65.
2. Рудовский П.Н., Палочкин С.В., Колягин А.Ю., Лабай Н.Ю. Демпфирование колебаний в цилиндрическом теле намотки при изгибе оправки // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010, № 5. С. 95...100.
3. Палочкин С.В., Лабай Н.Ю., Рудовский П.Н. Экспериментальные исследования демпфирования колебаний в текстильных паковках с крестовой намоткой нити // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2015, № 3. С. 141...145.
4. Рудовский П.Н., Палочкин С.В., Колягин А.Ю., Лабай Н.Ю. Диссипативные свойства текстильных паковок. – Кострома: КГУ, 2016.
5. Рудовский П.Н., Палочкин С.В., Ларюшкин П.А. Влияние диссипативных свойств текстильной паковки на демпфирование колебаний в мотальном механизме текстильной машины // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2016, № 4. С. 114...117.
6. Kondratenko Leonid A., Mironova Lyubov I., Dmitriev Vladimir G., Egorova Olga V., Shemiakov Aleksandr O. Investigation of the dynamics of nonlinear mechanical systems with long power lines through digital modeling // Periodico Tche Quimica. – 2019, 16(33). P. 668...680.
7. Кондратенко Л.А., Миронова Л.И. Моделирование динамических процессов в существенно нелинейных системах. – М.: Русайн, 2021.
8. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: Наука, 1965.

9. Иванов В.А., Чемоданов Б.К., Медведев В.С. Математические основы теории автоматического регулирования. – М.: Высшая школа, 1971.

10. Лаврентьев М.А., Шабат Б.Г. Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1965.

REFERENCES

1. Labai N.Yu., Rudovsky P.N., Palochkin S.V. Calculation of vibration energy dissipation in a cylindrical textile package with a parallel winding thread // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti.* - 2011, No. 4. S. 61 ... 65.

2. P. N. Rudovsky, S. V. Palochkin, A. Yu. Kolyagin, and N. Yu. Vibration damping in a cylindrical winding body when the mandrel is bent // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti.* – 2010, No. 5. P. 95...100.

3. Palochkin S.V., Labay N.Yu., Rudovsky P.N. Experimental studies of vibration damping in textile packages with cross-winding thread // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti.* – 2015, No. 3. S. 141...145.

4. P. N. Rudovsky, S. V. Palochkin, A. Yu. Kolyagin, and N. Yu. Dissipative properties of textile packages. - Kostroma: KSU, 2016.

5. Rudovsky P.N., Palochkin S.V., Laryushkin P.A. Influence of dissipative properties of textile packaging on vibration damping in the winding mechanism of a textile machine // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti.*– 2016, No. 4. P. 114...117.

6. Kondratenko Leonid A., Mironova Lyubov I., Dmitriev Vladimir G., Egorova Olga V., Shemiakov Aleksandr O. Investigation of the dynamics of nonlinear mechanical systems with long power lines through digital modeling // *Periodico Tche Quimica.* – 2019, 16(33). P. 668...680.

7. Kondratenko L.A., Mironova L.I. Simulation of dynamic processes in essentially non-linear systems. – М.: Rusain, 2021.

8. Dech G. Guide to the practical application of the Laplace transform. – М.: Nauka, 1965.

9. Ivanov V.A., Chemodanov B.K., Medvedev V.S. Mathematical foundations of the theory of automatic control. - М.: Higher School, 1971.

10. Lavrentiev M.A., Shabat B.G. Methods of the theory of functions of a complex variable. – М.: Nauka, 1965.

Рекомендована кафедрой теоретической и прикладной механики РГУ имени А.Н. Косыгина. Поступила 13.12.21.