

УДК 677.024

DOI 10.47367/0021-3497_2023_3_81

**МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗГИБНОЙ ЖЕСТКОСТИ ЛЬНЯНОГО ВОЛОКНА
ДЛЯ ЕГО КВАЛИМЕТРИИ: ОБОСНОВАНИЕ АЛГОРИТМА ИСПЫТАНИЯ***

**A METHOD OF MEASURING BENDING RIGIDITY OF FLAX FIBER DURING ITS
QUALIMETRY: DETERMINING PROPERTIES OF A TESTING ALGORITHM**

С.Н. РАЗИН¹, Е.Л. ПАШИН¹, А.В. ОРЛОВ²

S.N. RAZIN¹, E.L. PASHIN¹, A.V. ORLOV²

(¹Костромская государственная сельскохозяйственная академия,
²Костромской государственный университет)

(¹Kostroma State Agricultural Academy,
²Kostroma State University)

Стандартный метод определения гибкости лубяных волокон не обеспечивает требуемую точность результатов анализа из-за структурной неоднородности составляющих пробу волокнистых прядей, зависимой от исполнителя анализа. Вариация значений гибкости достигает 100% и более, что неприемлемо для решения задач стандартизации. Поэтому предложен метод приближенного определения изгибной жесткости пряди на основе ее трехточечного прогиба и представления формы ее изогнутой оси в виде кубической параболы. Однако при его использовании выявлена погрешность при определении изгибной жесткости из-за некорректного определения координат точки касания пряди с поверхностью опор. Сделано заключение о необходимости разработки алгоритма расчета, обеспечивающего оптимизацию поиска координат точки соприкосновения пряди с поверхностью опоры, исходя из определения угловой и линейных координат в плоскости нагружения для обеспечения условия совпадения касательных к изогнутой оси пряди и к поверхности опоры в точке их касания.

Standard method of measuring flexibility of flax fibers doesn't provide the required degree of precision due to structural irregularities in the fibers, introduced by the person performing the analysis. This leads to increased variation in the flexibility values up to 100% which is unacceptable for the purposes of standardization. As such, we suggested a method of estimation of bending rigidity of flax strand using

* Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 23-26-00147)

three-point bending, based on approximating the strand's shape using a cubic polynomial. However, this method introduces errors of its own, caused by incorrect estimation of the point of contact between the sample and the supports.

As such, an improved algorithm is needed that will perform additional checks related to correctness of position and inclination of the strand in its point of contact with the supports. In particular, tangents to the strand itself and the support that pass through the point of contact, should match.

Ключевые слова: льняное волокно, изгибная жесткость, испытание, точность анализа, трехточечный прогиб, изогнутая ось пряди, повышенная кривизна и прогиб, точка контакта, касательная к опоре.

Keywords: bending rigidity, testing, precision, three-point bending, contact point, tangent, high curvature.

Необходимость совершенствования методов контроля качества сельскохозяйственного сырья является актуальной задачей, вытекающей из утвержденной Правительством РФ стратегии развития АПК до 2030 г. [1]. Это в полной мере относится к контролю качества льняного волокна как сырья для текстильной промышленности. Применяемые для этих целей на практике инструментальные методы указаны в ГОСТР 53484-2009 «Лен трепаный. Технические условия». Важная роль при оценке качества льна по требованиям этого стандарта отводится гибкости волокна. Ее определяют с использованием прибора ГВ по величине прогиба консольных участков анализируемой волокнистой пробы массой 0,42 г. и длиной 27 см [2].

Однако при практическом применении стандартного метода выявлены недостатки, связанные с неопределенностью формирования прогибов Δ и пониженной точностью их определения [3]. Причинами этого является неточная фиксация значений прогибов у отдельных волокнистых комплексов, составляющих анализируемые пряди, наличие структурной неоднородности прядей, а также изменчивость величин сил трения и сцепления волокнистых комплексов между собой по их длине. Эти факторы увеличивают вариацию значений прогиба Δ до 100% и более, что не обеспечивает требуемой точности измерений.

Существенным недостатком также является несоответствие величины деформации при изгибе волокна при лабораторных

испытаниях с прогибами, возникающими на практике при его получении и переработке, при которых появляется значительная кривизна [4, 5].

Таким образом, существующий стандартный метод определения гибкости льняного волокна требует совершенствования.

При выявлении направлений улучшения метода провели оценку существующих известных методов-аналогов, применяемых для определения изгибной жесткости текстильных и иных материалов [6...11].

С учетом особенностей структуры льняного волокна наиболее приемлемым для использования аналогом оказался метод трехточечного прогиба [12], схема которого представлена на рис. 1. Использование такой схемы позволяет минимизировать проявление указанных выше недостатков стандартного метода. Это достигается за счет возможности деформирования пряди при повышенной кривизне и уменьшения длины испытываемых проб в виде отрезков для прижатия свободных концов пробы к опорам. Кроме этого в качестве отклика при испытании можно использовать возникающую при прогибе силу F .

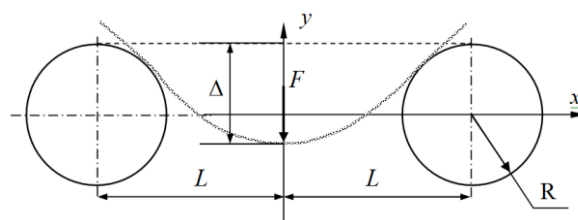


Рис. 1

При трехточечном изгибе закономерности изменения формы оси испытываемой пряди волокна, заданной функцией $y = f(x)$, должны соответствовать принятым представлениям изменения ее кривизны (k) в зависимости от изгибной жесткости EJ и изгибающего момента M , то есть $k = M/EJ$. Тогда оценку изгибной жесткости по величине F следует осуществлять при постоянных значениях L , R и Δ .

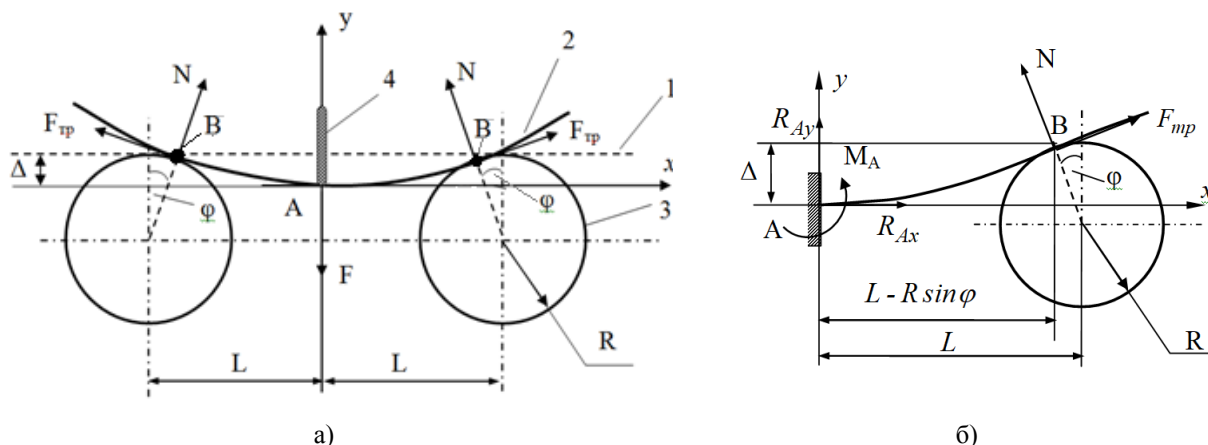


Рис. 2

На рис. 2, а показаны начальное и конечное положения упругой на изгиб пряди, которые обозначены соответственно позициями 1 и 2. Позициями 3 и 4 обозначены неподвижные (не вращающиеся) опоры, требующие учета сил трения, и тело в виде пластины с закругленной кромкой, изгибающее прядь. Изогнутая прядь касается опор 3 в точках В.

Зная значение силы F , соответствующее прогибу пряди Δ , можно определить неизвестные силы реакции N и силы трения $F_{тр}$:

$$\sum F_{ky} = 2N \cos \phi + 2F_{тр} \sin \phi - F = 0,$$

$$\sum F_{kx} = R_{Ax} + fN \cos \phi - N \sin \phi = 0;$$

$$\sum F_{ky} = R_{Ay} + fN \sin \phi + N \cos \phi = 0;$$

$$\sum M_A = M_A + N(\cos \phi + f \sin \phi)(L - R \sin \phi) + N(\sin \phi - f \cos \phi)(\Delta - R(1 - \cos \phi)) = 0.$$

Отсюда находим:

$$R_{Ax} = \frac{F(\sin \phi - f \cos \phi)}{2(\cos \phi + f \sin \phi)}; R_{Ay} = \frac{F}{2};$$

Однако, исходя из особенностей взаимодействия волокна с поверхностью цилиндрических опор (далее опоры), очевидны различия между исходным расстоянием $2L$ и меняющейся длиной пряди между точками контакта с опорами при прогибе. Это обстоятельство требует дополнительного изучения предлагаемой схемы и особенностей поведения пряди с учетом действующих на нее сил.

тогда

$$N = \frac{F}{2(\cos \phi + f \sin \phi)}, F_{тр} = fN.$$

Поскольку в схеме нагружения имеется ось симметрии (ось y), то для дальнейшего исследования по определению изгибной жесткости можно рассмотреть только часть пряди, лежащую справа от сечения А. Тогда часть пряди АВ можно считать жестко заделанной в сечении А (рис. 2, б).

Из уравнений равновесия участка пряди АВ определим силы реакций в заделке:

$$M_A = \frac{-F \cdot ((\cos \phi + f \sin \phi)(L - R \sin \phi) + (\sin \phi - f \cos \phi)(\Delta - R(1 - \cos \phi)))}{2(\cos \phi + f \sin \phi)}. \quad (1)$$

В полученном решении (1) величина угла ϕ зависит от параметров L , R и Δ и является неизвестной величиной.

Отметим, что при определении изгибной жесткости пряжи, когда она имеет достаточно большую кривизну, ее прогибы нельзя считать малыми. Поэтому для определения формы ее изогнутой оси используем уравнение [13]:

$$EJ \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = \Sigma M_{kz},$$

или

$$EJ \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = R_{Ay}x - R_{Ax}y - M_A, \quad (2)$$

где EJ – изгибная жесткость пряжи.

Аналитическое решение уравнения (2) получить проблематично, так как оно является нелинейным. Поэтому приближенное решение осуществим численно. В качестве первого приближения примем форму изогнутой оси пряжи в виде кубической параболы, что согласуется с известными положениями [14]. Принимаемое приближение представим следующим выражением:

$$y_1 = a_0 + a_1x + a_2x^{k_2} + a_3x^{k_3}, \quad (3)$$

где $k_2 = 2$, $k_3 = 3$.

$$\begin{cases} a_2(L - R \sin \phi)^{k_2} + a_3(L - R \sin \phi)^{k_3} = \Delta - R(1 - \cos \phi), \\ a_2k_2(L - R \sin \phi)^{k_2-1} + a_3k_3(L - R \sin \phi)^{k_3-1} = \operatorname{tg} \phi, \\ a_2k_2(k_2 - 1)(L - R \sin \phi)^{k_2-2} + a_3k_3(k_3 - 1)(L - R \sin \phi)^{k_3-2} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Для проверки полученного результата найдем решение уравнения (2) иным способом, но также численно, используя, например, метод Эйлера [13], согласно которому:

$$y'_i = \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x}, \quad y''_i = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i}{\Delta x^2}. \quad (5)$$

Подставив (5) в уравнение (2), получим:

$$y_{i+2} = 2y_{i+1} - y_i + (R_{Ay}x_i - R_{Ax}y_i - M_A) \left(1 + \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta x} \right)^2 \right)^{3/2} \frac{\Delta x^2}{EJ}. \quad (6)$$

Для определения постоянных величин a_0 , a_1 , a_2 , a_3 и угла ϕ имеем следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} y(0) &= 0; \quad y'(0) = 0; \\ y_1(L - R \sin \phi) &= \Delta - R(1 - \cos \phi); \\ y_1'(L - R \sin \phi) &= \operatorname{tg} \phi; \quad y_1''(L - R \sin \phi) = 0. \end{aligned}$$

Последнее условие вытекает из того, что кривизна упругой линии пряжи в сечении В равна нулю, так как справа от сечения В нет каких-либо внешних сил за исключением сил тяжести, которыми можно пренебречь из-за их малости.

Учитывая первые два условия, находим: $a_0 = 0$ и $a_1 = 0$. Из оставшихся трех условий получаем систему трех уравнений (4) для определения a_2 , a_3 и ϕ .

Данную систему нелинейных уравнений решаем численно, например, с помощью системы Mathcad. В результате получим значения коэффициентов a_2 и a_3 , а также значение угла ϕ , определяющего координаты точки контакта пряжи с поверхностью опоры. Так, например, для случая, когда $L = 0,04$ м, $R = 0,02$ м, $\Delta = 0,03$ м, $F = 0,005$ Н, $f = 0,2$, получаем следующие результаты: $a_2 = 57,49$; $a_3 = -803,72$; $\phi = 0,94$ рад = $53,9^\circ$.

На рис. 3 представлены графики функции $y(x)$, полученные на основе системы уравнений (4), – кривая 1 и при тех же данных по формуле (6) – кривая 2. При использовании (6) значение изгибной жесткости EJ подбирали так, чтобы кривая $y(EJ)$ проходила через точку B с координатами: $x_B = L - R \sin \varphi$ и $y_B = \Delta - R(1 - \cos \varphi)$. В итоге получили, что $EJ = 1,64758 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м}^2$.

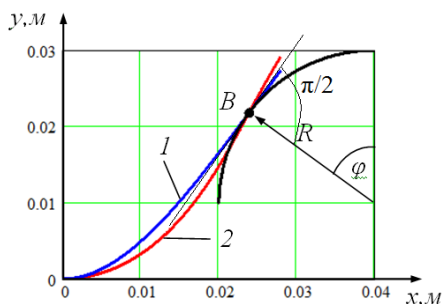


Рис. 3

Из анализа полученных результатов следует, что предполагаемая форма упругой линии пряжи $y_1(x)$ имеет значительное отклонение от функции $y(x)$, которая получена в результате численного решения уравнения (2). Функция $y(x)$ пересекает контур опоры, и угол наклона ее касательной в точке контакта пряжи с опорой не совпадает с касательной к ней. Это не соответствует действительности и свидетельствует о том, что точка контакта найдена не верно.

Для исключения этого недостатка необходимо найти такие показатели степени k_2 и k_3 , при которых будет найден такой угол φ , определяющий положение точки контакта пряжи с опорой, при котором функция $y(x)$, проходя через точку контакта, будет иметь касательную, совпадающую с заданной точностью с касательной к опоре.

Обеспечение указанных условий требует поиска на основе подбора определенного сочетания k_2 и k_3 .

Такой поиск был реализован. Установлены следующие показатели: $k_2 = 2,5$; $k_3 = 7,9$. При таких значениях получено удовлетворительное совпадение предполагаемой кривой, описывающей изогнутую ось пряжи, с осью пряжи, полученной расчетным путем. В этом случае $EJ = 1,76 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м}^2$. Оценивая степень совпадения упругих осей по максимальному отклонению $\max |y(x) -$

$y_1(x)|$, получили, что наибольшее значение составляет не более 0,5 мм.

Однако при росте величины прогиба пряжи выявлена тенденция роста наибольшего отклонения. Для уточнения этой тенденции, связанной со степенью совпадения кривых, описывающих изогнутую ось пряжи в зависимости от ее прогиба, проведен численный эксперимент. При его реализации оценивали относительную ошибку A по формуле:

$$A = \{|y(x) - y_1(x)|/y_1(x)\} \cdot 100, \%$$

Из полученных результатов (рис. 4) следует существенная зависимость относительной ошибки от величины прогиба пряжи. При больших прогибах пряжи, например 2,5 см, кубическая парабола описывает изогнутую ось пряжи неудовлетворительно – относительная ошибка составляет 14%. Указанный рост ошибки ведет к снижению точности при определении изгибной жесткости.

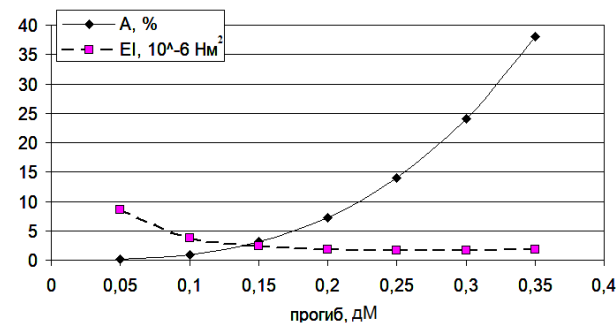


Рис. 4

Таким образом, при определении изгибной жесткости пряжи в условиях больших прогибов (большой кривизны) предложенный метод ее расчета имеет существенный недостаток, требующий подбора условий необходимого соприкосновения и расположения прогнутой пряжи относительно поверхности опор.

Однако подбор указанных условий вносит существенную неопределенность и поэтому будет приводить к увеличению продолжительности расчетов. Поэтому использование предложенного метода ограничивается условиями нагружения пряжи, при которых при изгибе формируется небольшая кривизна. В противных случаях требу-

ется совершенствование алгоритма определения EI путем разработки системы расчета, обеспечивающей оптимизацию поиска координаты точки соприкосновения пряжи с поверхностью опоры, исходя из определения угла φ , при котором функция $y(x)$ одновременно проходила бы через точку контакта (т.е. через точку В с координатами: $x_B = L - R \sin \varphi$ и $y_B = \Delta - R(1 - \cos \varphi)$) и имела бы касательную, совпадающую с заданной точностью с касательной в т. В к поверхности опор.

ВЫВОДЫ

1. При практическом использовании стандартного метода определения гибкости льняного волокна выявлены недостатки, связанные с пониженной точностью определения прогибов Δ как оценки гибкости анализируемой пробы из-за неопределенности расположения концов свисающих волокнистых консолей, структурной неоднородности волокнистых прядей, а также изменчивости по величине сил трения и сцепления между собой по их длине. Эти факторы существенно увеличивают вариацию значений прогиба Δ до 100% и более, что неприемлемо для измерения гибкости с требуемой точностью.

2. Предложен метод приближенного определения изгибной жесткости пряжи (EI) путем аппроксимации формы ее изогнутой оси в виде кубической параболы. Однако при его использовании выявлено ограничение по величине прогиба (до 2 см), связанное с недопустимым ростом погрешности при определении EI до 7...0% из-за некорректного определения координат точки соприкосновения пряжи с поверхностью опор.

3. Дальнейшее совершенствование предложенного метода определения EI требует разработки алгоритма расчета, обеспечивающего поиск координат точки соприкосновения пряжи с поверхностью опоры, исходя из определения угловой и линейных координат в плоскости нагружения для обеспечения условия совпадения касательных к ней и к поверхности опоры в точке их касания.

1. Стратегия развития агропромышленного и рыбохозяйственного комплексов Российской Федерации на период до 2030 года: Распоряжение Правительства Российской Федерации от 12 апреля 2020 года N 993-р.

2. *Городов В.В., Лазарева С.Е., Лунев И.Я. и др.* Испытания лубоволокнистых материалов. М.: Легкая индустрия, 1969. 208 с.

3. *Паушин Е.Л., Нестерова Т.Н.* Недостатки стандартного метода определения гибкости трепаного льняного волокна // Сб. трудов 72 науч.-практ. конф. с междунар. участием / Костромская ГСХА. Караваново, 2021. С. 342...349.

4. *Ипатов А.М.* Теоретические основы механической обработки стеблей лубяных культур: учеб. пособие для вузов. М.: Легпромбытиздат, 1989. 144 с.

5. *Смельская И.Ф., Ильин Л.С., Жуков В.И., Кротков В.Н.* Прядение льна. Кострома: Изд-во КГТУ, 2007. 543 с.

6. *Лапишин В.В.* Разработка методологических основ и автоматизированного измерительного комплекса для оценки свойств текстильных материалов: дис. ... д-ра техн. наук. Кострома: Костромской государственной университет, 2020. 318 с.

7. *Мартон В.Е., Херл Д.В.С.* Механические свойства текстильных волокон: [пер. с англ.]. Манчестер-Лондон, 1962; М.: Легкая индустрия, 1971. 184 с.

8. *Щербаков В.П.* Прикладная и структурная механика волокнистых материалов: монография. М.: Тисо Принт, 2013. 304 с.

9. *Крутикова В. Р., Общанская И. В., Лустгартен Н.В.* Определение жесткости нити при изгибе // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. 2004. № 2. С. 11...14.

10. *Егоров Н.В., Щербаков В.П.* Новый метод расчета жесткости нити при изгибе // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. 2010. № 5. С. 23...27.

11. *Гречухин А.П.* Способ определения жесткости нити при изгибе // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. 2014. № 5. С. 47...51.

12. ГОСТ 9187-74. Обувной картон. Метод определения жесткости и изгибоустойчивости при статическом изгибе. М.: Издательство стандартов, 1987. 5 с.

13. *Попов Е.П.* Теория и расчет гибких упругих стержней. М.: Наука, 1986. 296 с.

14. *Дарков А.В., Шпиро Г.С.* Сопротивление материалов. М.: Высш. шк., 1989. 643 с.

REFERENCES

1. Development strategy of agricultural and fishing complexes of Russian Federation until 2030: a Russian Federation Government Decree no. 993-r, April 12th, 2020.

2. *Gorodov V.V. et al.* Testing of bast-like fibrous materials. M.: Legkaya Industriya, 1969. 208 p.

3. Pashin E.L. and Nesterova T.N. Flaws of the standard method of measuring flexibility of flax fiber // Compilation of articles of 72nd scientific-practical conference. Karavaevo, Kostroma State Agricultural Academy, 2021, pp. 342...349.
4. *Ipatov A.M.* Theoretical basis of mechanical processing of stalks of bast cultures: a university textbook. M.: Legprombytizdat, 1989. 144 p.
5. *Smelskaya I.F. et al.* Flax spinning: a university textbook. Kostroma: Kostroma State Technological University, 2007. 543 p.
6. *Lapshin V.V.* Creating methodological basis for automated measurement device complex used to measure properties of textile materials, PhD Thesis, Kostroma State University, 2020, 318 p.
7. *Morton W.E. and Hearle J.W.S.* Physical Properties of Textile Fibers, Manchester and London, the Textile Institute and Butterworths, 1962. 608 p.
8. *Scherbakov V.P.* Applied and structural mechanics of fibrous materials: a monograph. M.: Tiso Print, 2013. 304. p.
9. *Krutikova V.R., Obschanskaya I.V. and Lustgarten N.V.* Determining torsion rigidity of a thread // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. 2004. No. 2. Pp. 11...14.
10. *Egorov N.V. and Scherbakov V.P.* 'A new method of determining thread bending rigidity // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. 2010. No. 5. Pp. 23...27.
11. *Grechukhin A.P.* 'A way to determine thread bending rigidity // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti*. 2014. No. 5. Pp. 47...51.
12. GOST 9187-74. Cardboard. Method of measuring of stiffness and tensile strength under static bending. M.: Izdatelstvo standartov, 1987.
13. *Popov E.P.* Theory and calculation for flexible elastic rods. M.: Nauka, 1986. 296 p.
14. *Darkov A.V. and Shpiro G.S.* Resistance of materials. M.: Vysshaya shkola, 1989. 643 p.

Рекомендована кафедрой «Технические системы в агропромышленном комплексе» Костромской ГСХА. Поступила 26.01.23.