

УДК 677.024

DOI 10.47367/0021-3497\_2024\_1\_39

**ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА КОМПЛЕКСНОЙ ОЦЕНКИ  
ИЗГИБНОЙ И СДВИГОВОЙ ЖЕСТКОСТИ ЛУБЯНОГО ВОЛОКНА\***

**JUSTIFICATION OF THE COMPLEX ASSESSMENT METHOD  
OF BENDING AND SHEARING STIFFNESS OF BAST FIBER**

*Е.Л. ПАШИН<sup>1</sup>, А.В. ОРЛОВ<sup>2</sup>*

*E.L. PASHIN<sup>1</sup>, A.V. ORLOV<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Костромская государственная сельскохозяйственная академия,  
<sup>2</sup>Костромской государственный университет)

(<sup>1</sup>Kostroma State Agricultural Academy,  
<sup>2</sup>Kostroma State University)

E-mail: aorlov@list.ru

*В статье указаны перспективные направления использования лубяных волокон как армирующих элементов при производстве композитов, требующих учета при оценке их свойств сдвиговой жесткости. В этой связи при решении вопросов квалиметрии лубяных волокон возникла необходимость учитывать не только изгибную, но и сдвиговую жесткость. На основе известных модельных представлений о сдвиговой прочности композитов для оценки модуля сдвига волокон использовали положения теории С.П. Тимошенко, уточняющие величину прогиба балки в условиях повышенной кривизны за счет проявления касательных напряжений. Установлено, что для определения модулей продольной упругости и сдвига с применением нагружения волокна по схеме трехточечного прогиба необходимо учитывать изменение поперечного сечения анализируемой пробы, зависящее от возникающего усилия для прогиба и свойств волокна. Интегрирование моделей для определения величины прогиба волокна при трехточечном прогибе, вытекающее из теорий Гука и С.П. Тимошенко, позволило разработать алгоритм расчета модулей продольной упругости и сдвига. Экспериментально установлена возможность его реализации. Определение комплексной оценки изгибной и сдвиговой прочности лубяных волокон предусматривает создание программно-аппаратного комплекса для этой цели.*

\* Исследование выполнено за счет средств гранта Российского научного фонда (проект № 23-26-00147)

*The article indicates promising directions for using bast fibers as reinforcing elements in the production of composites, which require consideration when assessing their shear stiffness properties. In this regard, when solving problems of bast fiber qualimetry, it became necessary to take into account not only bending, but also shear stiffness... Well-known models of shear resistance of composite materials and theoretical framework developed by S.P. Timoshenko has been used to better estimate the deformation of a composite beam, stressed at the point where its curvature becomes large enough for the tangential stress value to become significant.*

*We've found that in order to determine longitudinal elasticity and shearing during three-point bending it's necessary to take into account the deformation of the sample's cross-section, which, in turn, depends on the applied force and the mechanical properties of the fiber itself. Integration of models to determine the amount of fiber deflection during three-point deflection, resulting from the theories of Hooke and S.P. Timoshenko, made it possible to develop an algorithm for calculating the modulus of longitudinal elasticity and shear. A proof-of-concept prototype has been created, but further use of this algorithm requires creation of a specialized software and hardware.*

**Ключевые слова:** лубяное волокно, испытание, комплексная оценка, изгибная жесткость, сдвиговая жесткость, прогиб, проба, толщина, модуль Юнга, модуль сдвига.

**Keywords:** bast fiber, testing, bending stiffness, shear stiffness, bending, thickness, Young's modulus, shear modulus.

В настоящее время наблюдается интерес к использованию лубяных волокон не только в области текстильного производства, но и по направлениям, связанным с применением целлюлозосодержащего волокнистого сырья [1, 2], в том числе при изготовлении биоразлагаемых композитов [3].

Развитие новых направлений диктует необходимость применения эффективных методов квалиметрии при решении задач селекции лубяных культур, организации входного контроля, оптимизации технологического процесса и стандартизации получаемого продукта. Системы квалиметрии базируются на определении свойств волокон, важнейшим из которых является жесткость [4].

При стандартизации льняного волокна и пеньки их жесткость оценивают по обратному ее показателю – гибкости, которую определяют на приборе ГВ по величине прогибов  $\Delta$  окончаний консольных участков пробы, закрепленной в середине ее длины [5].

Однако практическое использование стандартного метода выявило недостаточную точность определения  $\Delta$ . Среди причин этого отмечают затруднения при определении середины интервала разброса концов волокнистых комплексов, составляющих пробу, структурную неоднородность пряди, изменчивость сил трения и сцепления волокон между собой [6]. Указанные факторы вызывают вариацию значений гибкости до 100 % и более, что снижает достоверность измерений. Кроме этого существенным недостатком рассматриваемого метода является несоответствие величины прогибов волокна в лабораторных испытаниях изгибам по кривизне, возникающим при получении волокна и эксплуатации готовых материалов [7]. Как правило, деформация при изгибе с формированием большей кривизны не соответствует закономерностям, вытекающим из закона Гука, предусматривающего проявление только упругих деформаций.

В связи с использованием лубяных волокон в качестве армирующего наполни-

теля при производстве композитов [3] появляется необходимость оценки не только изгибной, но и сдвиговой жесткости, которая определяется произведением модуля сдвига  $G$  и площади сечения  $F$  [8].

Таким образом, существующий метод определения жесткости лубяного волокна на изгиб требует совершенствования не только в части повышения его точности, но и для получения более информативных данных испытания – комплексной оценки изгибной и сдвиговой жесткости волокна.

При обосновании направления решения этой задачи лубяное волокно рассматривали с позиций природного композита в виде сборной конструкции: элементарных волокон как армирующих элементов и склеивающей матрицы, которые в условиях силового поля деформируются. Основными видами нагружения при переработке волокон и их эксплуатации в готовых изделиях являются растяжение и изгиб. При их возникновении, особенно при изгибе с повышенной кривизной, возникает комплекс напряжений, вызывающих деформацию волокна по различным сценариям.

Если между элементарными волокнами связи не разрушены, что характерно для технического волокна из стеблей с недостаточной вылежкой при использовании росной мочки, то при растяжении совокупность волокон деформируется, как упругое тело, с предельным удлинением 2-3 %. Аналогичное явление наблюдается при испытании волокна из стеблей, убранных в полной биологической спелости или при перестое. В этих случаях наличие лигнина вызывает жесткое соединение элементарных волокон, и при растяжении технического волокна, вероятнее всего, оно ведет себя, как упругое тело [9].

При биодеструкции органических веществ, склеивающих элементарные волокна, связи между ними значительно ослабевают. Такое явление имеет место у нелигнифицированного волокна из тресты с хорошей отделяемостью волокна от древесины стеблей, убранных до достижения полной биологической спелости [10]. У такого волокна вследствие возникающих при растягивающих нагрузках касательных

напряжений происходит относительное смещение элементарных волокон – их частичное растаскивание, и деформация возрастает [11].

Исследование указанных случаев поведения при деформировании лубяных волокон под действием внешних нагрузок целесообразно осуществлять с применением моделей нагружения армированных композитов [12]. Наибольший интерес представляет модель сдвигового анализа прочности таких композитов [13], в основе которой лежит оценка сдвиговой прочности раздела «волокно – матрица». Возникающие касательные напряжения определяют сдвиговую устойчивость волокнистой структуры, что важно для комплексной оценки качества волокон. Очевидно, что такая оценка невозможна без учета модуля сдвига  $G$ .

С учетом изложенного исследуем возможности одновременного учета изгибной и сдвиговой жесткости.

Для этого рассмотрим два известных подхода по определению изгибной деформации материала, например, трехточечный прогиб  $\Delta$  балки, имитирующей прядь волокна толщиной  $h$ , под действием внешней силы  $P$  (рис. 1).

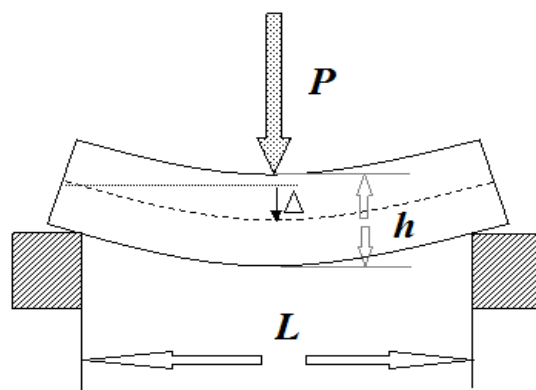


Рис. 1

Один из подходов основан на предположении, что деформирование происходит в условиях упругих деформаций, имеющих место при прогибах с малой кривизной. Тогда максимальный прогиб  $\Delta$  рассчитывают с учетом модуля продольной упругости (модуль Юнга)  $E$  по известной формуле [14]:

$$\Delta = \frac{PL^3}{48EI}, \quad (1)$$

где  $P$  – прилагаемое усилие в середине пряди;  $L$  – расстояние между центрами опор;  $I$  – момент инерции сечения пряди.

Допуская, что при прогибе пряди волокна сечение имеет вид прямоугольника, у которого  $I = (b \cdot h^3)/12$ , где  $b$  – ширина,  $h$  – высота, формулу (1) запишем в виде:

$$\Delta = \frac{PL^3}{4Ebh^3}. \quad (2)$$

Подход, основанный на теории С.П. Тимошенко [15], предусматривает вклад касательных напряжений в величину прогиба. В этом случае при расчете  $\Delta$  учитывают не только модуль упругости  $E$ , но и модуль сдвига  $G$ . Проявление сдвиговых явлений усиливается с увеличением кривизны прогибаемого материала в месте приложения нагрузки. Для такого варианта нагружения предложена зависимость [16]:

$$\Delta = \frac{1}{4b} \left( \frac{PL^3}{Eh^3} + \frac{PL}{khG} \right), \quad (3)$$

где  $G$  – модуль сдвига;  $k$  – сдвиговой коэффициент, зависящий от формы сечения, (для прямоугольного сечения балки  $k = 5/6$ ) [17].

В решении задачи повышения информативности метода оценки жесткости лубяных волокон рассмотрим возможности одновременного учета  $E$  и  $G$ , опираясь на (3). Сопоставим выражения (2) и (3) при оценке прогиба волокна при трехточечной схеме нагружения. Полагая, что на величину прогиба  $\Delta$  будут влиять одновременно два упомянутых модуля, в модели (2) величину модуля упругости рассматриваем как условный модуль продольной упругости  $E_{\text{экс}}$ . Приравняв прогибы, определенные по (2) и (3), получим:

$$\frac{PL^3}{4E_{\text{экс}}bh^3} = \frac{1}{4b} \left( \frac{PL^3}{Eh^3} + \frac{PL}{khG} \right). \quad (4)$$

Преобразованием путем деления каждой части выражения на  $(P \cdot L^3)/(4 \cdot b \cdot h^3)$  получим известное выражение [18]:

$$\frac{1}{E_{\text{экс}}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{kG} \frac{h^2}{L^2}. \quad (5)$$

Рассматривая структуру (5), заметим, что проявление сдвиговых явлений зависит от величины множителя  $h^2/L^2$ . При неизменном межцентровом расстоянии  $L$  на его величину будет влиять толщина прогибаемой пряди  $h$ , сечение которой можно считать прямоугольным.

Внимание к параметру  $h$  особенно важно, когда прядь подвергается сжатию в поперечном направлении (см. рис. 1). По мере увеличения силы  $P$  высота сечения пряди  $h$  в месте приложения сил будет уменьшаться. На характер уменьшения высоты сечения также будут влиять свойства испытываемого волокна. Вероятнее всего, эти свойства определяются структурой технического волокна, зависящей от степени вылежки стеблей при получении тресты росяной мочки [9]. В зависимости от степени вылежки стеблей волокно будет иметь различную делимость и мягкость.

Принимая выявленную взаимосвязь степени вылежки тресты с цветом волокна, выраженным группой цвета  $ГЦ$  [19] по стандартной методике [20], высоту сечения  $h$  следует представлять как расчетную характеристику  $h_p$ . Она будет зависеть от силы  $P$  и  $ГЦ$ , то есть  $h = f(P, ГЦ)$ .

Тогда выражение (5) с учетом  $k = 5/6$  при  $h = h_p$  примет вид:

$$\frac{1}{E_{\text{экс}}} = \frac{1}{E} + \frac{1,2}{G} \frac{h_p^2}{L^2}. \quad (6)$$

Определение зависимости  $h = f(P, ГЦ)$  осуществили посредством двухфакторного эксперимента с применением регрессионного анализа с регистрацией изменения величины  $h$  при изменении  $P$  и  $ГЦ$ .

Эксперимент провели по схеме трехточечного прогиба с применением стенда, представленного на рис. 2.

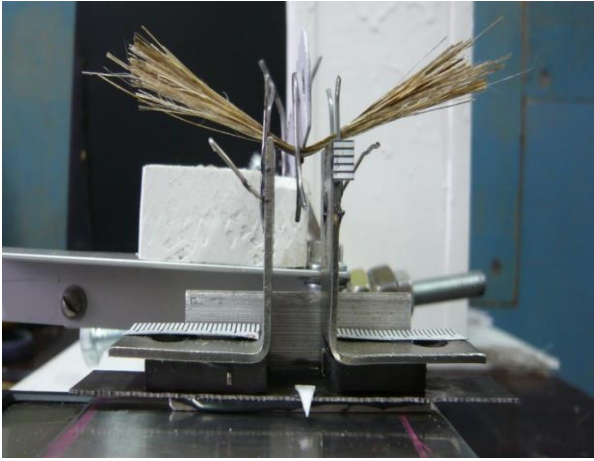


Рис. 2

Исследовали пробы двух партий льняного волокна (1 и 2) с различной группой цвета (I и III). Партия 1 имела группу III (цвет серебристо-серый; волокно получено из стеблей тресты с хорошей степенью вылежки). Партия 2 имела группу I (цвет желто-серый; волокно получено из стеблей недолежалой тресты). Навеска соответствовала массе единицы длины для проб, используемых при стандартных испытаниях льняных волокон, и составила 0,11 г при длине  $l = 70$  [20]. Постоянную ширину пробы  $b = 6,5$  мм обеспечили посредством ограничителей. В процессе эксперимента при прогибе пробы с использованием средств тензометрии фиксировали усилие  $P$ , одновременно получали фотоизображение прогнутого волокна с установленной рядом линейкой. Далее, используя графический редактор GIMP с масштабированием, рассчитывали величину толщины пробы  $h_p$ . В итоге получили регрессионную зависимость:

$$h_p = f(P, ГЦ) = 2,079 + 0,190 \cdot ГЦ - 0,021 \cdot P. \quad (7)$$

Данную зависимость применили для определения искомых модулей продольной упругости  $E$  и сдвига  $G$  на следующем этапе эксперимента с использованием станда (рис. 2) на примере волокна указанных партий.

Изгиб проб осуществили относительно опор с закругленной кромкой диаметром 1 мм путем приложения нагрузки в середине между центрами опор, расстояние  $L$

между которыми было 9 и 69 мм. При каждом из них формировали одинаковый прогиб  $\Delta$  по верхнему краю пробы, равный 1 мм. По достижении этого прогиба фиксировали возникающее усилие  $P$  посредством тензометрии. Используя (7), рассчитывали  $h_p$ , а с учетом этой величины уточняли прогиб  $\Delta_{ут}$  нейтральной оси пробы, затем определяли условный модуль упругости  $E_{усл}$ . Для этого на основе (2) использовали зависимость:

$$E_{усл} = \frac{PL^3}{4\Delta_{ут}bh_p^3}. \quad (8)$$

Согласно (8) для волокна с различной группой цвета определили по два значения условных модулей. Для волокна с группой цвета I: при  $L = 9$  мм  $E_{усл} = 13,83$  Н/мм<sup>2</sup>; при  $L = 69$  мм  $E_{усл} = 214,14$  Н/мм<sup>2</sup>. Для волокна с группой цвета III: при  $L = 9$  мм  $E_{усл} = 6,47$  Н/мм<sup>2</sup>; при  $L = 69$  мм  $E_{усл} = 98,01$  Н/мм<sup>2</sup>.

Зная возникающие усилия в различающихся условиях испытания, для расчета  $E$  и  $G$  составили систему уравнений на основе (5), каждое из которых представляло результаты при различных значениях  $L$ :

$$\begin{cases} \frac{1}{E_{усл}(9)} = \frac{1}{E} + \frac{1,2}{G} \frac{h_p^2(9)}{L_9^2}, \\ \frac{1}{E_{усл}(69)} = \frac{1}{E} + \frac{1,2}{G} \frac{h_p^2(69)}{L_{69}^2}. \end{cases} \quad (9)$$

Решая систему (9) для каждой партии волокна, определили величины модулей  $E$  и  $G$  (табл. 1).

Т а б л и ц а 1

Номер партии	Модуль продольной упругости, Н/мм <sup>2</sup>	Модуль сдвига, Н/мм <sup>2</sup>
1	10,2775	0,0956
2	18,4801	0,2048

Полученные результаты во взаимосвязи с (3) позволили объяснить отличия в поведении анализируемых партий при изгибе.

Волокно партии 1, полученное из тресты с хорошей вылежкой (группа цвета III), имеет меньшую сдвиговую жесткость в сравнении с партией волокна из недолежалой тресты, что объясняется особенностями структуры волокна изучаемых партий.

Волокно партии 2 из недолежалой тресты (группа цвета I) при нагружении ведет себя иным образом. Более прочная связь между элементарными волокнами из-за недостаточного разрушения пектиновых соединений вызывает в сравнении с волокном первой партии прирост модуля сдвига и модуля продольной упругости, что проявляется в величине возникающих усилий  $P$  при одинаковых значениях прогиба  $\Delta$  (табл. 2).

Из этого следует, что положения теории С.П. Тимошенко, учитывающие значения модулей  $E$  и  $G$ , позволяют получать более информативную оценку о жесткости волокна. Зная величину модуля сдвига, мы имеем возможность судить о степени связанности элементарных волокон между собой, что в свою очередь характеризует прядильную способность технического волокна.

Т а б л и ц а 2

Номер партии	Усилие $P$ , Н, при межцентровом расстоянии опор:	
	$L = 9$ мм	$L = 69$ мм
1	0,350	0,022
2	0,700	0,033

## ВЫВОДЫ

1. Рассматривая льняное волокно как природный композит с учетом модельных представлений о формировании его сдвиговой прочности, установили целесообразность комплексной оценки волокон по изгибной и сдвиговой жесткости.

2. Для определения модулей продольной упругости и сдвига с применением нагружения волокна по схеме трехточечного прогиба и на основе положений теории С.П. Тимошенко необходимо учитывать изменение поперечного сечения анализируемой пробы, зависящее от возникающего усилия для прогиба и свойств волокна.

3. Интегрирование моделей для определения величины прогиба волокна при трехточечном прогибе, вытекающее из теорий

Гука и С.П. Тимошенко, позволило разработать алгоритм расчета модулей продольной упругости и сдвига. Экспериментально установлена возможность его реализации. Определение комплексной оценки изгибной и сдвиговой прочности льняных волокон предусматривает создание программно-аппаратного комплекса для этой цели.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Боярский А. Может ли Россия стать главным поставщиком льняных тканей в мире // Российская газета – федеральный выпуск. 2022. 20 сент. № 211 (8859).
2. Плеханов А.Ф., Битус Е.И., Виноградова Н.А. и др. Инновационные технологии нетканых материалов // Полимерные материалы. 2009. № 2. С. 30...34.
3. Роговина С.З., Прут Э.В., Берлин А.А. Композиционные материалы на основе синтетических полимеров, армированных волокнами природного происхождения // Высокомолекулярные соединения. Сер. А. 2019. Т. 61, № 4. С. 291...315.
4. Городов В.В., Лазарева С.Е., Лунев И.Я. и др. Испытания лубоволокнистых материалов. М.: Легкая индустрия, 1969. 208 с.
5. Кукин Г.Н., Соловьев А.Н., Кобляков А.И. Текстильное материаловедение (волокна и нити): учебник для вузов. М.: Легпромбытиздат, 1989. 352 с.
6. Пашин Е.Л., Нестерова Т.Н. Недостатки стандартного метода определения гибкости трепаного льняного волокна // Научные приоритеты АПК в России и за рубежом: сб. ст. 72-й науч.-практ. конф. с междунар. участием. Караваево: Костромская ГСХА, 2021. С. 342...350.
7. Цитович И.Г. Теоретические основы стабилизации процесса вязания. М.: Легкая пром-сть, 1984. 136 с.
8. Брытков Е.В. Механика композиционных материалов: учебное пособие. СПб.: Балт. гос. техн. ун-т, 2012. 74 с.
9. Ордина В.М. Структура лубоволокнистых растений и ее изменение в процессе переработки. М.: Легкая индустрия, 1978. 127 с.
10. Пашин Е.Л. Агропроизводство и технологическое качество льна: моногр. Кострома, ВНИИ ЛК, 2004. 208 с.
11. Федосова Н.М., Вихарев С.М. Влияние технологических приемов и степени вылежки тресты на прочностные характеристики однотипного льняного волокна // Вестник Костромского государственного технологического университета. 2012. № 2. С. 23...25.
12. Справочник по композиционным материалам: в 2 кн. / под ред. Дж. Любина; пер. с англ. М.: Машиностроение, 1988.
13. Landis C.M., Beyerlein I.J., McMeeking R.M. Micromechanical simulation of the failure of fiber reinforced composites // J. Mech. Phys. Solids. 2000. No 14. P. 621...648.

14. Мамченко В.О. Расчет балок на прочность и жесткость при прямом плоском изгибе: учеб.-метод. пособие. СПб.: НИУ ИТМО; ИХиБТ, 2014. 48 с.

15. Тимошенко С.П., Gere Дж. Механика материалов. М.: Мир, 1976. 669 с.

16. Ричардсон М. Промышленные полимерные композиционные материалы / под ред. П.Г. Бабаевского. М.: Химия, 1980. 472 с.

17. Reissner E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates // ASME Journal of Applied Mechanics, 1945. Vol. 12. Pp. A68-A77.

18. Тарнопольский Ю.М., Кинцис Т.Я. Методы статистических испытаний армированных пластиков. М.: Химия, 1981. 272 с.

19. Виноградова А.Е., Ломагин В.Н., Пашин Е.Л. Определение цветовых характеристик волокна при определении качества льняной тресты // Вестник ВНИИЛК. 2003. №1. С. 82...85.

20. ГОСТ Р 53484-2022. Лен трепаный. Технические условия. М.: Стандартинформ, 2022.

#### REFERENCES

1. Bojarskij A. 'Can Russia become the world's leading flax fabric supplier?' Rossijskaja gazeta – federalnyj vypusk, 2022. No. 211(8859).

2. Plekhanov A.F. et al. 'Innovative technologies of non-woven materials' // Polimernye materialy, 2009, No. 2. P. 30...34.

3. Ragovina S.Z, Prut E.V and Berlin A.A. 'Composite materials based on synthetic polymers reinforced by natural fibers' // Vysokomolekularnye soedinenija. Ser. A., Vol. 61, No. 4, 2019. P. 291-315.

4. Gorodov V.V. et al. Testing of bast fiber based materials. Moscow: Legkaja industrija, 1969. 208 p.

5. Kukin G.N., Soloviev A.N., Kobljakov A.I. Textile materials science (fibers and threads): university textbook. Moscow: Legprombytizdat, 1989.

6. Pashin E.L., Nesterova T.N. Flaws of the standard method of measuring flexibility of flax fiber // Scientific priorities of the agro-industrial complex in Russia and abroad: Compilation of articles of 72 nd scientific-practical conference. Karavaevo: Kostroma State Agricultural Academy, 2021. P. 342...350.

7. Tsitovich I.G. Theoretical basis of spinning process stabilization. Moscow: Legkaja promyshlennost, 1984.

8. Brytkov E.V. Mechanics of composite materials: teaching aide, Baltic state technological university. St. Petersburg, 2012.

9. Ordina V.M. Structure of bast plants and its modification during processing. Moscow: Legkaja industrija, 1978.

10. Pashin E.L. Agricultural manufacture and technological quality of flax: a monograph. Kostroma, VNIILK, 2004.

11. Fedosova N.M., Vikharev S.M. Effect of technological processes and retched flax readiness on structural integrity of homogenous flax fiber // Vestnik KGTU, 2012, No. 2. P. 23...25.

12. Composite materials reference guide, vol. 1 and 2, ed. J. Ljubin. Moscow: Mashinostroenie, 1988.

13. Landis C. M., Beyerlein I.J., McMeeking R.M. Micromechanical simulation of the failure of fiber reinforced composites // J. Mech. Phys. Solids, 2000, No 14. P. 621...648.

14. Mamchenko V.O. Calculating structural integrity and rigidity of beams under straight flat bending: teaching aid, St. Petersburg: NIU ITMO; IKHiBT, 2014.

15. Timoshenko S.P., Gere J. Mechanics of materials. Moscow: Mir, 1976.

16. Richardson M. Industrial polymer composite materials, ed: Babaevsky P.G. Moscow: Khimija, 1980.

17. Reissner E. The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates // ASME Journal of Applied Mechanics, 1945. Vol. 12. P. A68-A77.

18. Tarnopolskij Y.M., Kincis T.Y. Methods of statistical testing of reinforced plastics. Moscow: Khimija, 1981.

19. Vinogradova A.E., Lomagin V.N., Pashin E.L. 'Determining color characteristics of fiber during quality control of retched flax' // Vestnik VNIILK, 2003, No. 1. P. 82...85.

20. GOST R 53484-2022. Scutched flax fibre. Specifications. Moscow: Standartinform, 2022.

Рекомендована кафедрой технических систем в агропромышленном комплексе Костромской государственной сельскохозяйственной академии. Поступила 16.02.23.