

УДК 687.022

DOI 10.47367/0021-3497\_2024\_2\_193

**ИТЕРАЦИОННЫЙ АЛГОРИТМ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО РАСКРОЯ КОЖИ  
И ТЕКСТИЛЬНОГО МАТЕРИАЛА КВАДРАТОМИЧЕСКИМ МЕТОДОМ**

**AN ITERATIVE ALGORITHM FOR QUASI-OPTIMAL CUTTING  
OF LEATHER AND TEXTILE MATERIAL BY QUADRATIC METHOD**

*С.Д. ТАРАСОВ, Б.А. СТАРОВЕРОВ, В.В. ЛАПШИН*

*S.D. TARASOV, B.A. STAROVEROV, V.V. LAPSHIN*

**(Костромской государственный университет)**

**(Kostroma State University)**

E-mail: ooo-kk-44@list.ru

*В статье приводится описание итерационного алгоритма, результатом применения которого является минимизация отходов при раскрое кожи и текстильных материалов. Суть алгоритма заключается в последовательном улучшении плотности укладки элементов раскроя, полученного квадратомическим методом, путем линейных преобразований и классификации геометрических форм. Исследована возможность повышения эффективности раскроя с помощью методов искусственного интеллекта, для класси-*

фикации угла поворота элемента раскроя используется предварительно обученная искусственная нейронная сеть. Для универсальности и гибкости алгоритма добавлена возможность работы с графическими файлами выкроек пользовательского формата, такого как *jpg*. Разработанный итерационный алгоритм квазиоптимального раскроя кожи и текстильных материалов реализован на языке программирования *Python*. Алгоритм показал высокую плотность упаковки элементов выкройки, что означает большую эффективность использования материала.

*The article describes an iterative algorithm, the result of which is to minimize waste when cutting leather and textile materials. The essence of the algorithm is to consistently improve the stacking density of the cutting elements obtained by the quadratic method, by linear transformations and classification of geometric shapes. The possibility of increasing the efficiency of cutting using artificial intelligence methods is investigated and a pre-trained artificial neural network is used to classify the angle of rotation of the cutting element. For versatility and flexibility of the algorithm, the ability to work with graphic pattern files of a custom format, such as *jpg*, has been added. The developed iterative algorithm for quasi-optimal cutting of leather and textile materials in the Python development environment is implemented. The algorithm showed a high packing density of the pattern elements, which means more efficient use of the material.*

**Ключевые слова:** бережливое производство, минимизация отходов, кожа, текстильные материалы, оптимальный раскрой, итерационный алгоритм, элементы выкройки, линейное преобразование.

**Keywords:** lean manufacturing, waste minimization, leather, textile materials, optimal cutting, iterative algorithm, pattern elements, linear transformation.

В настоящее время при производстве изделий текстильной и легкой промышленности (ИТЛП) актуальна концепция бережливого производства.

Одним из наиболее наглядных и показательных направлений бережливого производства является минимизация отходов при раскрое кожи и текстильных материалов.

Математическая модель квазиоптимального раскроя формулируется следующим образом: необходимо получить  $m$  выкроек, в каждой выкройке должно быть  $q_j, j = 1 \dots m$  элементов. Перечислим все возможные варианты раскроя и каждому из них присвоим положительную целочисленную переменную  $x_i, i = 1 \dots n$ , которая показывает число использования данного варианта при кратном увеличении  $m$ . Тогда решение задачи сводится к минимизации следующей суммы:

$$\min \sum_{i=1}^n x_i c_i, \quad (1)$$

где  $c_i, i = 1 \dots n$  – условная площадь отходов в  $i$ -м варианте раскроя.

Также данная модель сводится к задаче многомерной линейной оптимизации (линейного программирования):

$$\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq q_j, \quad (2)$$

где  $a_{ij}$  – количество появления  $j$ -го элемента выкройки в варианте раскроя  $i$  [1].

Данная задача имеет единственное решение при заданном способе учета отходов (формула (1)). Однако для получения решения необходимо перебрать большое количество вариантов раскроя. При выкройке с большим числом элементов количество вариантов раскроя может приближаться к бесконечности. Такая задача оптимального

раскроя листового материала является одной из NP полных задач, которые сводятся к известной «задаче коммивояжера». Точное решение таких задач связано с перебором приближающегося к бесконечности количества вариантов и практически невозможно, поэтому необходимо использовать приближенные методы решения.

Один из вариантов приближенного решения задачи оптимального раскроя – использование обобщенного метода ветвей и границ или квадратомического способа [1, 2]. Он состоит в том, что вокруг каждого элемента выкройки описывается прямоугольник, затем осуществляется оптимальная укладка этих прямоугольников двумя методами: методом генерации столбцов и методом наименьшего периметра. Метод генерации столбцов заключается в последовательной укладке на листе прямоугольников от большего к меньшему. В случае, если ширины листа не хватает, оставшиеся прямоугольники укладываются в другой столбец. Метод наименьшего периметра более сложный и заключается в отыскании такой укладки, при которой ее периметр будет минимален [2].

Квадратомический способ используется во многих САПР. Однако он менее эффективен в случае сложных элементов с выпуклостями и вогнутостями. Для устранения этого недостатка предложен многоэтапный алгоритм определения схемы раскроя материала, который сочетает в себе эффектив-

ность с позиции плотности укладки элементов и невысокую вычислительную сложность.

Суть алгоритма заключается в последовательном улучшении результата, полученного квадратомическим способом, путем линейных преобразований и классификации геометрических форм.

Предлагаемый алгоритм построения раскладки состоит в следующем.

На первом этапе у каждого элемента выкройки измеряются минимальные и максимальные исходные координаты элементов выкройки. Их разница присваивается сторонам описанных прямоугольников:

$$\text{ДЛИНА}_i = X_i^{\max} - X_i^{\min}, \quad (3)$$

$$\text{ВЫСОТА}_i = Y_i^{\max} - Y_i^{\min}, \quad (4)$$

где  $i$  – номер элемента выкройки.

После определения длин сторон описанных прямоугольников осуществляется их укладка на лист материала методом генерации столбцов.

На втором этапе производится замена упакованных прямоугольников на исходные элементы выкройки. Для этого вычисляется разница координат между центрами симметрии элементов выкройки и центрами упакованных прямоугольников. Далее эта разница вычитается из координат контура соответствующего элемента. Центр симметрии элемента любой формы находится согласно выражению:

$$(X_i^c; Y_i^c) = \left( X_i^{\min} + \frac{X_i^{\max} - X_i^{\min}}{2}; Y_i^{\min} + \frac{Y_i^{\max} - Y_i^{\min}}{2} \right). \quad (5)$$

Затем линейное преобразование по замене прямоугольника на исходный элемент выкройки осуществляется по следующим формулам:

$$(dX_i; dY_i) = (X_i^{c_3} - X_i^{c_n}; Y_i^{c_3} - Y_i^{c_n}), \quad (6)$$

$$(X_{ij}^h; Y_{ij}^h) = (X_{ij}^n - dX_i; Y_{ij}^n - dY_i), \quad (7)$$

где  $X_i^{c_3}, Y_i^{c_3}$  – координаты центра симметрии контура  $i$ -го элемента;  $dX_i, dY_i$  – коэффициенты линейного преобразования для  $i$ -го элемента;  $X_i^{c_n}, Y_i^{c_n}$  – координаты

центра симметрии описанного прямоугольника, соответствующего  $i$ -му элементу;  $X_{ij}^h, Y_{ij}^h$  –  $j$ -я смещенная координата  $i$ -го элемента;  $X_{ij}^u, Y_{ij}^u$  –  $j$ -я исходная координата  $i$ -го элемента.

На третьем этапе осуществляется изменение взаимного положения элементов сложной формы, которые имеют выпуклости и вогнутости. Перед этим необходимо отделить элементы с простой формой от элементов со сложной формой. Элементы со сложной формой должны располагаться

под определенным углом по отношению друг к другу.

Существует несколько способов определения вогнутости элемента выкройки. Поскольку в рассматриваемом случае элемент представляется контуром, заданным координатным списком, целесообразно применить метод векторного произведения. Данный метод заключается в том, что последовательно по трем точкам в цикле осуществляется вычисление знака векторного произведения. Пусть имеются три последовательные вершины  $i$ -го элемента  $(X_j^i; Y_j^i)$ ,  $(X_{j+1}^i; Y_{j+1}^i)$ ,  $(X_{j+2}^i; Y_{j+2}^i)$ . Из координат данных вершин формируется значение компонент векторов и вычисляется знак векторного произведения:

$$\overrightarrow{AB} = (X_{j+1}^i - X_j^i)\vec{i} + (Y_{j+1}^i - Y_j^i)\vec{j}, \quad (8)$$

$$\overrightarrow{BC} = (X_{j+2}^i - X_{j+1}^i)\vec{i} + (Y_{j+2}^i - Y_{j+1}^i)\vec{j}, \quad (9)$$

$$\text{ЗНАК} = \frac{\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{BC}|}, \quad (10)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}$  – орты декартова базиса.

$$\begin{pmatrix} X'_{ij} \\ Y'_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{ij} - X_{\text{ц}} \\ Y_{ij} - Y_{\text{ц}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_{\text{ц}} \\ Y_{\text{ц}} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

где  $X_{\text{ц}}, Y_{\text{ц}}$  – координаты центра поворота.

Для того чтобы определить, какие элементы необходимо повернуть, а у каких оставить исходный угол поворота, необходимо классифицировать угол поворота конкретного элемента. Для этого целесообразно ввести функцию нормализации. В данном случае под нормализацией следует понимать операцию совмещения центра симметрии элемента выкройки с началом координат, а также последующее деление значений координат контура элемента на нормирующий множитель. Операция нормализации элемента осуществляется следующим образом:

$$(dX_i; dY_i) = (X_i^{\text{II}_3}; Y_i^{\text{II}_3}), \quad (13)$$

$$(X_{ij}^N; Y_{ij}^N) = \frac{(X_{ij}^{\text{II}_3} - dX_i; Y_{ij}^{\text{II}_3} - dY_i)}{N_k}, \quad (14)$$

В случае, если в выражении (10) возникает неопределенность, то переменной «ЗНАК» присваивается значение 0.

По результатам работы метода можно судить, имеет ли элемент вогнутость. Если результаты векторных произведений всюду неотрицательны или неположительны (зависит от выбора направления обхода элемента выкройки), то элемент выкройки выпуклый. Если же хотя бы один раз возникает разность знаков векторного произведения, то элемент имеет вогнутость.

После определения формы элементов необходимо осуществить поворот одинаковых элементов со сложной формой друг относительно друга. Для поворота элемента на  $\varphi$  градусов применяется линейное преобразование – поворот точки:

$$\begin{pmatrix} X'_{ij} \\ Y'_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{ij} \\ Y_{ij} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Но на практике применяют модифицированное линейное преобразование – поворот точки вокруг произвольного центра:

где  $N_k$  – нормирующий множитель;  $X_{ij}^u, Y_{ij}^u$  –  $j$ -я исходная координата  $i$ -го элемента;  $X_{ij}^N, Y_{ij}^N$  –  $j$ -я нормализованная координата  $i$ -го элемента.

У нормализованного элемента легко определить угол поворота с помощью процедуры классификации. Для классификации угла поворота используется предварительно обученная искусственная нейронная сеть (ИНС). Для обучения нейронной сети используются два положения элемента, как в исходном файле выкройки и при повороте на определенный угол. При этом в обучающей выборке исходному положению элемента присвоена метка 1, для повернутого на угол – метка -1. Для обучения на вход нейронной сети подаются координаты нормализованного элемента, на выход – метки угла поворота. Наилучший результат по

скорости обучения и точности распознавания показал двухслойный персептрон с линейными функциями активации.

В результате алгоритм поворота элемента работает следующим образом: определяются одинаковые элементы выкройки с вогнутым контуром, автоматически формируется обучающая выборка и обучается ИНС для классификации угла поворота, далее с помощью ИНС и функции нормализации проверяется угол поворота у каждого вогнутого элемента. Если у элемента с наименьшим номером угол характеризуется числом  $-1$ , то осуществляется его вращение на заданный угол, соответственно следующий вогнутый элемент должен иметь число  $-1$  и так далее. Таким образом, формируется геометрическое положение элементов выкройки, пригодное для дальнейшего улучшения результата.

На завершающем этапе выполнения алгоритма происходит итерационное уплотнение упаковки элементов выкройки. Уплотнение заключается в сдвигании элементов к началу координат. Сдвиг осуществляется следующим образом: выбирается элемент, центр которого наиболее близок к началу координат, и сдвигается. Движение  $i$ -го элемента продолжается до тех пор, пока площадь его пересечения с любым не  $i$ -м элементом будет равна нулю (также любому другому числу, принятому как критическое) или пока любая координата его контура не станет отрицательной. Далее процедура повторяется со следующим элементом. Смещение элемента по координатным осям необходимо осуществлять последовательно. Например, сначала необходимо смещать полигон вниз по оси  $Y$ , а затем влево по оси  $X$ . Значение шага смещения должно быть небольшим по каждой из координатных осей. Одновременное смещение (по диагонали), как показала практика, приводит к ошибочным результатам.

Разработанный итерационный алгоритм квазиоптимального раскроя реализован на языке программирования Python.

Для универсальности и гибкости алгоритма добавлена возможность работы с

графическими файлами выкроек пользовательского формата, такого как  $jpg$ . Координаты контуров элементов выкройки в алгоритме извлекаются при помощи системы машинного зрения OpenCV. Функции OpenCV позволяют преобразовать черные рисунки элементов выкройки в файле  $jpg$  в координатные контуры полигонов [3]. При этом имеется возможность изменения линейного масштаба как отдельных элементов выкройки, так и всей выкройки сразу. Также реализована возможность кратного увеличения тиража выкройки.

В качестве примера работы с выкройкой представлена раскладка выкройки обуви для собак.

Работа библиотеки OpenCV по преобразованию пользовательского файла выкройки в координатные контуры элементов выкройки показана на рис. 1 (а – пользовательский графический файл выкройки; б – координатные контуры элементов выкройки).

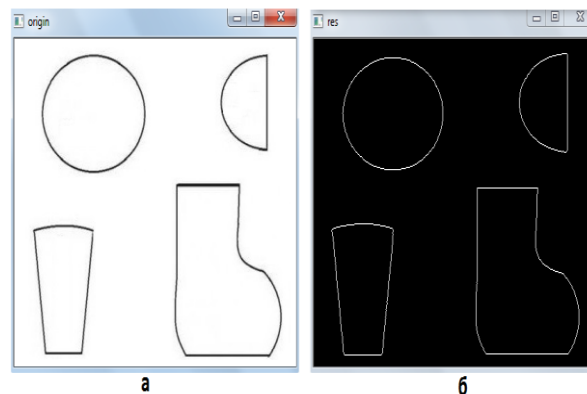


Рис. 1

Поскольку осуществляется оптимальный раскрой обуви для животных, следует умножить тираж выкройки на 4.

После преобразования графического файла выкройки в координатные контуры элементов начинает работать итерационный алгоритм квазиоптимального раскроя. На первом этапе реализуется квадратометрический метод [4, 5], результат работы которого в виде упакованных описанных прямоугольников представлен на рис. 2.

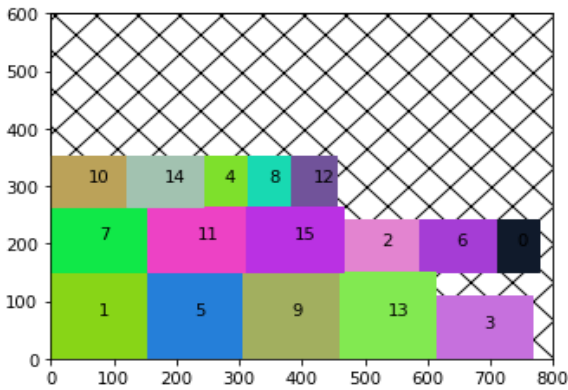


Рис. 2

Далее алгоритм осуществляет линейное преобразование – замену описанных прямоугольников на исходные элементы выкройки. Результат выполнения данного этапа алгоритма представлен на рис. 3.

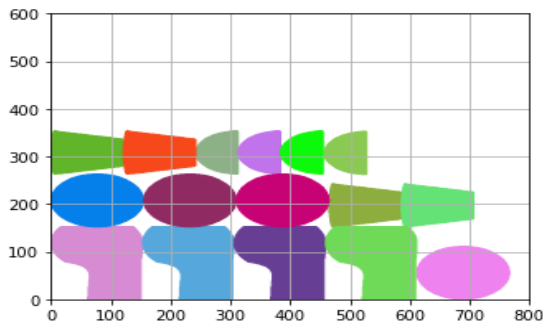


Рис. 3

На завершающем этапе происходит улучшение полученного результата путем линейных преобразований и классификации с помощью искусственной нейронной сети. Результат завершающего этапа алгоритма представлен на рис. 4.

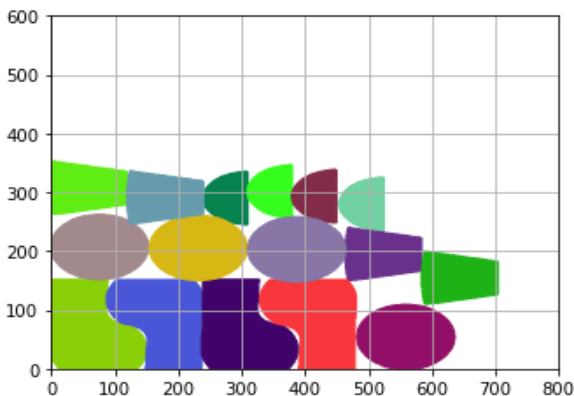


Рис. 4

Следует также отметить, что все размеры элементов выкроек на рисунке надо воспринимать условно, поскольку их исходные размеры могут быть скорректированы при помощи масштабирующих коэффициентов.

Результаты работы проходят апробацию на автоматизированном раскройном комплексе АРК1500 [6].

## ВЫВОДЫ

1. С целью минимизации отходов при раскрое предложен итерационный алгоритм квазиоптимального раскроя кожи и текстильных материалов, основанный на классификации и множестве линейных преобразований.

2. Алгоритм показал высокую плотность упаковки элементов выкройки, что означает большую эффективность использования материала.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Канторович Л.В., Залгаллер В.А. Рациональный раскрой промышленных материалов. Новосибирск: Наука, 1971. 299 с.

2. Козырь О. Ф., Кривоносов В.А. Математическая модель оптимального раскроя с возможностью изменения размеров и поворота прямоугольных заготовок // Инженерный вестник Дона. 2022. № 9. С. 203...210.

3. Официальная страница библиотеки OpenCV. – <https://opencv.org> (дата обращения 23.12.2023).

4. Борзунов Г. И., Фирсов А.В., Новиков А.Н. Оптимальный раскрой как задача об упаковке в контейнеры // Дизайн, технологии и инновации в текстильной и легкой промышленности (Инновации-2020). М.: РГУ им. А.Н. Косыгина, 2020. Ч. 2. С. 231...234.

5. Валиахметова Ю.И., Филиппова А.С. Теория оптимального использования ресурсов Л.В. Канторовича в задачах раскроя – упаковки: обзор и история развития методов решения // Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18. № 1. С. 186...197.

6. Кузнецов А.А., Лапшин В.В., Левыкин М.П., Иргашева А.Ш. Использование современных технологий раскроя материалов в рамках импортозамещения // Научные исследования и разработки в области дизайна и технологий: матер. всерос. науч.-практ. конф. с междунар. участием. Кострома, 2023. С. 196...198.

## REFERENCES

1. *Kantorovich L.V., Zalgaller V.A.* Rational cutting of industrial materials. Novosibirsk: Nauka, 1971. 299 p.

2. *Kozyr' O.F., Krivososov V.A.* Mathematical model of optimal cutting with the ability to resize and rotate rectangular blanks // *Inzhenernyj vestnik Dona*. 2022. № 9. P. 203...210.

3. Official page of the OpenCV library: <https://opencv.org> (access date: 12/23/2023).

4. *Borzunov G. I., Firsov A.V., Novikov A.N.* Optimal cutting as a container packaging problem // *Dizajn, tekhnologii i innovacii v tekstil'noj i legkoj promyshlennosti (Innovacii-2020)*. M.: RSU im. A.N. Kosygina, 2020. Part 2. P. 231...234.

5. *Valiahmetova YU. I., Filippova A.S.* The theory of optimal use of resources by L. V. Kantorovich in cutting-packing problems: review and history of the development of solution methods // *Vestnik UGATU*. 2014. T. 18. № 1. P. 186...197.

6. *Kuznecov A.A., Lapshin V.V., Levykin M.P., Ir-gasheva A.SH.* Use of modern technologies for cutting materials as part of import substitution // *Nauchnye issledovaniya i razrabotki v oblasti dizajna i tekhnologii*. Kostroma, 2023. P. 196...198.

Рекомендована кафедрой автоматизации, микро-процессорной техники и технологии машиностроения КГУ. Поступила 13.03.24.

---